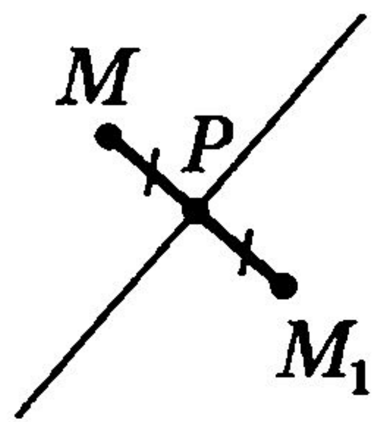
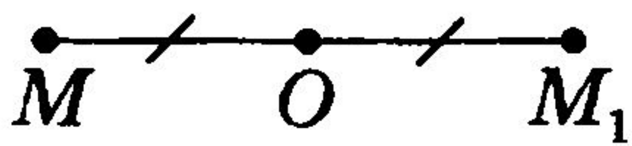
# ДВИЖЕНИЯ

**Геометрия**
**9-й класс**

# Отображение плоскости на себя

**Отображением плоскости на себя** называется такое соответствие между точками плоскости, при котором каждой точке сопоставляется некоторая точка той же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке.

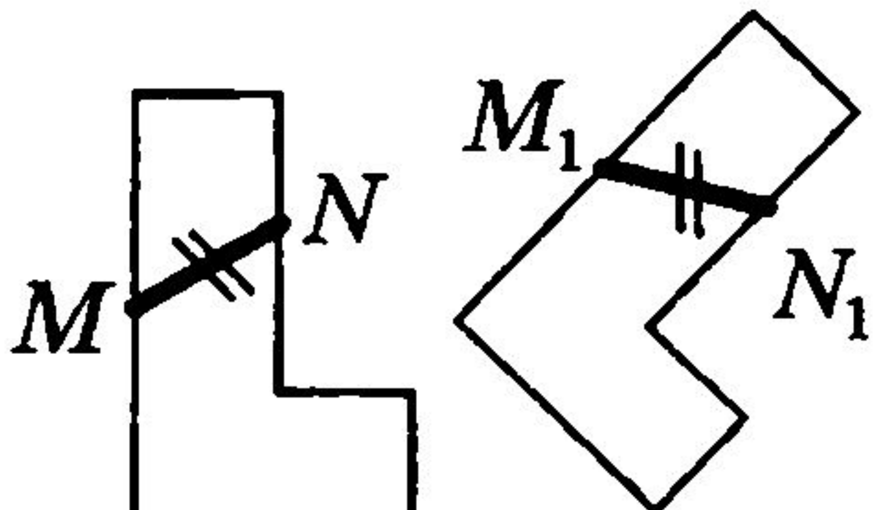


# Движение плоскости

**Движением плоскости** (или **перемещением**) называется отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние между точками.

Это означает, что если при движении любые две точки $M$ и $N$ отображаются на точки $M_1$ и $N_1$ соответственно, то $MN = M_1N_1$.

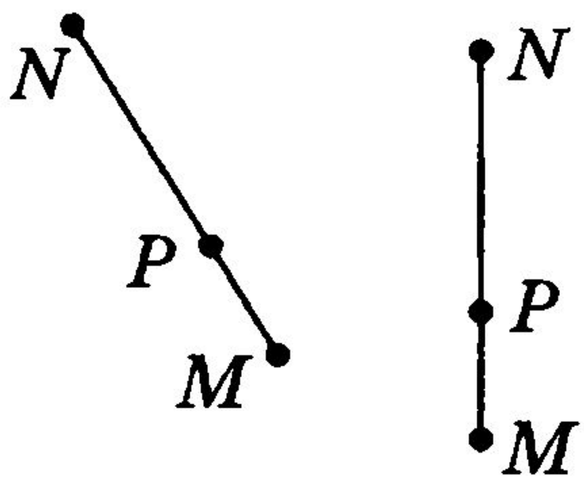


***Теорема***

При движении отрезок отображается на отрезок.

***Следствие***

При движении треугольник отображается на равный ему треугольник.



# Свойства движения

1. **При движении точки, лежащие на прямой, отображаются на точки, лежащие на прямой, причем порядок их взаимного расположения сохраняется.**
2. **Движение отображает прямую на прямую, луч – на луч, угол – на равный ему угол.**
3. **Два движения, выполненные последовательно, дают движение.**

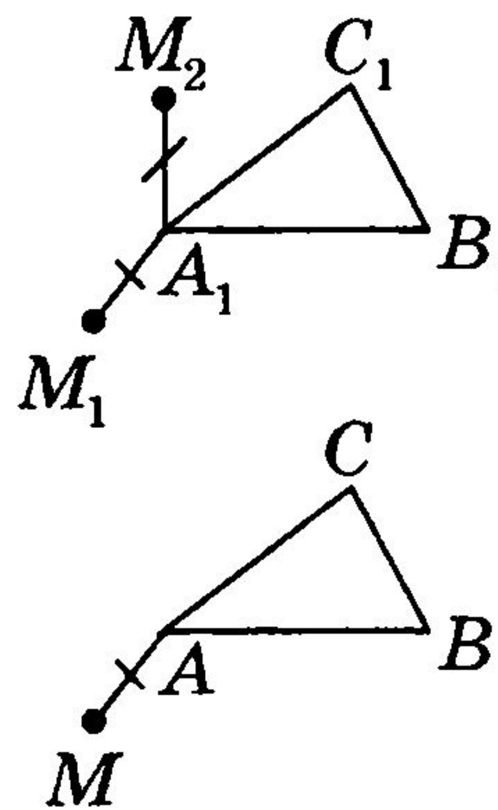
# Наложение и движение

*Теорема*

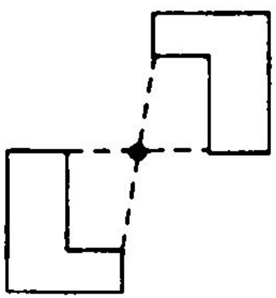
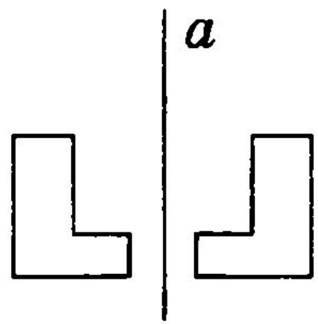
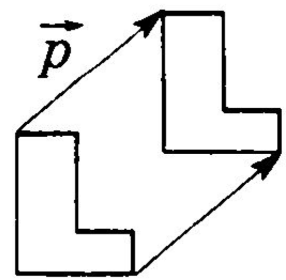
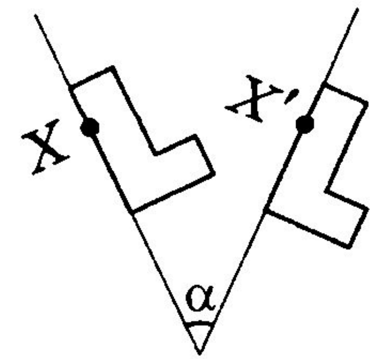
Любое наложение является движением, и любое движение является наложением.

*Следствие*

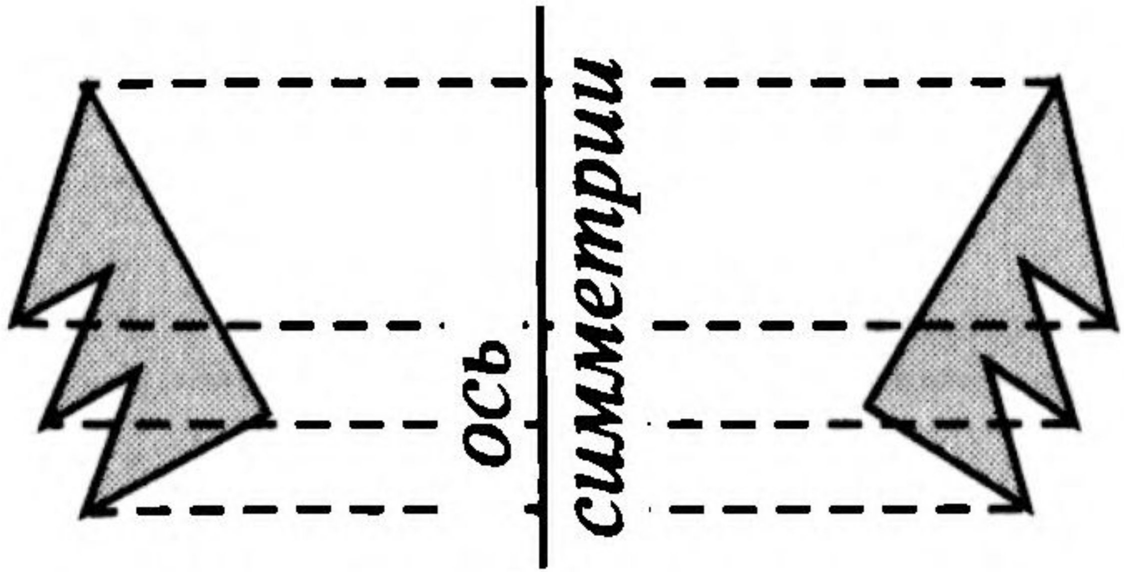
При движении любая фигура отображается на равную ей фигуру.

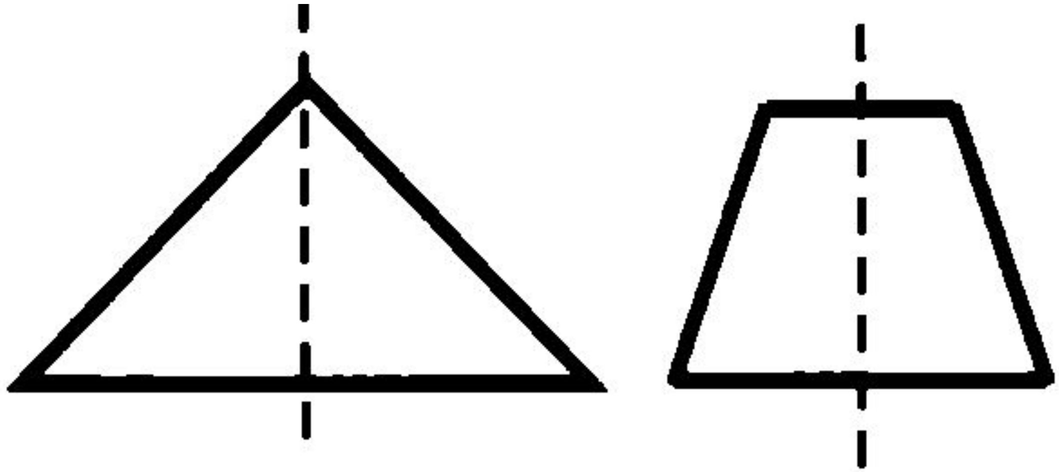


# Виды движений

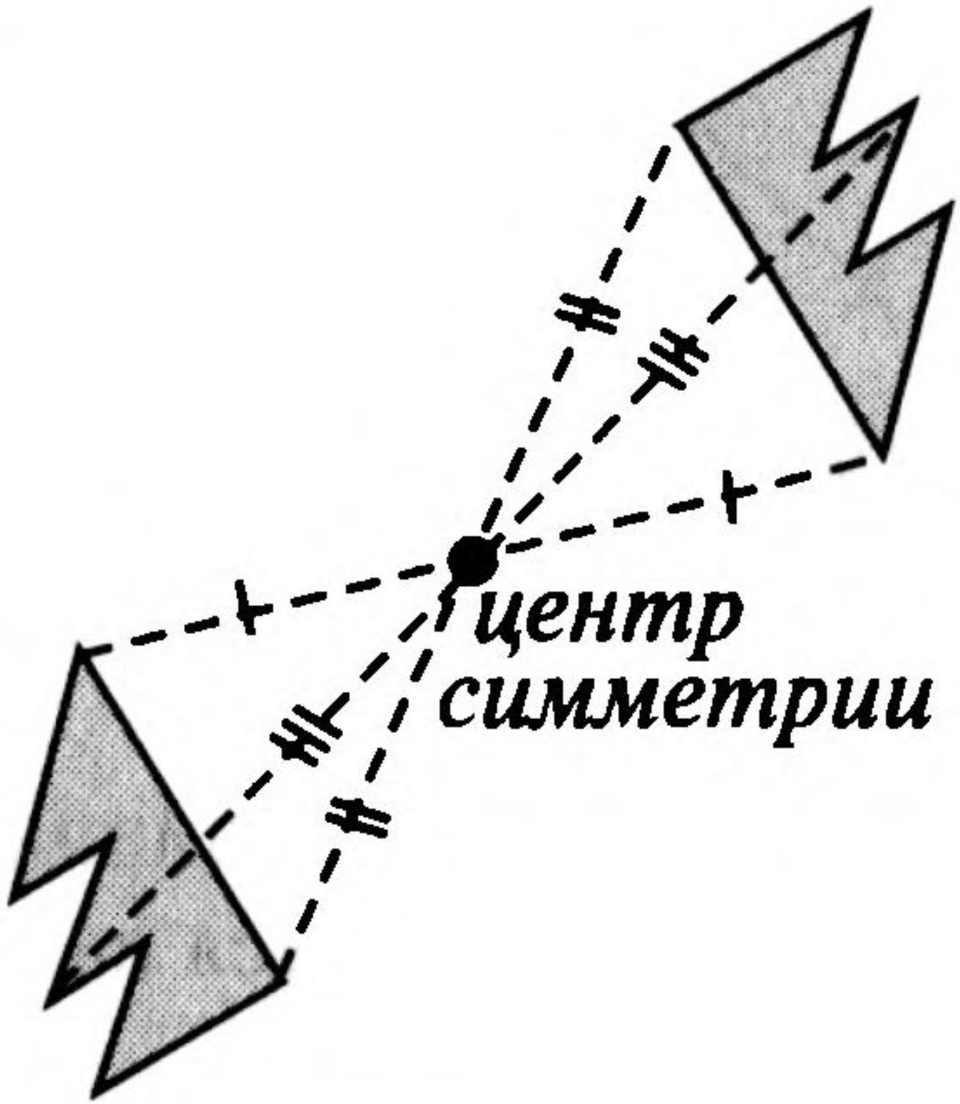
| Центральная симметрия | Осевая симметрия | Параллельный перенос | Поворот |
| --- | --- | --- | --- |
|  |   |   |   |

# Осевая симметрия



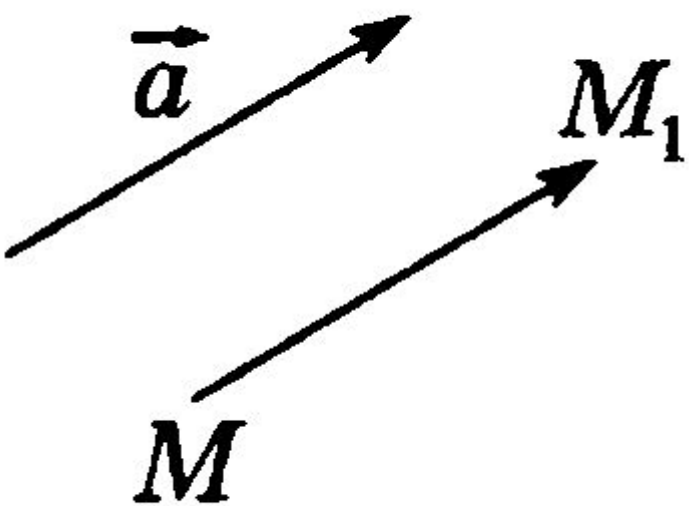



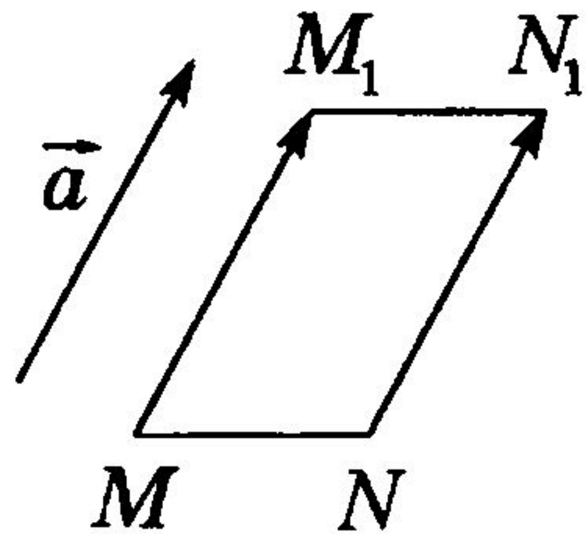
# Центральная симметрия



# Параллельный перенос

**Параллельным переносом** на вектор $\vec{a}$ называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка $M$ отображается на точку $M_1$ такую, что $\overrightarrow{MM_1} = \vec{a}$.

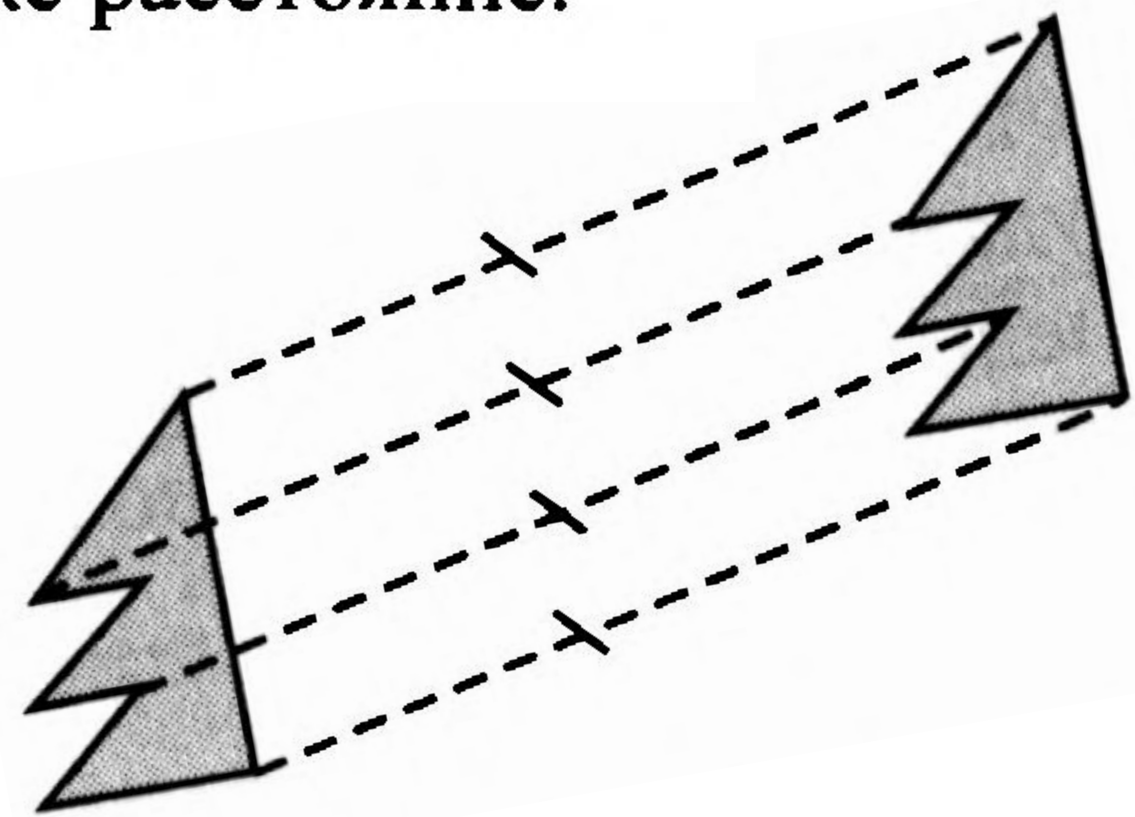



**Параллельный перенос является движением.**

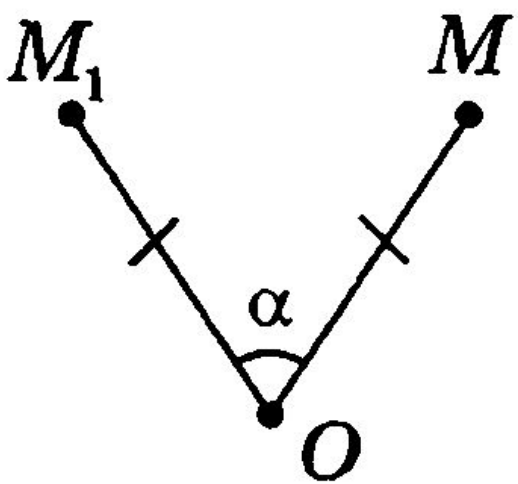
# Параллельный перенос

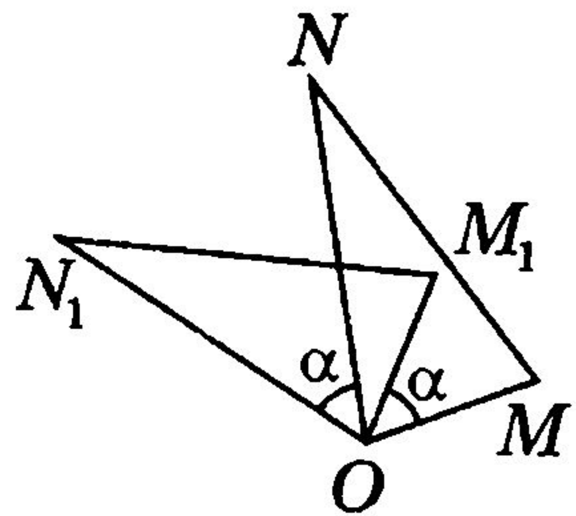
**В**се точки фигуры смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.



# Поворот

**Поворотом** плоскости вокруг точки $O$ **(центра поворота)** на угол $\alpha$ **(угол поворота)** называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка $M$ отображается на точку $M_1$ такую, что $OM_1 = OM$ и $\angle M_1OM = \alpha$.

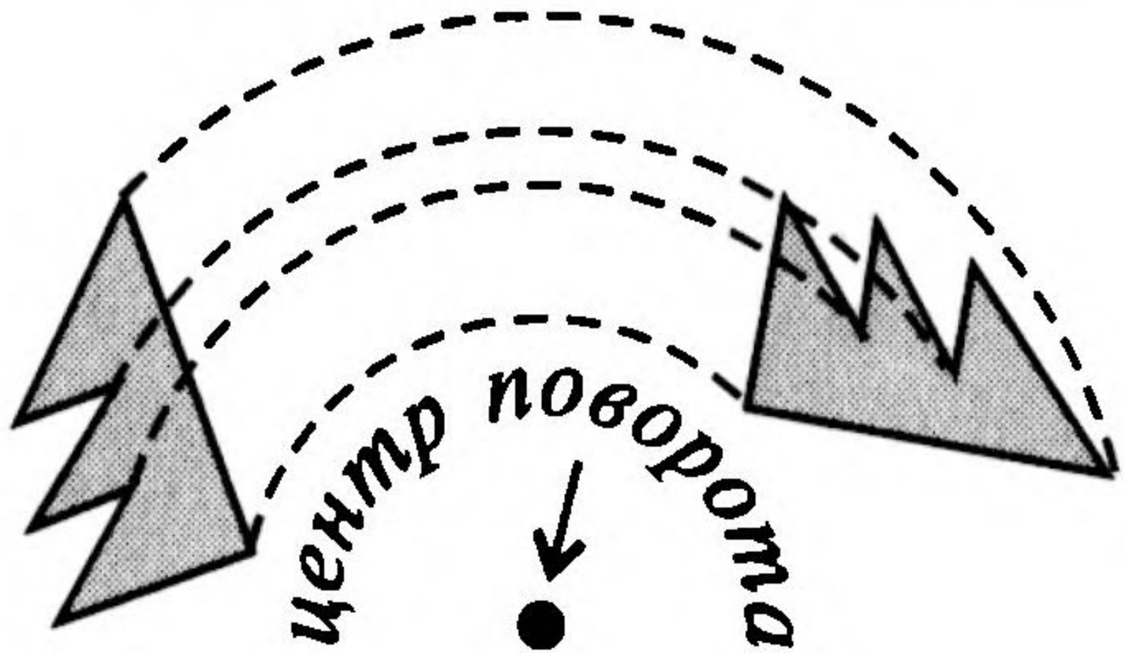



**Поворот является движением.**

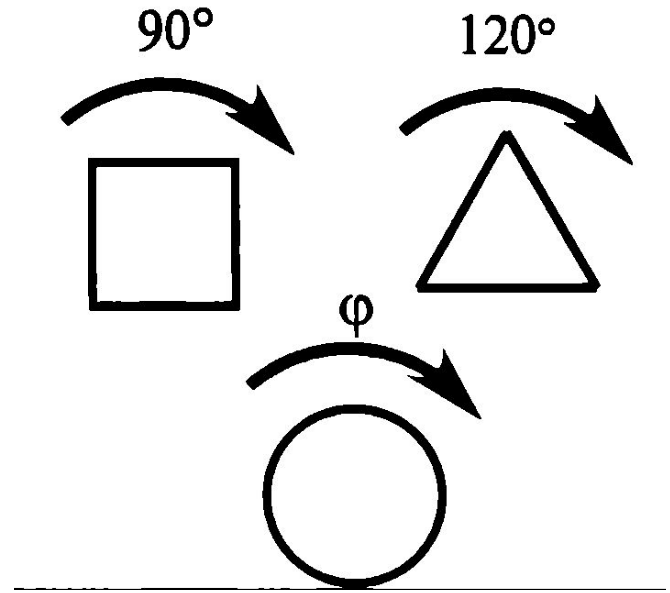
# Поворот

**В**се точки фигуры поворачиваются на один и тот же угол
вокруг одной и той же точки — центра поворота.



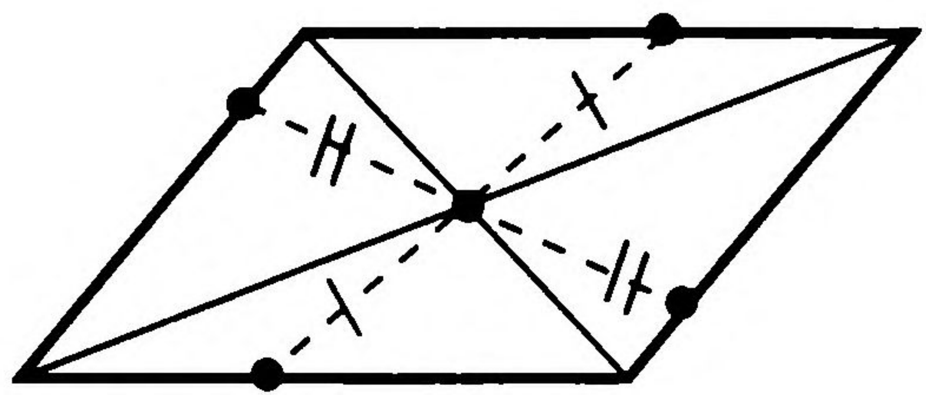
**Ф**игура не изменяется при повороте на некоторый угол.

**П**римеры: квадрат не изменяется при повороте на 90° вокруг
своего центра, равносторонний треугольник — при повороте
на 120°, окружность — при повороте на любой угол.



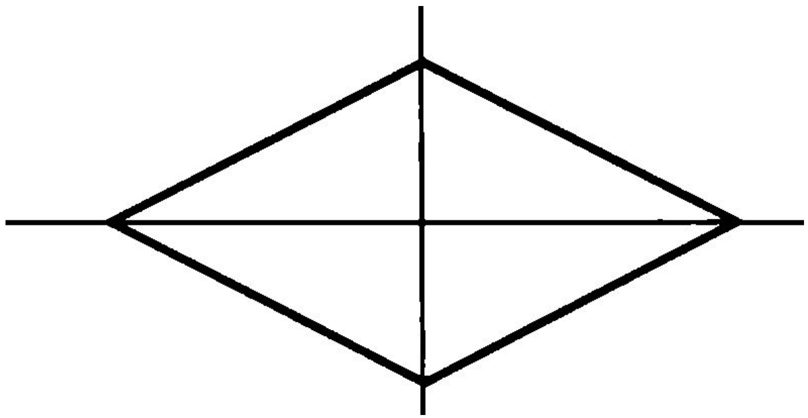
# Симметрия в фигурах
# Параллелограмм

Точка пересечения диагоналей является центром симметрии.



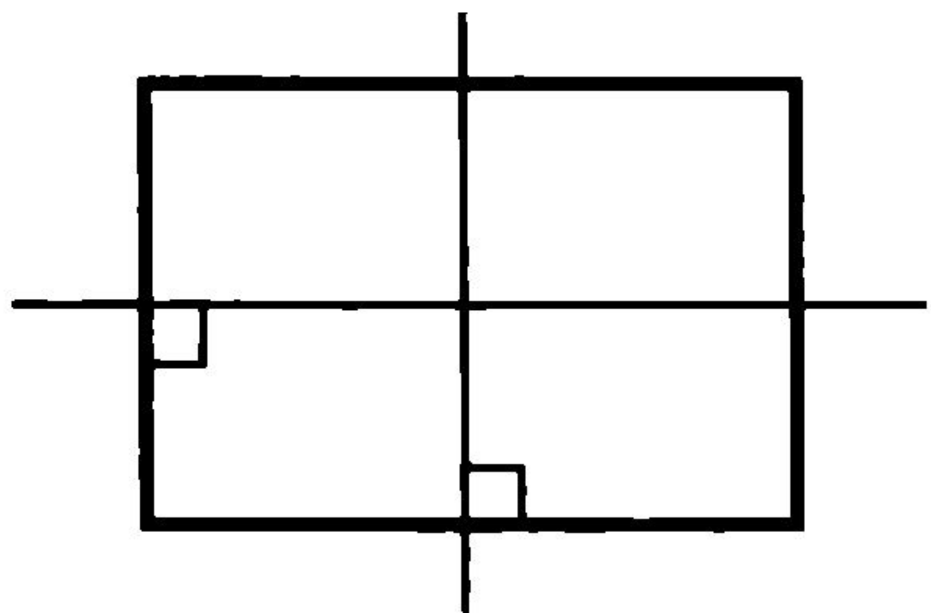
# Ромб

**П**рямые, содержащие
диагонали,
являются осями симметрии.



# Прямоугольник

**П**ерпендикуляры к сторонам, проходящие через их середины, являются осями симметрии.

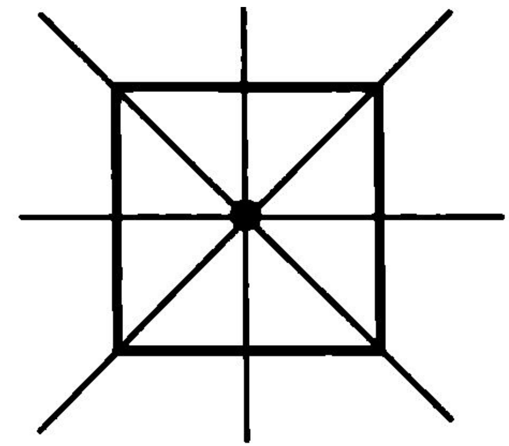


# Квадрат

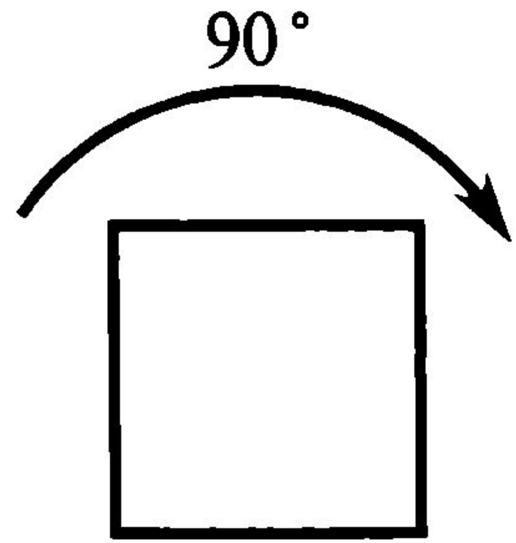
**Ч**етырехугольник имеет *четыре* оси симметрии:

— прямые, перпендикулярные сторонам и проходящие
через их середины;

— прямые, содержащие диагонали.

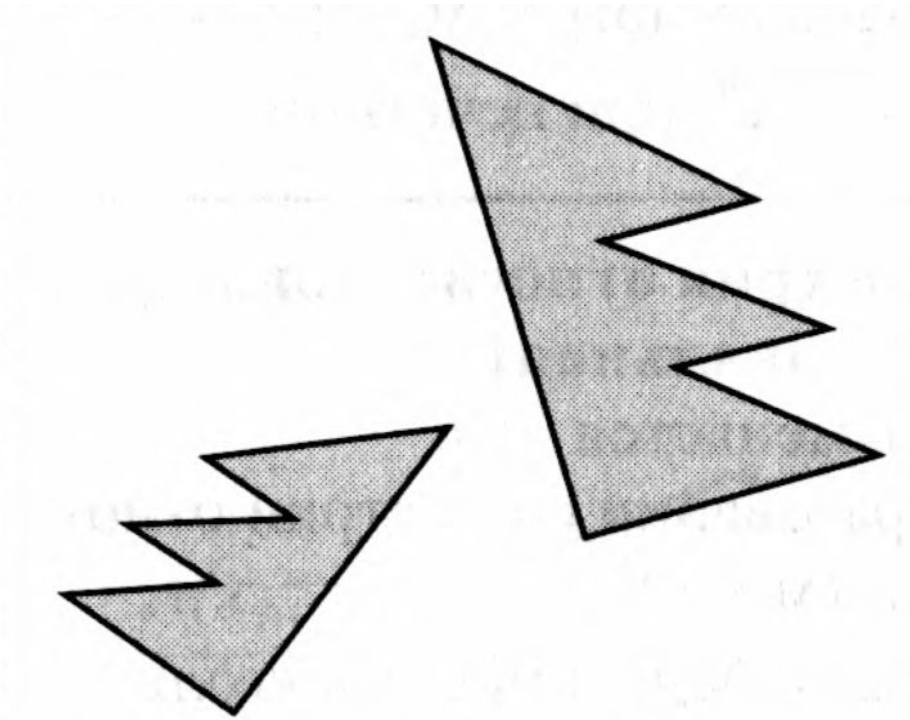


**Ч**етырехугольник обладает *поворотной* симметрией:
он не изменяется
при повороте на 90°.



Преобразования фигур, не сохраняющие расстояния между точками, - гомотетия и подобие.

**Подобие** - преобразование фигуры, при котором расстояния между любыми соответственными точками изменяются в одно и то же число раз



# Гомотетия

**В**се точки фигуры смещаются вдоль прямых, проходящих через одну и ту же точку (центр гомотетии) так, что

$$OA_2 = k \cdot OA_1\,,$$

$$OB_2 = k \cdot OB_1 \text{ и т. д.}$$

**В**еличина $k$ называется коэффициентом гомотетии.

При $k = -1$ гомотетия совпадает с преобразованием симметрии относительно точки.