Зональная система плоских прямоугольных координат.

Ориентирование линий

Для удобства измерения прямоугольных координат при решении практических задач на планах и картах наносят координатную сетку (см. рис. 7, *б*), которая представляет собой систему линий, проведенных через определенное расстояние параллельно осевому меридиану зоны (оси x) и экватору (оси y).

На территории России, полностью расположенной в Северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс (x) условно переносят на 500 км к западу от осевого меридиана (рис. 7, *в*). Исправленную таким образом ординату называют *преобразованной* (приведенной). Как следует из рис. 7, *в*,

$$\bar{y}_A = 500\text{ км} + y_A;\quad \bar{y}_B = 500\text{ км} + y_B.$$

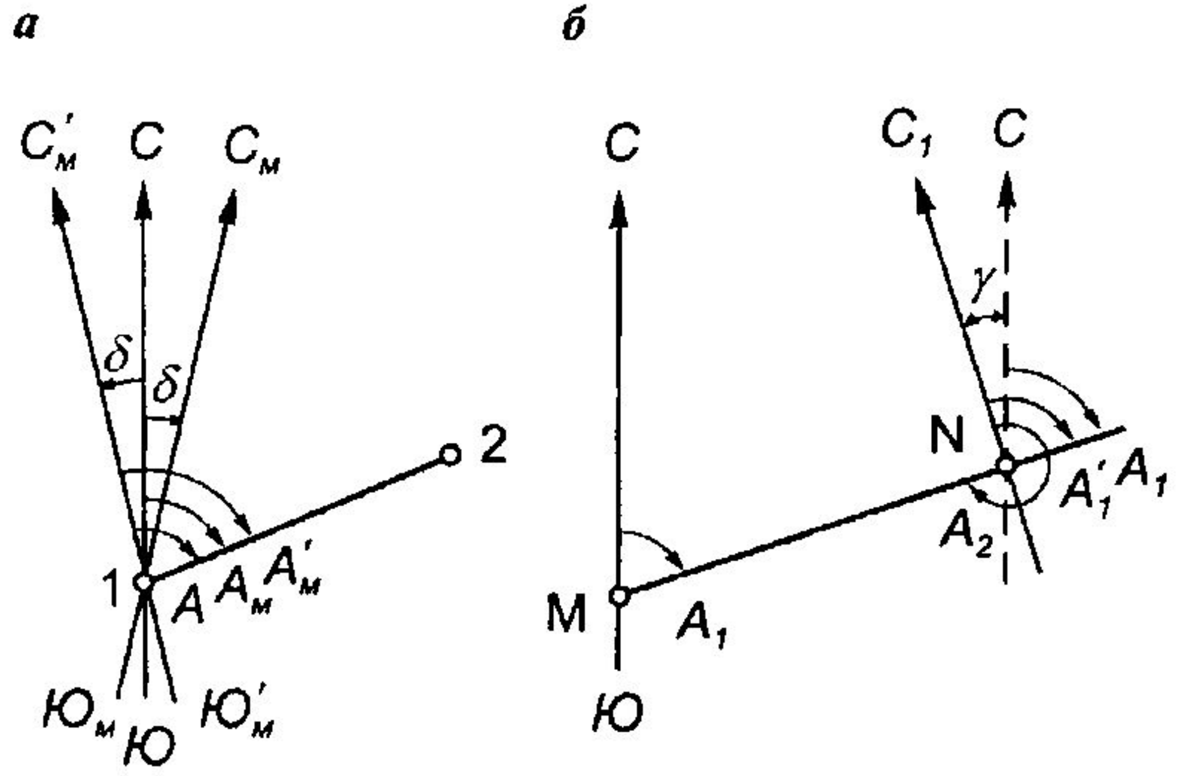


Рис. 9. *Истинный и магнитный азимуты*

т. е. *истинный азимут направления равен магнитному азимуту плюс склонение магнитной стрелки со своим знаком.*

Связь истинных азимутов линии в различных ее точках. Сближение меридианов. В геодезии принято различать прямые и обратные направления линий местности. Если направление линии *MN* с точки *M* на точку *N* (рис. 9, *б*) считать прямым, то *NM* будет обратным направлением той же линии. В соответствии с этим угол A_1 является *прямым азимутом линии* MN в точке *M*, а A_2 — *обратным азимутом* той же линии в точке *N*.

Вследствие сферичности Земли меридианы в различных точках, расположенных на одной линии, не параллельны между собой. Поэтому азимут линии в каждой ее точке имеет различное значение. *Угол между направлениями меридианов в данных двух точках линии называется* ***сближением меридианов*** γ.

Как следует из рис. 9, *б*, зависимость между прямым и обратным азимутами линии *MN* определится выражением:

$$A_2 = A_1 + 180^\circ + \gamma,$$

или в общем случае $A_{пр} = A_{обр} \pm 180^\circ + \gamma$.

Если известны долготы точек *M* и *N*, то сближение меридианов

$$\gamma' = \Delta\lambda' \sin\varphi ,$$

где $\Delta\lambda$ — разность долгот меридианов, проходящих через точки *M* и *N*; φ — средняя широта ориентируемой линии.

Дирекционный угол. При изображении земной поверхности в проекции Гаусса – Крюгера для ориентирования линий в пределах каждой зоны за исходное направление принимают осевой меридиан, т. е. ось Ox.

Угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления осевого меридиана, т. е. оси Ox, либо линии, ей параллельной, до данного направления, называется **дирекционным углом** α (рис. 10, *а*).

Дирекционные углы, как и азимуты линий, изменяются от 0° до 360°. Дирекционный угол направления *АВ* называется *прямым* и соответственно направления *ВА* — *обратным*. Из рис. 10, *а* следует, что

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ,$$

или в общем случае $\alpha_{обр} = \alpha_{пр} \pm 180^\circ$, т. е. *обратный дирекционный угол направления равен прямому дирекционному углу этого направления плюс (минус) 180°.*

В отличие от азимутов дирекционный угол линии в любой ее точке сохраняет свою величину. Поэтому предпочтительно во всех возможных случаях производства геодезических и землеустроительных работ ориентирование линий осуществлять с помощью дирекционных углов.

Понятие о сближении меридианов в зональной системе плоских прямоугольных координат. Дирекционный угол какого-либо направления не может быть измерен непосредственно на местности, однако его можно вычислить, если измерен истинный азимут данного направления.

В пределах зоны направления оси Ox и истинного меридиана совпадают лишь для точек, находящихся на осевом меридиане (см. рис. 10, *а*). В этом случае дирекционный угол α линии AB в точке K равен азимуту A. Для всех других точек линии истинный меридиан не совпадает с направлением, параллельным оси Ox, и поэтому в этих точках истинные азимуты направления не равны дирекционному углу.

Угол γ между северным направлением истинного меридиана и линией, параллельной осевому меридиану (оси Ox), ***есть сближение меридианов.***

Сближение меридианов отсчитывается от истинного меридиана и может быть восточным (со знаком «плюс»), если линия расположена в восточной части зоны, и западным (со знаком «минус»), если точка расположена в западной части зоны.

На основе рис. 10, *а* установим связь дирекционного угла α с истинными азимутами A_1 и A_2 линии AB:

в точке A $\alpha = A_1 - (-\gamma')$;

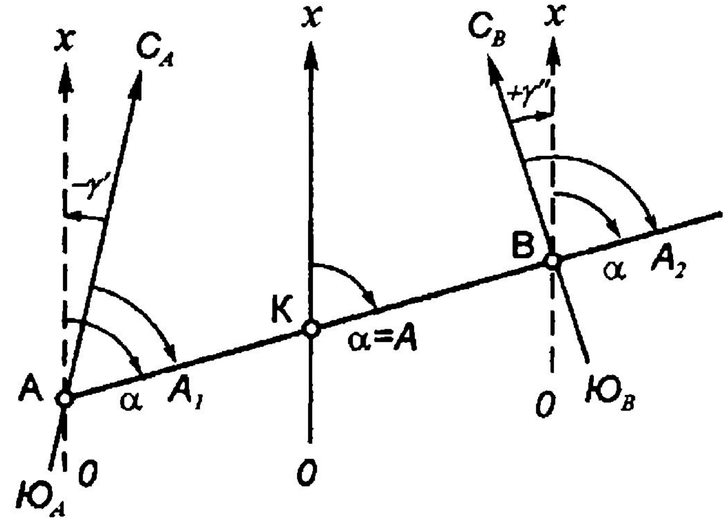
в точке B $\alpha = A_1 - (-\gamma'')$.

Тогда в общем виде можно записать

$$\alpha = A - \gamma, \tag{6}$$

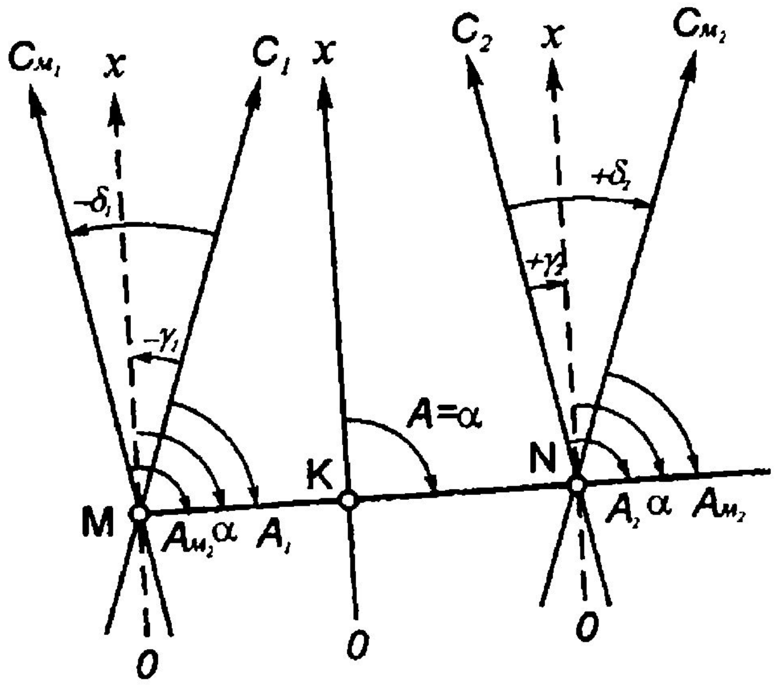
т. е. *дирекционный угол направления равен истинному азимуту минус сближение меридианов (со своим знаком).*

а



Связь дирекционных углов с истинным и магнитным азимутами. Пусть Ox (рис. 10, *б*) — направление осевого меридиана зоны, в пределах которой располагаются точки M и N линии MN. Проведем через точки M и N направления истинных и магнитных меридианов и введем соответствующие обозначения ориентирных углов, сближений меридианов и склонений магнитной стрелки (см. рис. 10, *б*). Тогда с учетом знаков склонения магнитной стрелки и сближения меридианов в соответствующих точках связь дирекционного угла с истинным и магнитным азимутами направления MN определится выражениями:

б



в точке M

$$\alpha = A_{м_1} - \delta_1 + \gamma_1 = A_{м_1} + (-\delta_1) - (-\gamma_1)\ ;$$

в точке N

$$\alpha = A_{м_2} + \delta_2 - \gamma_2 = A_{м_2} + (+\delta_2) - (+\gamma_2)\ .$$

Обобщая эти выражения, получим

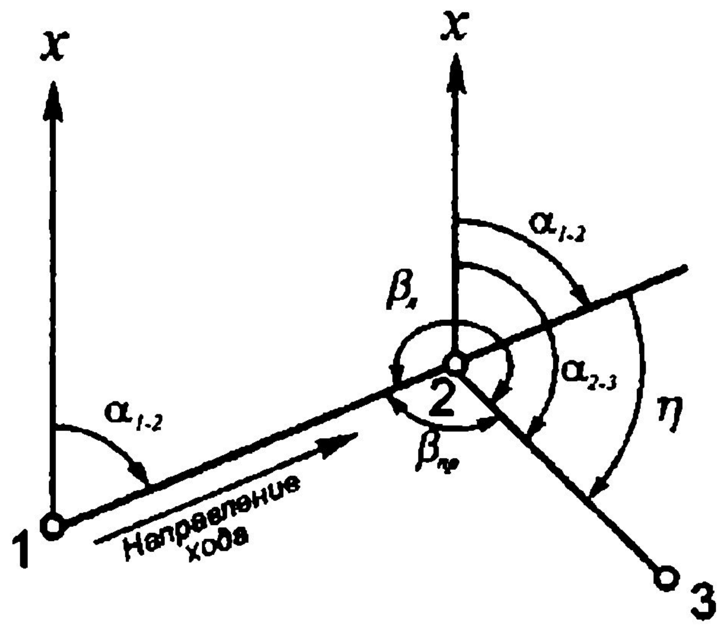
$$\alpha = A_м + \delta - \gamma\ . \qquad (7)$$

Формулу (7) можно записать в виде

$$\alpha = A_м + П\ ,$$

где $П = \delta - \gamma$ — суммарная поправка за склонение магнитной стрелки и сближение меридианов со своими знаками.

в



Полученные для конкретного случая формулы (8) и (9) справедливы для определения дирекционного угла любой последующей стороны. Тогда для общего случая можно записать:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_{пр};$$

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^0 + \beta_л, \qquad (10)$$

т. е. *дирекционный угол последующей стороны равен дирекционному углу предыдущей стороны плюс (или минус) 180° минус правый (или плюс левый) по ходу измеренный горизонтальный угол.*

В некоторых случаях геодезической практики ориентирование линий на местности производится с помощью румбов.

***Румбом** называется острый угол, отсчитываемый от ближайшего (северного или южного) направления осевого меридиана до данного направления.* Румб изменяется от 0° до 90° и сопровождается наименованием четверти относительно стран света (рис. 11): I четверть — СВ, II — ЮВ, III — ЮЗ и IV — СЗ. Например, $r_1 = 42°$ запишется как *СВ : 42°*.

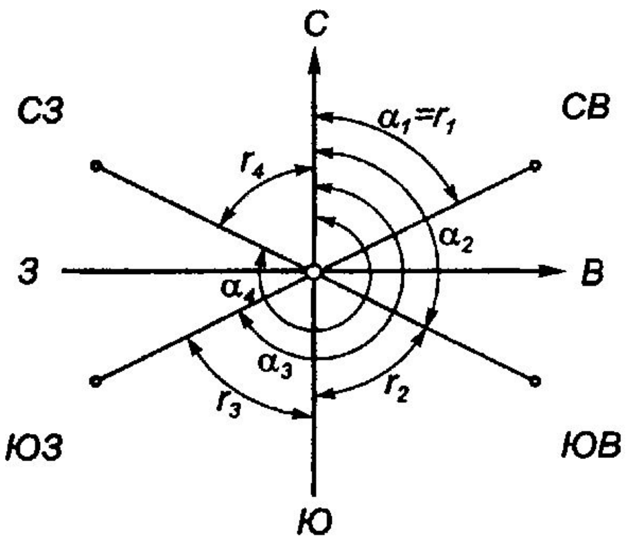


Рис. 11. *Румбы*

В геодезии часто пользуются численными значениями румбов (без указания четвертей), называемыми ***табличными углами***. Соотношения между дирекционными углами (азимутами) и румбами (табличными углами) по четвертям, установленные согласно схеме рис. 11, приведены в табл. 1.

Замена дирекционных углов табличными позволяет правильно пользоваться таблицами натуральных значений тригонометрических функций, которые составлены для углов в пределах от 0° до 90°.

Таблица 1

Соотношения румбов и дирекционных углов

Четверти и их наименования	Значения дирекционных углов	Связь румбов (табличных углов) с дирекционными углами	Знаки приращений координат	
			Δx	Δy
I – СВ	0° – 90°	$r_1 = \alpha_1$	+	+
II – ЮВ	90° – 180°	$r_2 = 180° - \alpha_2$	–	+
III – ЮЗ	180° – 270°	$r_3 = \alpha_3 - 180°$	–	–
IV – СЗ	270° – 360°	$r_4 = 360° - \alpha_4$	+	–

Следует помнить, что в общем случае знаки приращений координат зависят от четверти, определяемой дирекционным углом заданного направления (см. табл. 1).

Тогда координаты искомой точки *2* определятся по формулам:

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \qquad y_2 = y_1 + \Delta y;$$

или

$$x_2 = x_1 + d_{1-2} \cos \alpha_{1-2}; \qquad y_2 = y_1 + d_{1-2} \sin \alpha_{1-2}. \tag{12}$$

Приращения координат и координаты искомой точки вычисляются с точностью, соответствующей точности измерения горизонтальной длины линии.

Обратная геодезическая задача. По известным координатам точек $3(x_3, y_3)$ и $4(x_4, y_4)$ требуется определить горизонтальное проложение стороны d_{3-4} и дирекционный угол направления α_{3-4}.

Согласно рис. 12 и формулам (11) можно записать

$$\Delta x = x_4 - x_3; \qquad \Delta y = y_4 - y_3. \tag{13}$$

По найденным значениям приращений координат Δx и Δy, решая прямоугольный треугольник, вычисляют табличный угол:

$$tg\, r = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

отсюда

$$r = arctg\left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|. \tag{14}$$

По знакам приращений координат Δx и Δy определяют, в какой четверти находится данное направление. Затем, руководствуясь соотношением между табличным и дирекционным углами (см. табл. 1), находят дирекционный угол направления. Например, в рассматриваемом случае знаки приращений координат показывают, что направление *3—4* находится в IV четверти, тогда $\alpha_{3-4} = 360° - r$. Зная дирекционный угол направления и приращения координат, определяют горизонтальное проложение стороны

$$d_{3-4} = \frac{\Delta x}{\cos\alpha_{3-4}} = \frac{\Delta y}{\sin\alpha_{3-4}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}\ . \tag{15}$$

По формуле (15) значение горизонтального проложения стороны определяется трижды; сходимость результатов служит надежным контролем решения задачи. Наибольшее внимание при решении обратной задачи следует уделять вычислению приращений координат Δx и Δy.