

**Зональная система плоских  
прямоугольных координат.**

Ориентирование линий





Для удобства измерения прямоугольных координат при решении практических задач на планах и картах наносят координатную сетку (см. рис. 7, б), которая представляет собой систему линий, проведенных через определенное расстояние параллельно осевому меридиану зоны (оси  $x$ ) и экватору (оси  $y$ ).

На территории России, полностью расположенной в Северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс ( $x$ ) условно переносят на 500 км к западу от осевого меридиана (рис. 7, в). Исправленную таким образом ординату называют *преобразованной* (приведенной). Как следует из рис. 7, в,

$$\bar{y}_A = 500 \text{ км} + y_A; \quad \bar{y}_B = 500 \text{ км} + y_B.$$





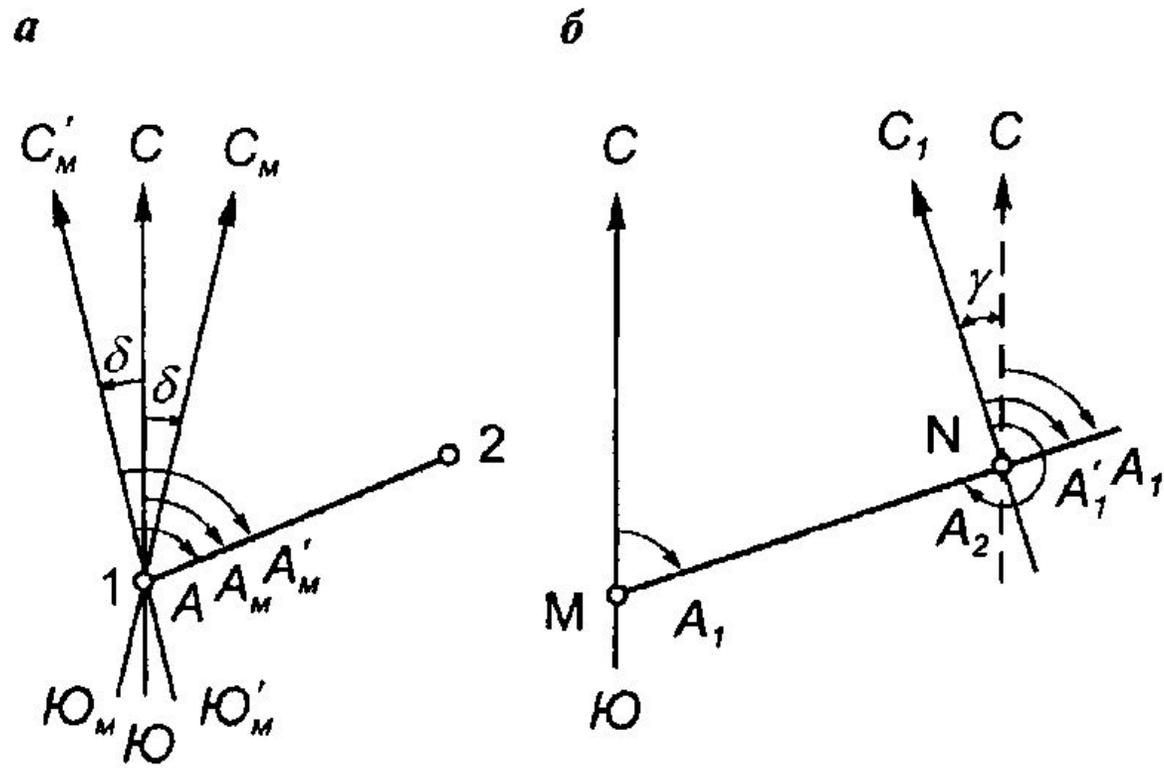


Рис. 9. Истинный и магнитный азимуты

т. е. истинный азимут направления равен магнитному азимуту плюс склонение магнитной стрелки со своим знаком.

**Связь истинных азимутов линии в различных ее точках. Сближение меридианов.** В геодезии принято различать прямые и обратные направления линий местности. Если направление линии  $MN$  с точки  $M$  на точку  $N$  (рис. 9, б) считать прямым, то  $NM$  будет обратным направлением той же линии. В соответствии с этим угол  $A_1$  является *прямым азимутом* линии  $MN$  в точке  $M$ , а  $A_2$  — *обратным азимутом* той же линии в точке  $N$ .

Вследствие сферичности Земли меридианы в различных точках, расположенных на одной линии, не параллельны между собой. Поэтому азимут линии в каждой ее точке имеет различное значение. Угол между направлениями меридианов в данных двух точках линии называется *сближением меридианов*  $\gamma$ .

Как следует из рис. 9, б, зависимость между прямым и обратным азимутами линии  $MN$  определится выражением:

$$A_2 = A_1 + 180^\circ + \gamma,$$

или в общем случае  $A_{пр} = A_{обр} \pm 180^\circ + \gamma$ .

Если известны долготы точек  $M$  и  $N$ , то сближение меридианов

$$\gamma' = \Delta\lambda' \sin \varphi,$$

где  $\Delta\lambda$  — разность долгот меридианов, проходящих через точки  $M$  и  $N$ ;  $\varphi$  — средняя широта ориентируемой линии.

**Дирекционный угол.** При изображении земной поверхности в проекции Гаусса – Крюгера для ориентирования линий в пределах каждой зоны за исходное направление принимают осевой меридиан, т. е. ось  $Ox$ .

Угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления осевого меридиана, т. е. оси  $Ox$ , либо линии, ей параллельной, до данного направления, называется **дирекционным углом**  $\alpha$  (рис. 10, а).

Дирекционные углы, как и азимуты линий, изменяются от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Дирекционный угол направления  $AB$  называется *прямым* и соответственно направления  $BA$  — *обратным*. Из рис. 10, а следует, что

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ,$$

или в общем случае  $\alpha_{обр} = \alpha_{пр} \pm 180^\circ$ , т. е. *обратный дирекционный угол направления равен прямому дирекционному углу этого направления плюс (минус)  $180^\circ$ .*

В отличие от азимутов дирекционный угол линии в любой ее точке сохраняет свою величину. Поэтому предпочтительно во всех возможных случаях производства геодезических и землеустроительных работ ориентирование линий осуществлять с помощью дирекционных углов.

**Понятие о сближении меридианов в зональной системе плоских прямоугольных координат.** Дирекционный угол какого-либо направления не может быть измерен непосредственно на местности, однако его можно вычислить, если измерен истинный азимут данного направления.

В пределах зоны направления оси  $Ox$  и истинного меридиана совпадают лишь для точек, находящихся на осевом меридиане (см. рис. 10, а). В этом случае дирекционный угол  $\alpha$  линии  $AB$  в точке  $K$  равен азимуту  $A$ . Для всех других точек линии истинный меридиан не совпадает с направлением, параллельным оси  $Ox$ , и поэтому в этих точках истинные азимуты направления не равны дирекционному углу.

Угол  $\gamma$  между северным направлением истинного меридиана и линией, параллельной осевому меридиану (оси  $Ox$ ), есть **сближение меридианов**.

Сближение меридианов отсчитывается от истинного меридиана и может быть восточным (со знаком «плюс»), если линия расположена в восточной части зоны, и западным (со знаком «минус»), если точка расположена в западной части зоны.

На основе рис. 10, а установим связь дирекционного угла  $\alpha$  с истинными азимутами  $A_1$  и  $A_2$  линии  $AB$ :

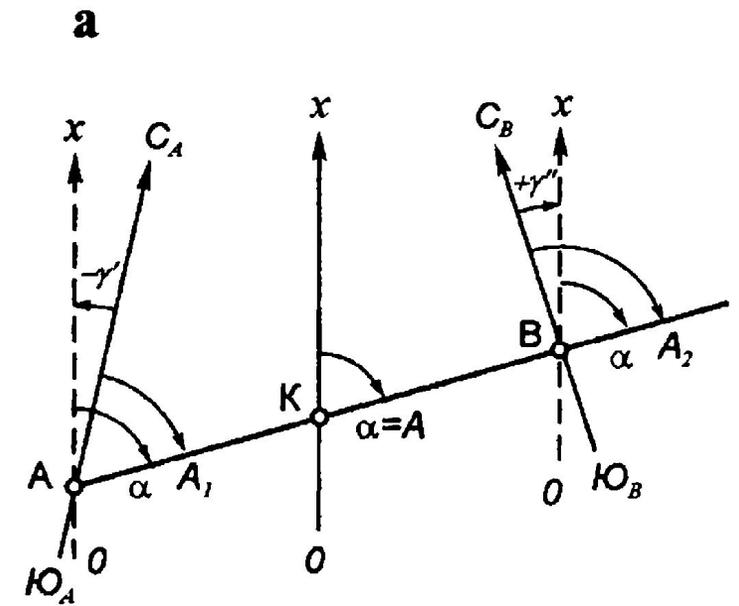
$$\text{в точке } A \quad \alpha = A_1 - (-\gamma');$$

$$\text{в точке } B \quad \alpha = A_1 - (-\gamma'').$$

Тогда в общем виде можно записать

$$\alpha = A - \gamma, \quad (6)$$

т. е. дирекционный угол направления равен истинному азимуту минус сближение меридианов (со своим знаком).



**Связь дирекционных углов с истинным и магнитным азимутами.** Пусть  $Ox$  (рис. 10, б) — направление осевого меридиана зоны, в пределах которой располагаются точки  $M$  и  $N$  линии  $MN$ . Проведем через точки  $M$  и  $N$  направления истинных и магнитных меридианов и введем соответствующие обозначения ориентирных углов, сближений меридианов и склонений магнитной стрелки (см. рис. 10, б). Тогда с учетом знаков склонения магнитной стрелки и сближения меридианов в соответствующих точках связь дирекционного угла с истинным и магнитным азимутами направления  $MN$  определится выражениями:

в точке  $M$

$$\alpha = A_{m_1} - \delta_1 + \gamma_1 = A_{m_1} + (-\delta_1) - (-\gamma_1);$$

в точке  $N$

$$\alpha = A_{m_2} + \delta_2 - \gamma_2 = A_{m_2} + (+\delta_2) - (+\gamma_2).$$

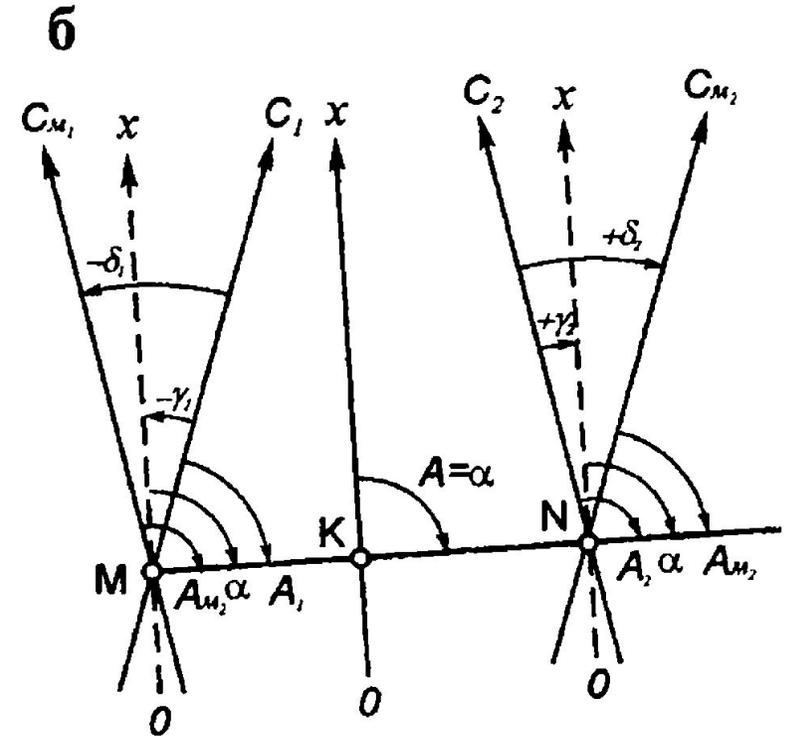
Обобщая эти выражения, получим

$$\alpha = A_m + \delta - \gamma. \quad (7)$$

Формулу (7) можно записать в виде

$$\alpha = A_m + \Pi,$$

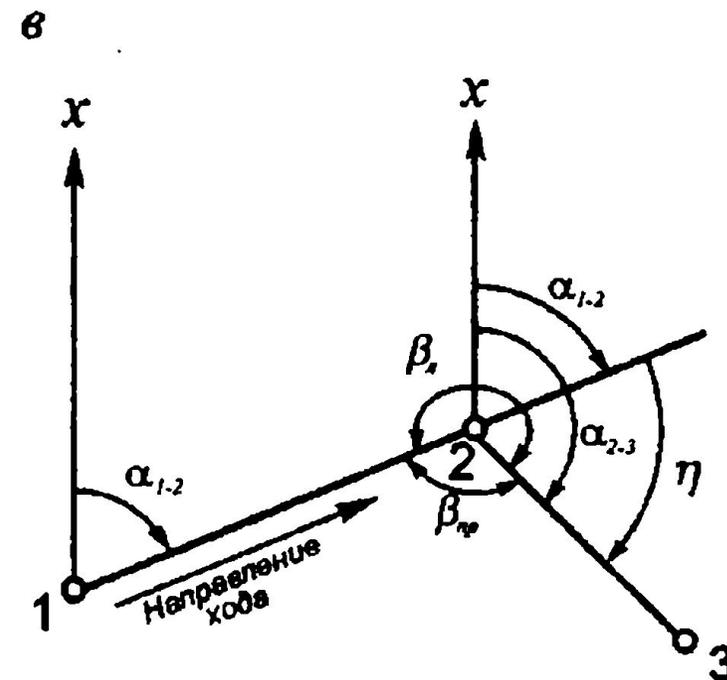
где  $\Pi = \delta - \gamma$  — суммарная поправка за склонение магнитной стрелки и сближение меридианов со своими знаками.



Полученные для конкретного случая формулы (8) и (9) справедливы для определения дирекционного угла любой последующей стороны. Тогда для общего случая можно записать:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_{np}; \\ \alpha_n &= \alpha_{n-1} - 180^\circ + \beta_n, \end{aligned} \quad (10)$$

т. е. дирекционный угол последующей стороны равен дирекционному углу предыдущей стороны плюс (или минус)  $180^\circ$  минус правый (или плюс левый) по ходу измеренный горизонтальный угол.



В некоторых случаях геодезической практики ориентирование линий на местности производится с помощью румбов.

**Румбом** называется острый угол, отсчитываемый от ближайшего (северного или южного) направления осевого меридиана до данного направления. Румб изменяется от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  и сопровождается наименованием четверти относительно стран света (рис. 11): I четверть — СВ, II — ЮВ, III — ЮЗ и IV — СЗ. Например,  $r_1 = 42^\circ$  запишется как СВ :  $42^\circ$ .

В геодезии часто пользуются численными значениями румбов (без указания четвертей), называемыми **табличными углами**. Соотношения между дирекционными углами (азимутами) и румбами (табличными углами) по четвертям, установленные согласно схеме рис. 11, приведены в табл. 1.

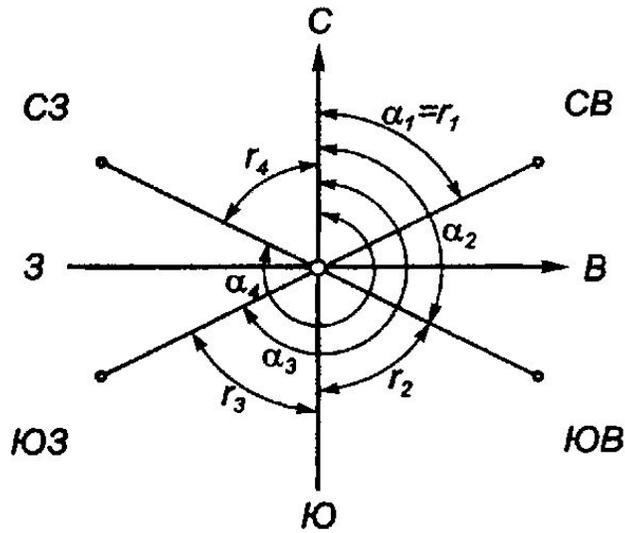


Рис. 11. Румбы

Замена дирекционных углов табличными позволяет правильно пользоваться таблицами натуральных значений тригонометрических функций, которые составлены для углов в пределах от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

Таблица 1

Соотношения румбов и дирекционных углов

Четверти и их наименования	Значения дирекционных углов	Связь румбов (табличных углов) с дирекционными углами	Знаки приращений координат	
			$\Delta x$	$\Delta y$
I — СВ	$0^\circ - 90^\circ$	$r_1 = \alpha_1$	+	+
II — ЮВ	$90^\circ - 180^\circ$	$r_2 = 180^\circ - \alpha_2$	-	+
III — ЮЗ	$180^\circ - 270^\circ$	$r_3 = \alpha_3 - 180^\circ$	-	-
IV — СЗ	$270^\circ - 360^\circ$	$r_4 = 360^\circ - \alpha_4$	+	-

Следует помнить, что в общем случае знаки приращений координат зависят от четверти, определяемой дирекционным углом заданного направления (см. табл. 1).

Тогда координаты искомой точки 2 определяются по формулам:

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \quad y_2 = y_1 + \Delta y;$$

или

$$x_2 = x_1 + d_{1-2} \cos \alpha_{1-2}; \quad y_2 = y_1 + d_{1-2} \sin \alpha_{1-2}. \quad (12)$$

Приращения координат и координаты искомой точки вычисляются с точностью, соответствующей точности измерения горизонтальной длины линии.

**Обратная геодезическая задача.** По известным координатам точек  $3(x_3, y_3)$  и  $4(x_4, y_4)$  требуется определить горизонтальное проложение стороны  $d_{3-4}$  и дирекционный угол направления  $\alpha_{3-4}$ .

Согласно рис. 12 и формулам (11) можно записать

$$\Delta x = x_4 - x_3; \quad \Delta y = y_4 - y_3. \quad (13)$$

По найденным значениям приращений координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , решая прямоугольный треугольник, вычисляют табличный угол:

$$\operatorname{tg} r = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

отсюда

$$r = \operatorname{arctg} \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|. \quad (14)$$

По знакам приращений координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$  определяют, в какой четверти находится данное направление. Затем, руководствуясь соотношением между табличным и дирекционным углами (см. табл. 1), находят дирекционный угол направления. Например, в рассматриваемом случае знаки приращений координат показывают, что направление 3–4 находится в IV четверти, тогда  $\alpha_{3-4} = 360^\circ - r$ . Зная дирекционный угол направления и приращения координат, определяют горизонтальное проложение стороны

$$d_{3-4} = \frac{\Delta x}{\cos \alpha_{3-4}} = \frac{\Delta y}{\sin \alpha_{3-4}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \quad (15)$$

По формуле (15) значение горизонтального проложения стороны определяется трижды; сходимость результатов служит надежным контролем решения задачи. Наибольшее внимание при решении обратной задачи следует уделять вычислению приращений координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$ .