Зональная система плоских прямоугольных координат.

Ориентирование линий

A

Для удобства измерения прямоугольных координат при решении практических задач на планах и картах наносят координатную сетку (см. рис. 7, *б*), которая представляет собой систему линий, проведенных через определенное расстояние параллельно осевому меридиану зоны (оси x) и экватору (оси y).

На территории России, полностью расположенной в Северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс (x) условно переносят на 500 км к западу от осевого меридиана (рис. 7, *в*). Исправленную таким образом ординату называют *преобразованной* (приведенной). Как следует из рис. 7, *в*,

$$\bar{y}_A = 500\ \text{км} + y_A;\quad \bar{y}_B = 500\ \text{км} + y_B.$$

x

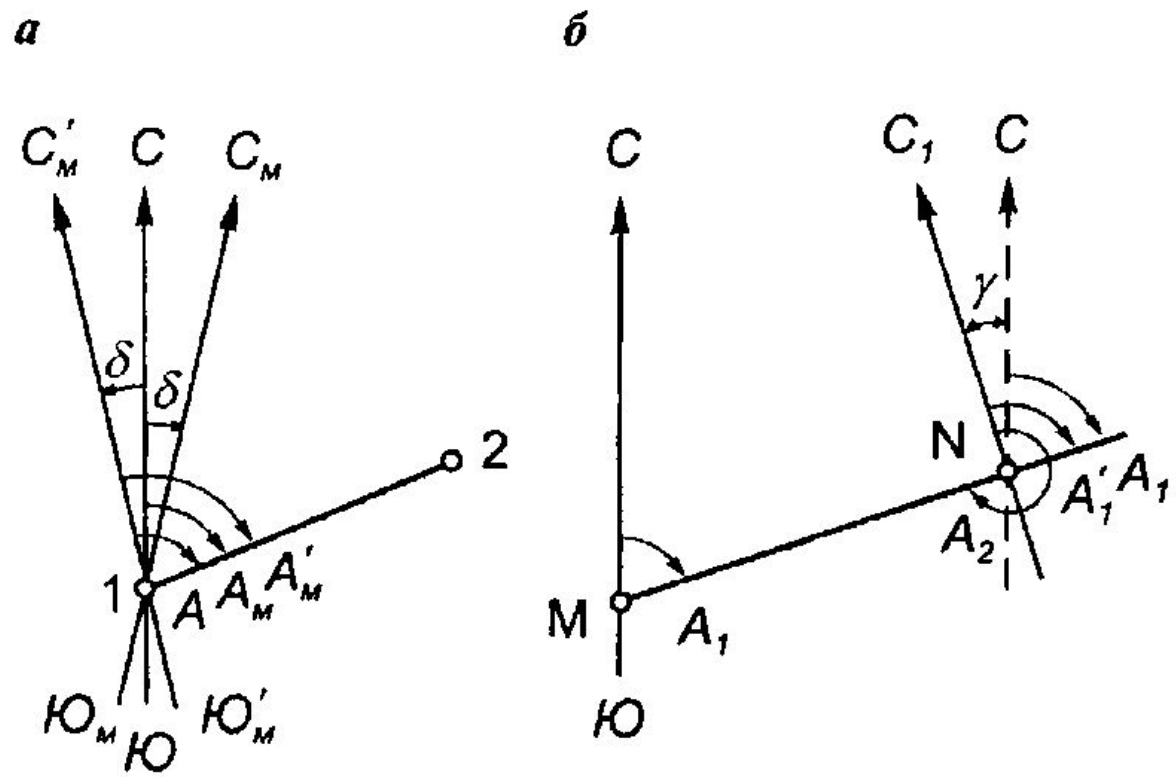


Рис. 9. *Истинный и магнитный азимуты*

т. е. *истинный азимут направления равен магнитному азимуту плюс склонение магнитной стрелки со своим знаком.*

Связь истинных азимутов линии в различных ее точках. Сближение меридианов. В геодезии принято различать прямые и обратные направления линий местности. Если направление линии *MN* с точки *M* на точку *N* (рис. 9, *б*) считать прямым, то *NM* будет обратным направлением той же линии. В соответствии с этим угол A_1 является *прямым азимутом линии* **MN** в точке *M*, а A_2 — *обратным азимутом* той же линии в точке *N*.

Вследствие сферичности Земли меридианы в различных точках, расположенных на одной линии, не параллельны между собой. Поэтому азимут линии в каждой ее точке имеет различное значение. *Угол между направлениями меридианов в данных двух точках линии называется* ***сближением меридианов*** γ.

Как следует из рис. 9, *б*, зависимость между прямым и обратным азимутами линии *MN* определится выражением:

$$A_2 = A_1 + 180^\circ + \gamma,$$

или в общем случае $A_{пр} = A_{обр} \pm 180^\circ + \gamma$.

Если известны долготы точек *M* и *N*, то сближение меридианов

$$\gamma' = \Delta\lambda' \sin\varphi ,$$

где $\Delta\lambda$ — разность долгот меридианов, проходящих через точки *M* и *N*; φ — средняя широта ориентируемой линии.

Дирекционный угол. При изображении земной поверхности в проекции Гаусса – Крюгера для ориентирования линий в пределах каждой зоны за исходное направление принимают осевой меридиан, т. е. ось *Ox*.

Угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления осевого меридиана, т. е. оси *Ox*, либо линии, ей параллельной, до данного направления, называется **дирекционным углом** α (рис. 10, *а*).

Дирекционные углы, как и азимуты линий, изменяются от 0° до 360°. Дирекционный угол направления *AB* называется *прямым* и соответственно направления *BA* — *обратным*. Из рис. 10, *а* следует, что

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ,$$

или в общем случае $\alpha_{обр} = \alpha_{пр} \pm 180^\circ$, т. е. *обратный дирекционный угол направления равен прямому дирекционному углу этого направления плюс (минус) 180°*.

В отличие от азимутов дирекционный угол линии в любой ее точке сохраняет свою величину. Поэтому предпочтительно во всех возможных случаях производства геодезических и землеустроительных работ ориентирование линий осуществлять с помощью дирекционных углов.

Понятие о сближении меридианов в зональной системе плоских прямоугольных координат. Дирекционный угол какого-либо направления не может быть измерен непосредственно на местности, однако его можно вычислить, если измерен истинный азимут данного направления.

В пределах зоны направления оси *Ox* и истинного меридиана совпадают лишь для точек, находящихся на осевом меридиане (см. рис. 10, *а*). В этом случае дирекционный угол α линии *AB* в точке *K* равен азимуту *A*. Для всех других точек линии истинный меридиан не совпадает с направлением, параллельным оси *Ox*, и поэтому в этих точках истинные азимуты направления не равны дирекционному углу.

Угол γ между северным направлением истинного меридиана и линией, параллельной осевому меридиану (оси *Ox*), ***есть сближение меридианов.***

Сближение меридианов отсчитывается от истинного меридиана и может быть восточным (со знаком «плюс»), если линия расположена в восточной части зоны, и западным (со знаком «минус»), если точка расположена в западной части зоны.

На основе рис. 10, *а* установим связь дирекционного угла α с истинными азимутами A_1 и A_2 линии *AB*:

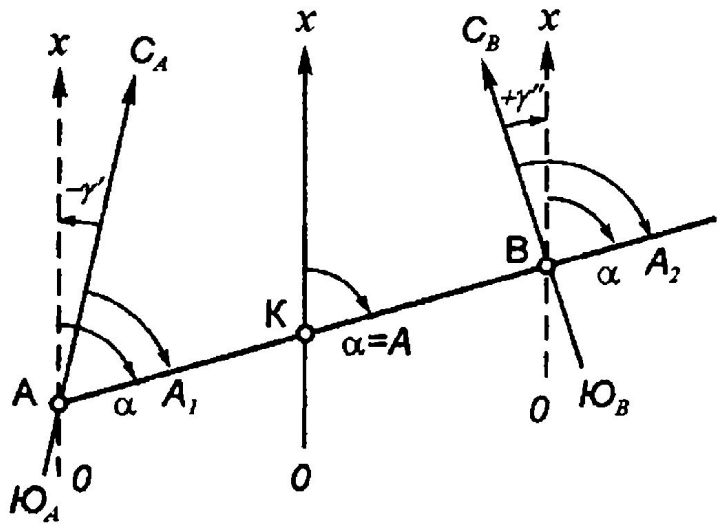
в точке *A* $\alpha = A_1 - (-\gamma')$;

в точке *B* $\alpha = A_1 - (-\gamma'')$.

Тогда в общем виде можно записать

$$\alpha = A - \gamma, \qquad (6)$$

т. е. *дирекционный угол направления равен истинному азимуту минус сближение меридианов (со своим знаком).*



Связь дирекционных углов с истинным и магнитным азимутами. Пусть *Ox* (рис. 10, *б*) — направление осевого меридиана зоны, в пределах которой располагаются точки *M* и *N* линии *MN*. Проведем через точки *M* и *N* направления истинных и магнитных меридианов и введем соответствующие обозначения ориентирных углов, сближений меридианов и склонений магнитной стрелки (см. рис. 10, *б*). Тогда с учетом знаков склонения магнитной стрелки и сближения меридианов в соответствующих точках связь дирекционного угла с истинным и магнитным азимутами направления *MN* определится выражениями:

в точке *M*

$$\alpha = A_{м_1} - \delta_1 + \gamma_1 = A_{м_1} + (-\delta_1) - (-\gamma_1);$$

в точке *N*

$$\alpha = A_{м_2} + \delta_2 - \gamma_2 = A_{м_2} + (+\delta_2) - (+\gamma_2).$$

Обобщая эти выражения, получим

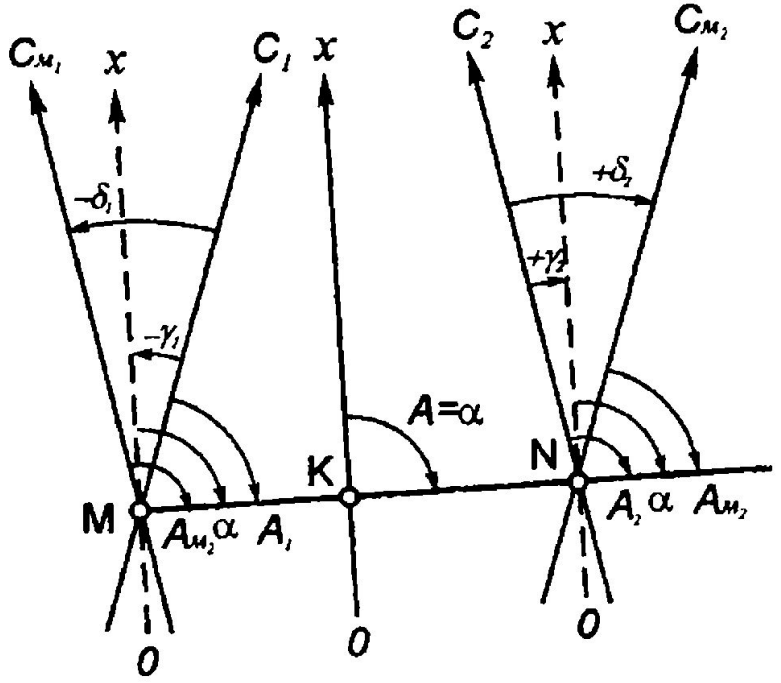
$$\alpha = A_м + \delta - \gamma. \qquad (7)$$

Формулу (7) можно записать в виде

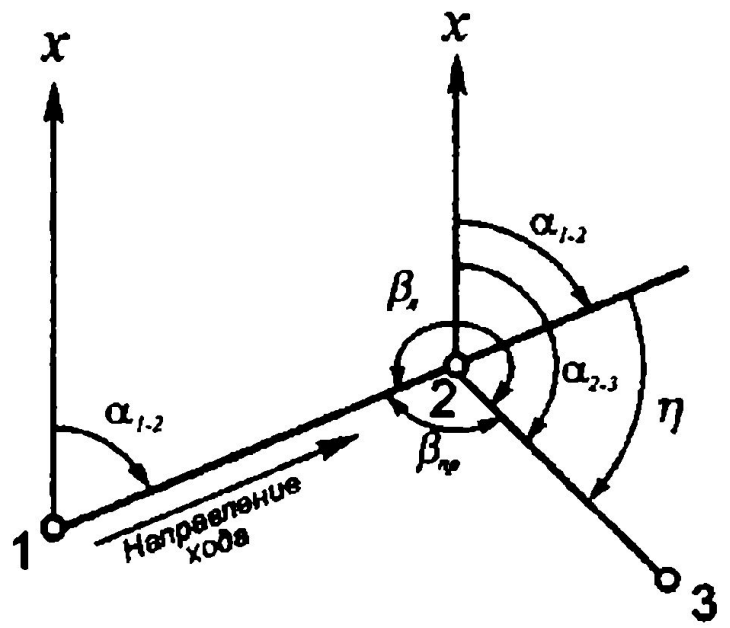
$$\alpha = A_м + П,$$

где $П = \delta - \gamma$ — суммарная поправка за склонение магнитной стрелки и сближение меридианов со своими знаками.

б



в



Полученные для конкретного случая формулы (8) и (9) справедливы для определения дирекционного угла любой последующей стороны. Тогда для общего случая можно записать:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_{пр};$$

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^0 + \beta_л, \qquad (10)$$

т. е. *дирекционный угол последующей стороны равен дирекционному углу предыдущей стороны плюс (или минус) 180° минус правый (или плюс левый) по ходу измеренный горизонтальный угол.*

В некоторых случаях геодезической практики ориентирование линий на местности производится с помощью румбов.

***Румбом** называется острый угол, отсчитываемый от ближайшего (северного или южного) направления осевого меридиана до данного направления.* Румб изменяется от 0° до 90° и сопровождается наименованием четверти относительно стран света (рис. 11): I четверть — СВ, II — ЮВ, III — ЮЗ и IV — СЗ. Например, r_1 = 42° запишется как *СВ : 42°*.

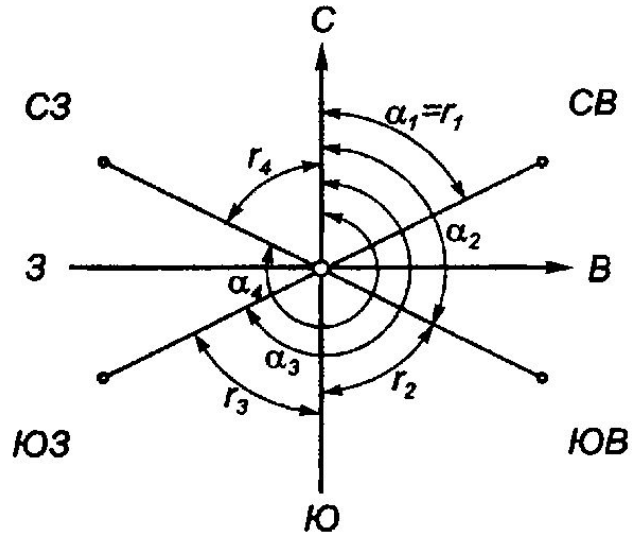


Рис. 11. *Румбы*

В геодезии часто пользуются численными значениями румбов (без указания четвертей), называемыми ***табличными углами***. Соотношения между дирекционными углами (азимутами) и румбами (табличными углами) по четвертям, установленные согласно схеме рис. 11, приведены в табл. 1.

Замена дирекционных углов табличными позволяет правильно пользоваться таблицами натуральных значений тригонометрических функций, которые составлены для углов в пределах от 0° до 90°.

Таблица 1

Соотношения румбов и дирекционных углов

Четверти и их наименования	Значения дирекционных углов	Связь румбов (табличных углов) с дирекционными углами	Знаки приращений координат	
			Δx	Δy
I – СВ	0° – 90°	$r_1 = \alpha_1$	+	+
II – ЮВ	90° – 180°	$r_2 = 180° - \alpha_2$	–	+
III – ЮЗ	180° – 270°	$r_3 = \alpha_3 - 180°$	–	–
IV – СЗ	270° – 360°	$r_4 = 360° - \alpha_4$	+	–

Следует помнить, что в общем случае знаки приращений координат зависят от четверти, определяемой дирекционным углом заданного направления (см. табл. 1).

Тогда координаты искомой точки *2* определятся по формулам:

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \qquad y_2 = y_1 + \Delta y;$$

или

$$x_2 = x_1 + d_{1-2}\cos\alpha_{1-2}; \qquad y_2 = y_1 + d_{1-2}\sin\alpha_{1-2}. \tag{12}$$

Приращения координат и координаты искомой точки вычисляются с точностью, соответствующей точности измерения горизонтальной длины линии.

Обратная геодезическая задача. По известным координатам точек $3(x_3, y_3)$ и $4(x_4, y_4)$ требуется определить горизонтальное проложение стороны d_{3-4} и дирекционный угол направления α_{3-4}.

Согласно рис. 12 и формулам (11) можно записать

$$\Delta x = x_4 - x_3; \qquad \Delta y = y_4 - y_3. \tag{13}$$

По найденным значениям приращений координат Δx и Δy, решая прямоугольный треугольник, вычисляют табличный угол:

$$tg\, r = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

отсюда

$$r = arctg\left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|. \tag{14}$$

По знакам приращений координат Δx и Δy определяют, в какой четверти находится данное направление. Затем, руководствуясь соотношением между табличным и дирекционным углами (см. табл. 1), находят дирекционный угол направления. Например, в рассматриваемом случае знаки приращений координат показывают, что направление *3—4* находится в IV четверти, тогда $\alpha_{3-4} = 360^\circ - r$. Зная дирекционный угол направления и приращения координат, определяют горизонтальное проложение стороны

$$d_{3-4} = \frac{\Delta x}{\cos \alpha_{3-4}} = \frac{\Delta y}{\sin \alpha_{3-4}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}\,. \tag{15}$$

По формуле (15) значение горизонтального проложения стороны определяется трижды; сходимость результатов служит надежным контролем решения задачи. Наибольшее внимание при решении обратной задачи следует уделять вычислению приращений координат Δx и Δy.