

Методика преподавания математики и информатики

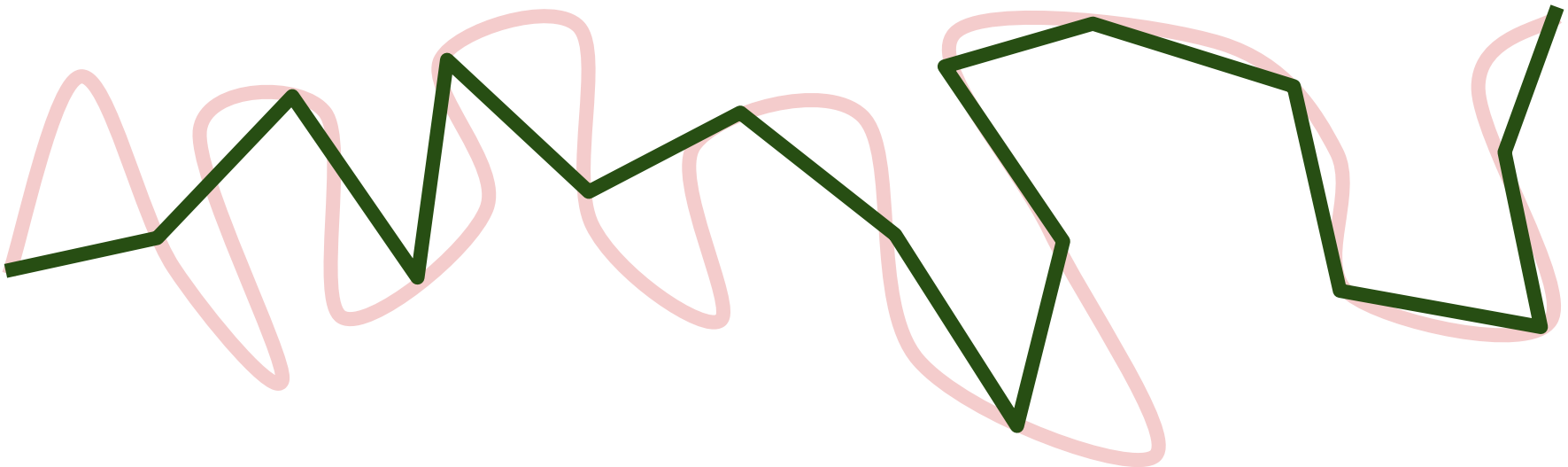
Занятие 2

Степень и логарифм

М. А. Посицельская,
А. Б. Дронзик, А. А. Муранов

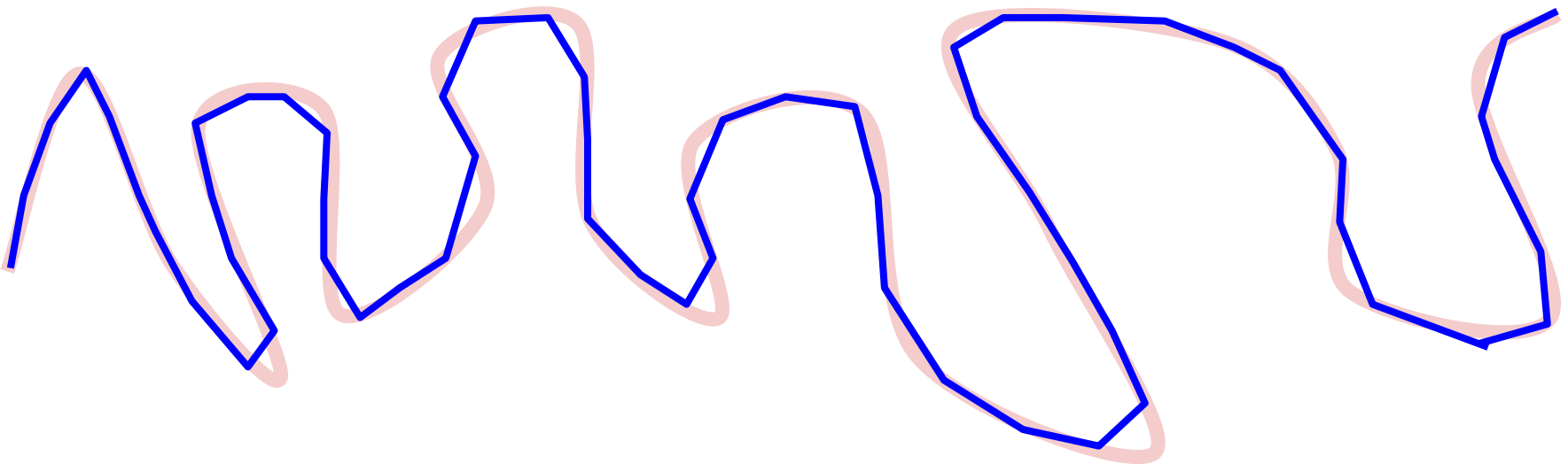
Измерение длины кривой

- Может так получиться, что одну и ту же кривую измеряют с разным шагом.
- Например, итальянцы меряют границу с шагом 5 км:



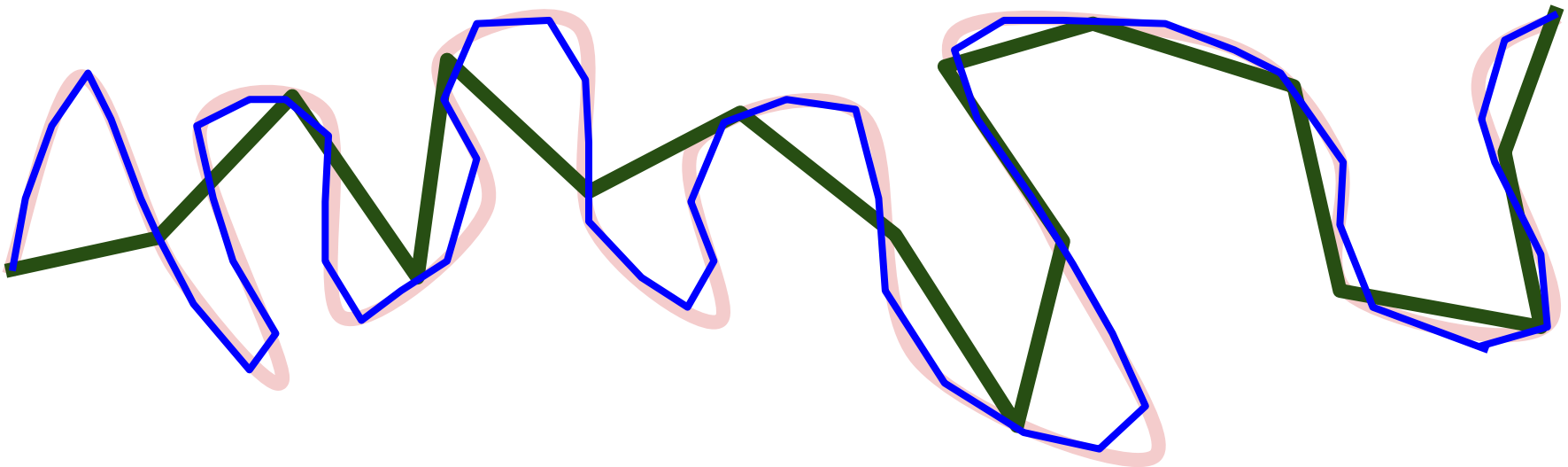
Измерение длины кривой

- Может так получиться, что одну и ту же кривую измеряют с разным шагом.
- Например, итальянцы меряют границу с шагом 5 км, а французы меряют ту же границу с шагом в 1 км:

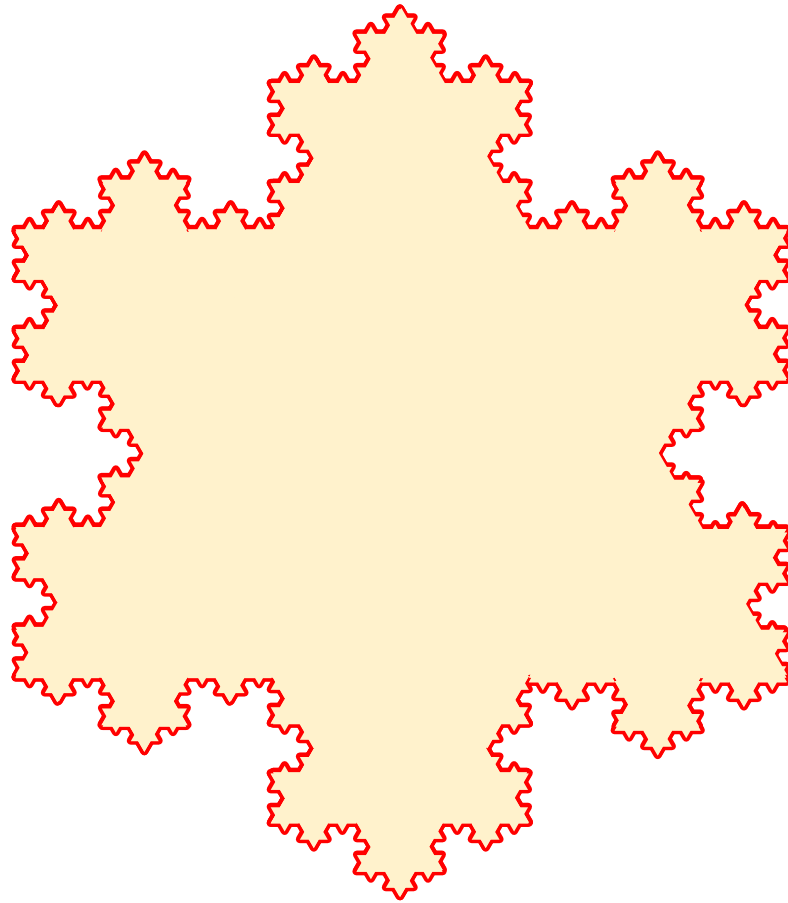


Измерение длины кривой

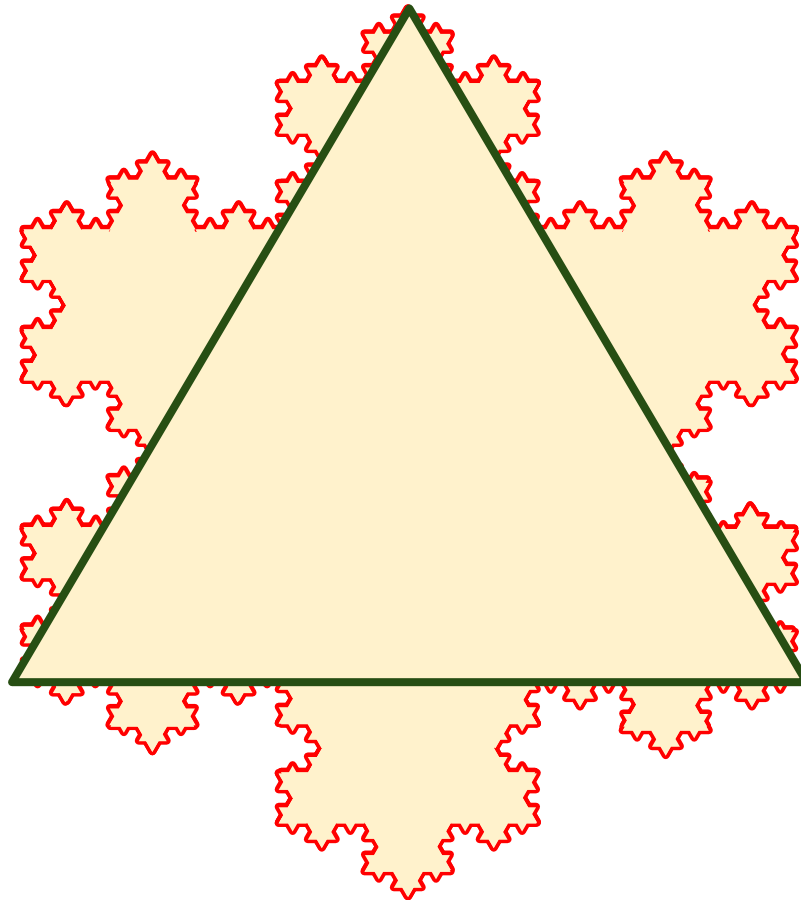
- Зелёная линия (итальянская) значительно короче синей.
- Синяя линия (французская) значительно ближе к реальной линии границы.



Кривая бесконечной длины

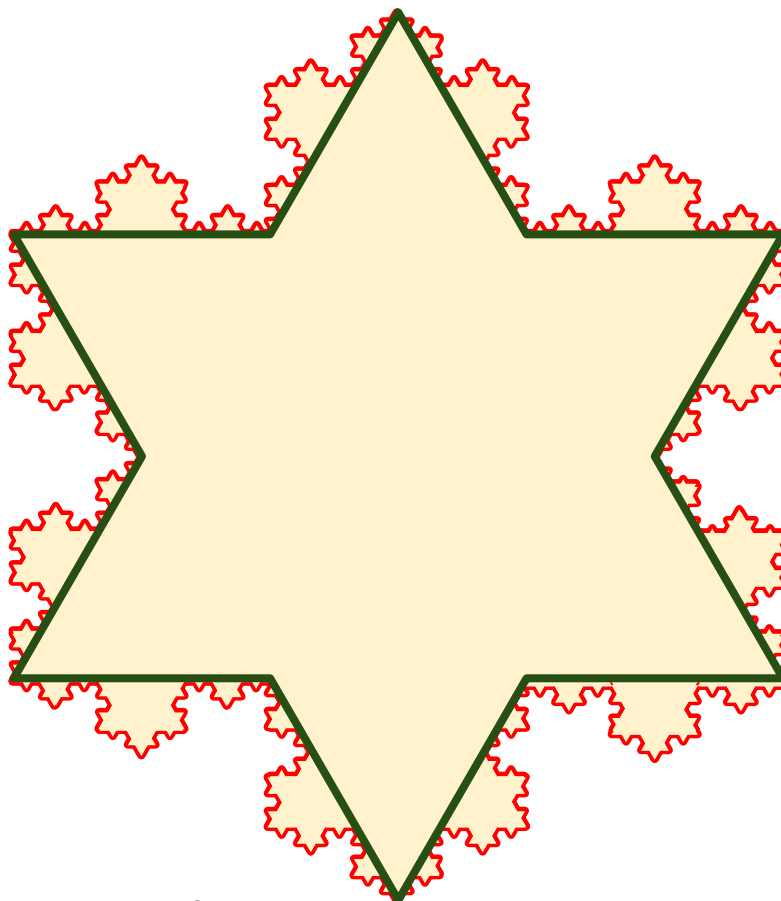


Кривая бесконечной длины



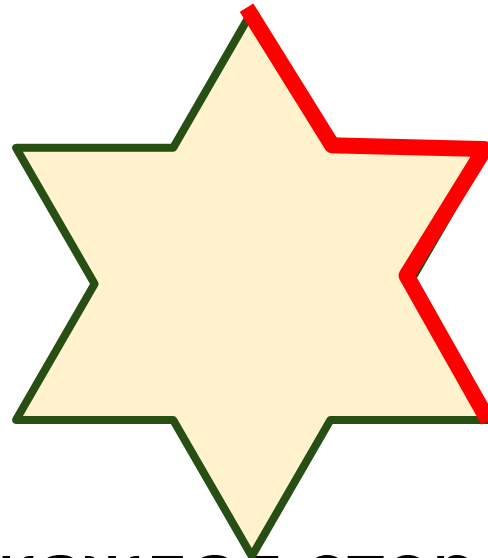
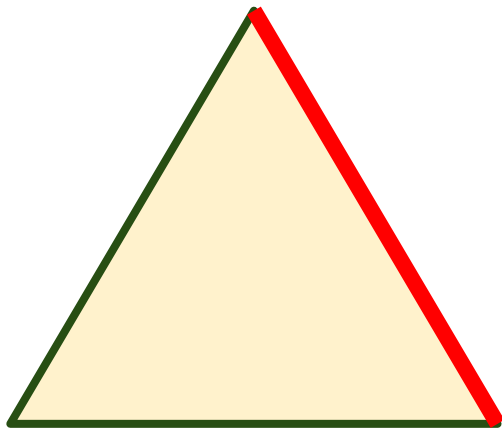
Если измерять с шагом 1,
получается 3.

Кривая бесконечной длины



С шагом $1/3$ получается 12-
угольник.

Кривая бесконечной длины

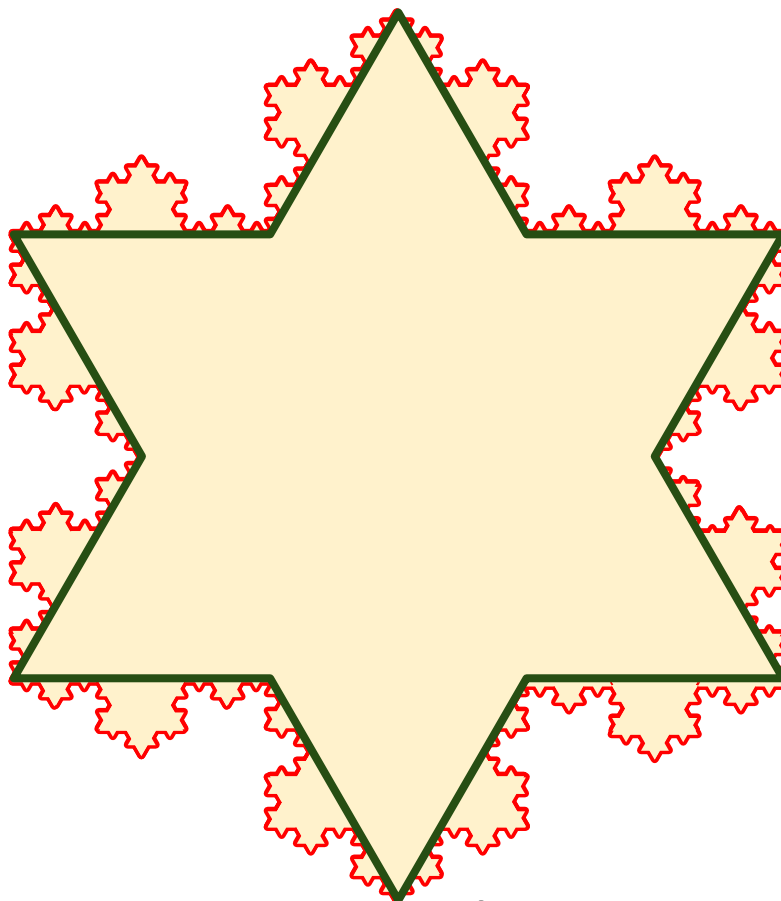


При уменьшении шага каждая сторона заменилась на ломаную из четырёх звеньев.

Средняя треть отрезка заменилась на два отрезка такой же длины.

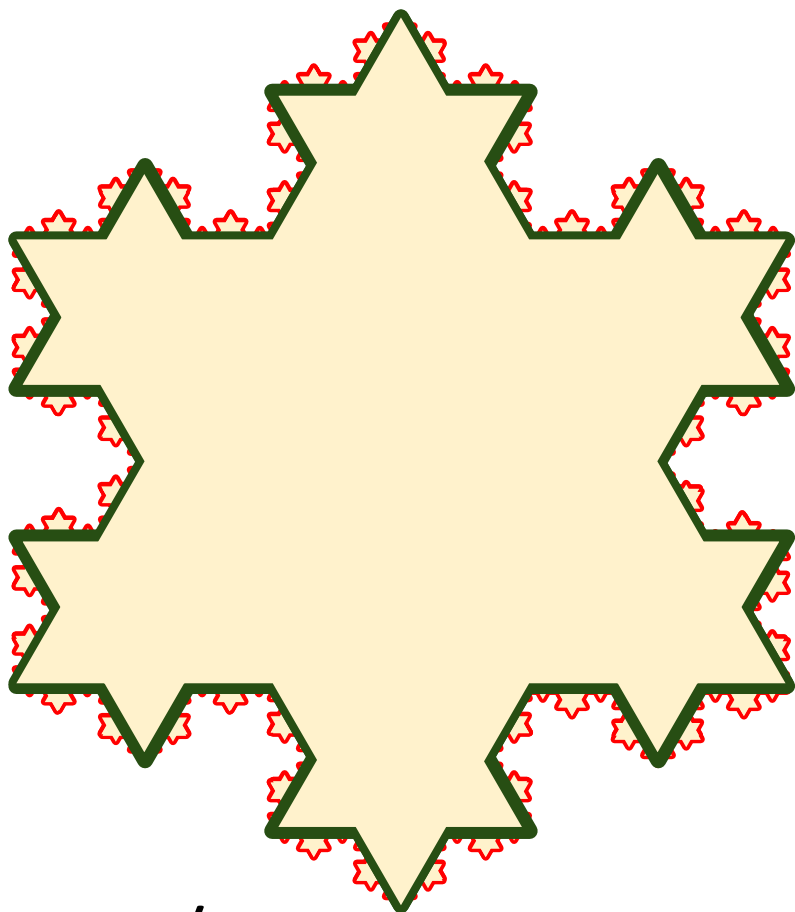
Длина ломаной увеличилась в $4/3$ раза.

Кривая бесконечной длины



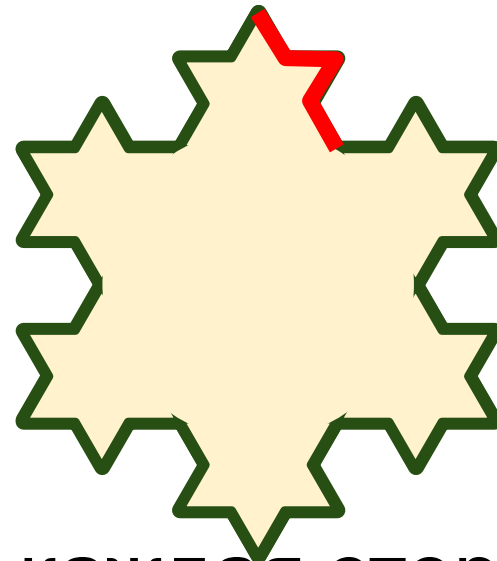
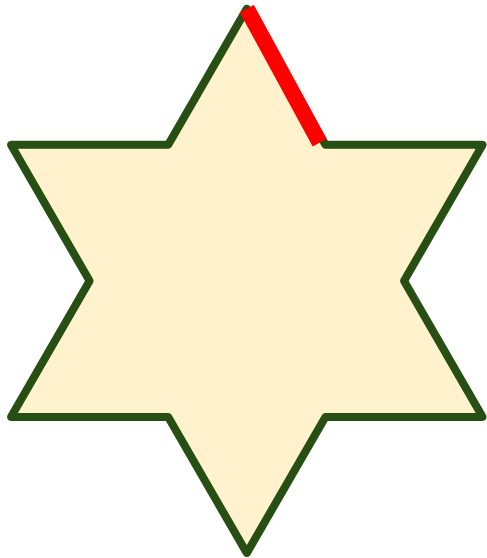
Длина увеличилась в $4/3$ раза и стала равна 4.

Кривая бесконечной длины



С шагом $1/9$ получается 48-угольник.

Кривая бесконечной длины

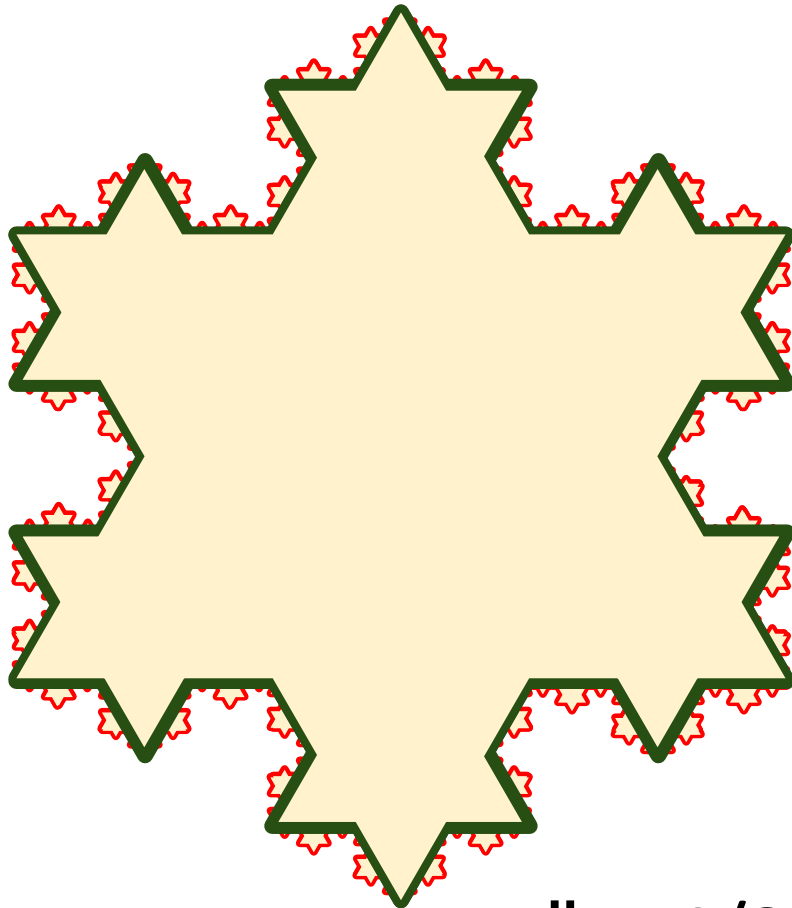


При уменьшении шага каждая сторона заменилась на ломаную из четырёх звеньев.

Средняя треть отрезка заменилась на два отрезка такой же длины.

Длина ломаной увеличилась в $4/3$ раза.

Кривая бесконечной длины



С шагом $1/9$ получается ещё в $4/3$ раза больше.

Кривая бесконечной длины

Чем меньше шаг измерения, тем больше длина кривой.

шаг измерения	1	1/3	1/9	1/27	1/(27*27)
длина, не меньше	3	4	16/3	64/9 > 6	... > 12

При переходе от шага 1 к шагу $1/27$ результат измерения удвоился (было 3, стало > 6).

При переходе от шага $1/27$ к шагу $1/(27 \times 27)$ результат измерения снова удвоится

Многократное удвоение

Сколько раз нужно удваивать число, чтобы оно выросло в 1 000 раз? $\log_2 1000 = ?$

сколько раз удваиваем	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
во сколько раз больше										

Сколько раз нужно удваивать число, чтобы оно выросло в 1 000 000 раз?

$$\log_2 1000\ 000 = ?$$

Двоичный логарифм

Двоичный логарифм числа - это количество двоек, которые нужно перемножить, чтобы получить это число.

число	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
двоичный логарифм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

число	1 000	1 000 000	1 000 000 000
двоичный логарифм			

Десятичный логарифм

Десятичный логарифм числа - это количество десятков, которые нужно перемножить,

чтобы получить это число.

число	10	100	1000	10 000	100 000
десятичный логарифм					

число	1 000 000	10 000 000	1 000 000 000
десятичный логарифм			

Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую
сделали
из большого листа, 50 раз сложив его
вдвое?

Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую
сделали
из большого листа, 50 раз сложив его
вдвое?

Толщина листа бумаги: 100 листов = 1 см

Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую сделали из большого листа, 50 раз сложив его вдвое?

В книге, сложенной 10 раз, $2^{10} \approx 10^3$ листов.

В сложенной 20 раз $2^{10} \times 2^{10} \approx 10^6$ листов.

В сложенной 50 раз

$2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \approx 10^{15}$ листов.

Какую толщину имеют столько листов?

Многократное удвоение

Какова толщина тетради, которую сделали из большого листа, 50 раз сложив его вдвое?

В книге, сложенной 50 раз, $2^{50} \approx 10^{15}$ листов.

Какую толщину имеют столько листов?

$10^2 = 100$ листов ≈ 1 см

10^{2+13} листов $\approx 10^{13}$ см = 10^{11} м = 10^8 км

расстояние от Земли до Солнца 150 млн

Сколько в ведре напёрстков?

В системе развивающего обучения детям ставили задачу: измерить объём ведра в напёрстках. Давайте и мы попробуем решить эту задачу.

Некоторые итоги

Степень - это многократное умножение.

Логарифм - это количество множителей, необходимых для получения данного числа.

При измерении используют разные мерки.

Для транзитного пересчёта величин из одной мерки в другую через промежуточную используют умножение.