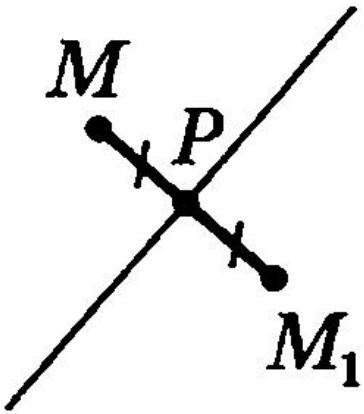
ДВИЖЕНИЯ

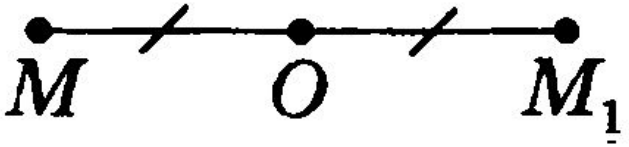
Геометрия

9-й класс

Отображение плоскости на себя

Отображением плоскости на себя называется такое соответствие между точками плоскости, при котором каждой точке сопоставляется некоторая точка той же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке.

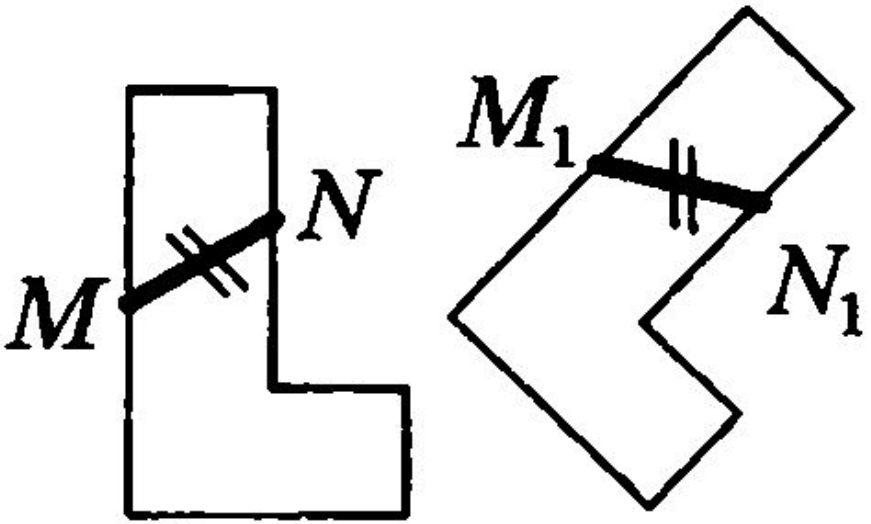




Движение плоскости

Движением плоскости (или **перемещением**) называется отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние между точками.

Это означает, что если при движении любые две точки M и N отображаются на точки M_1 и N_1 соответственно, то $MN = M_1N_1$.

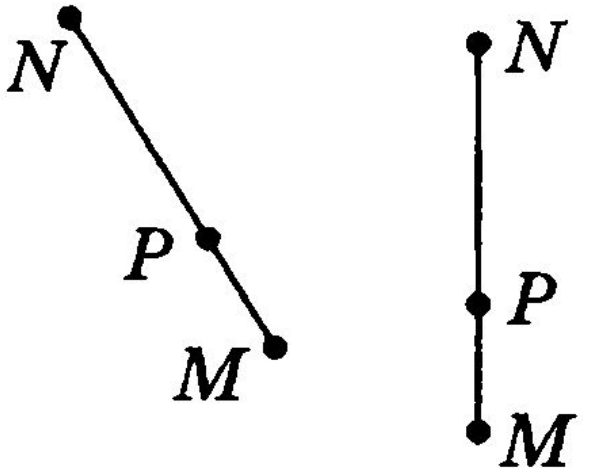


Теорема

При движении отрезок отображается на отрезок.

Следствие

При движении треугольник отображается на равный ему треугольник.



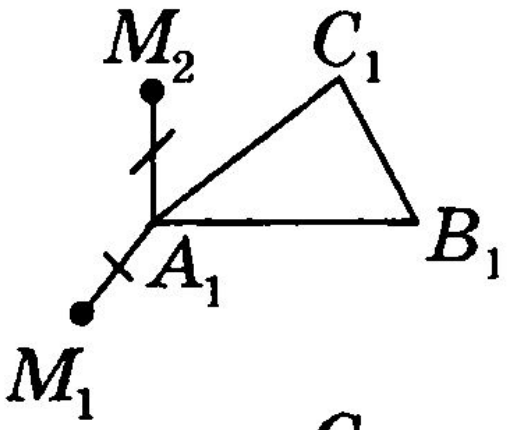
Свойства движения

1. **При движении точки, лежащие на прямой, отображаются на точки, лежащие на прямой, причем порядок их взаимного расположения сохраняется.**
2. **Движение отображает прямую на прямую, луч – на луч, угол – на равный ему угол.**
3. **Два движения, выполненные последовательно, дают движение.**

Наложение и движение

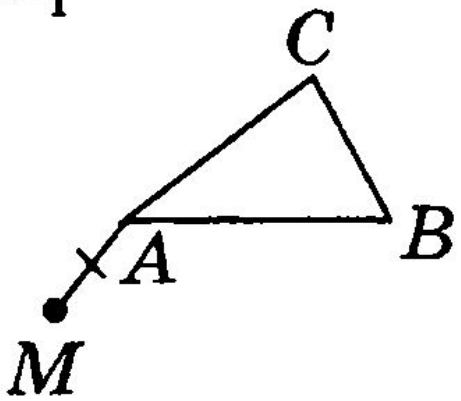
Теорема

Любое наложение является движением, и любое движение является наложением.

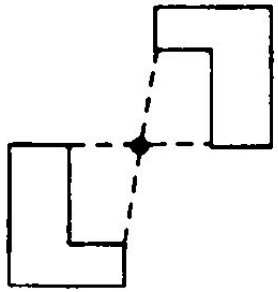
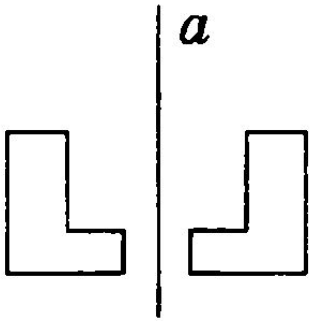
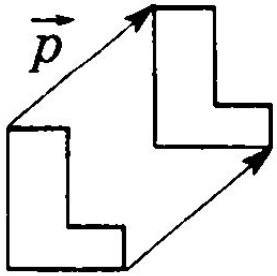
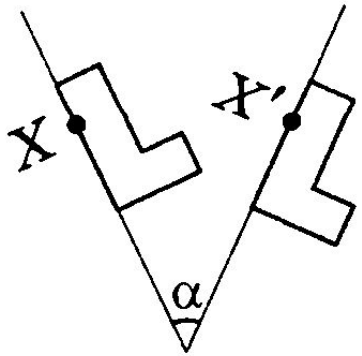


Следствие

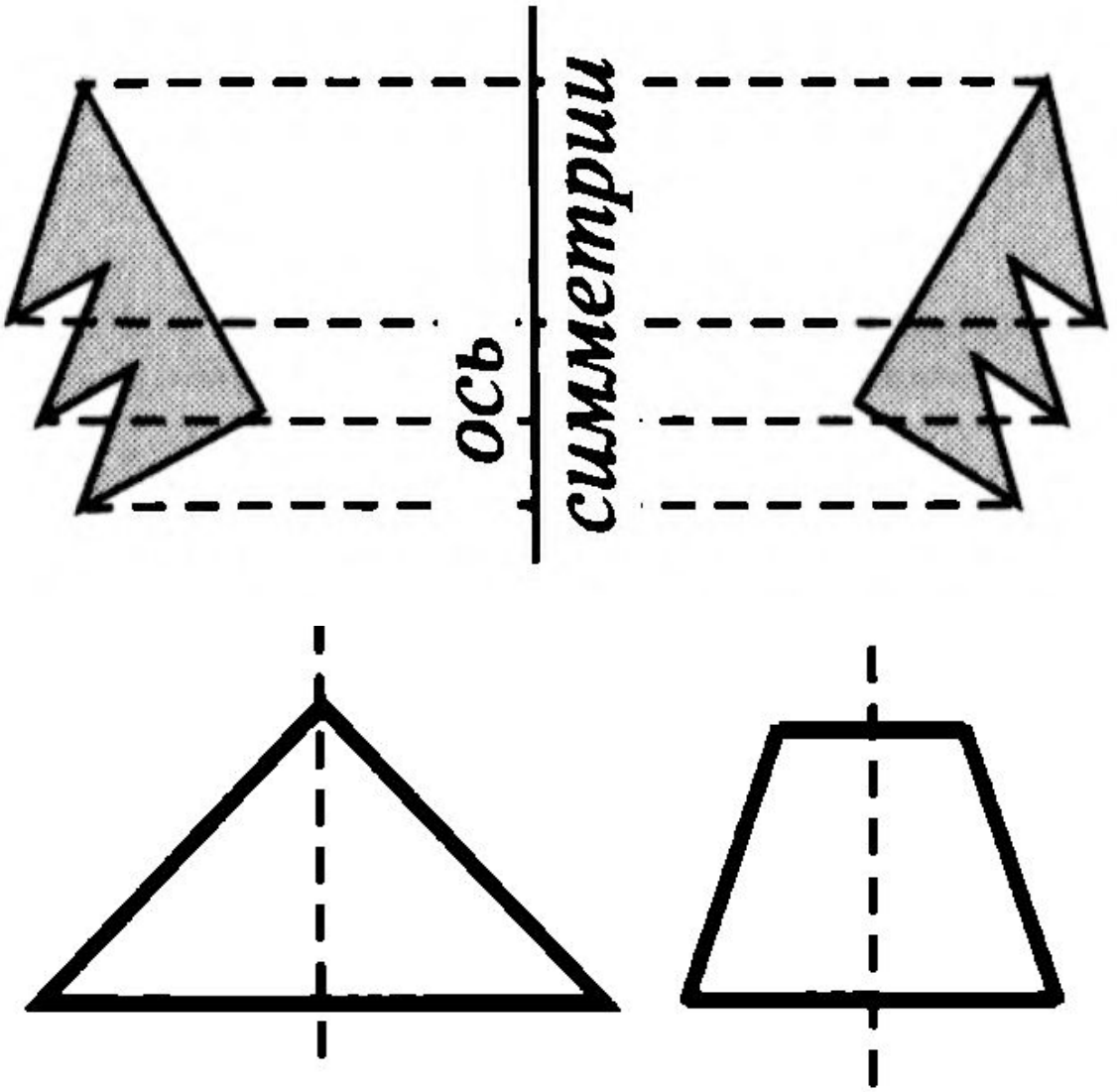
При движении любая фигура отображается на равную ей фигуру.



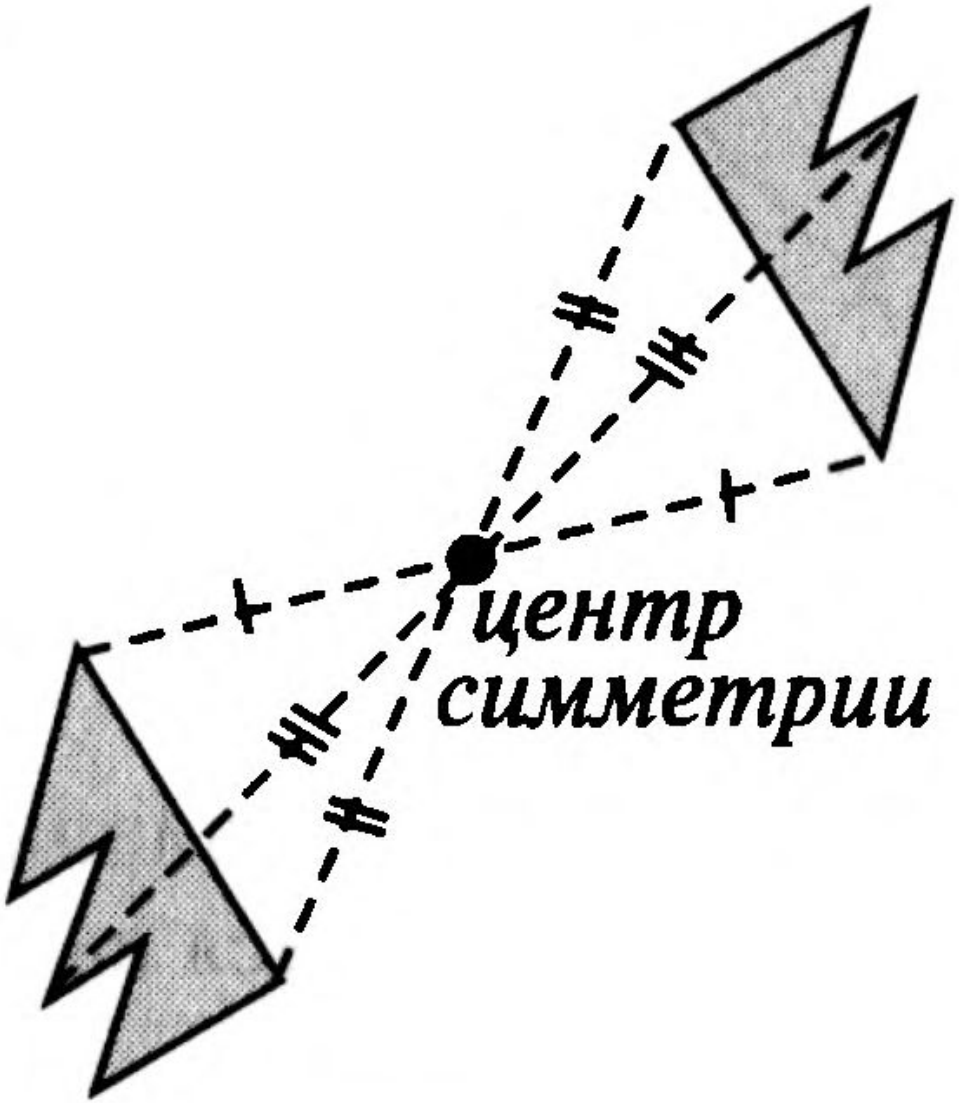
Виды движений

Центральная симметрия	Осевая симметрия	Параллельный перенос	Поворот
			

Осевая симметрия

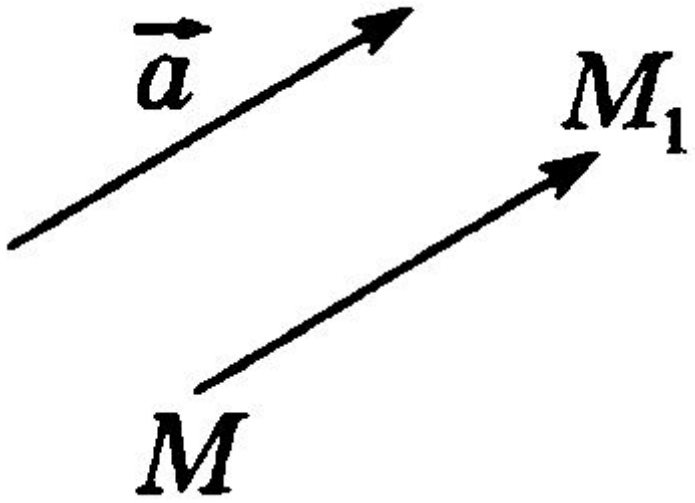


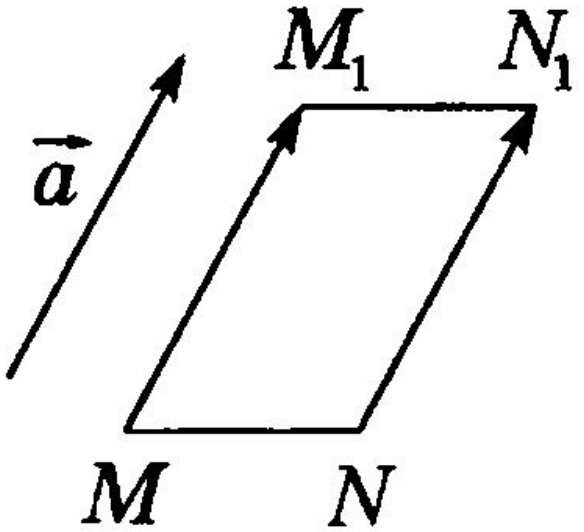
Центральная симметрия



Параллельный перенос

Параллельным переносом на вектор $\vec{a}$ называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается на точку M_1 такую, что $\overrightarrow{MM_1} = \vec{a}$.

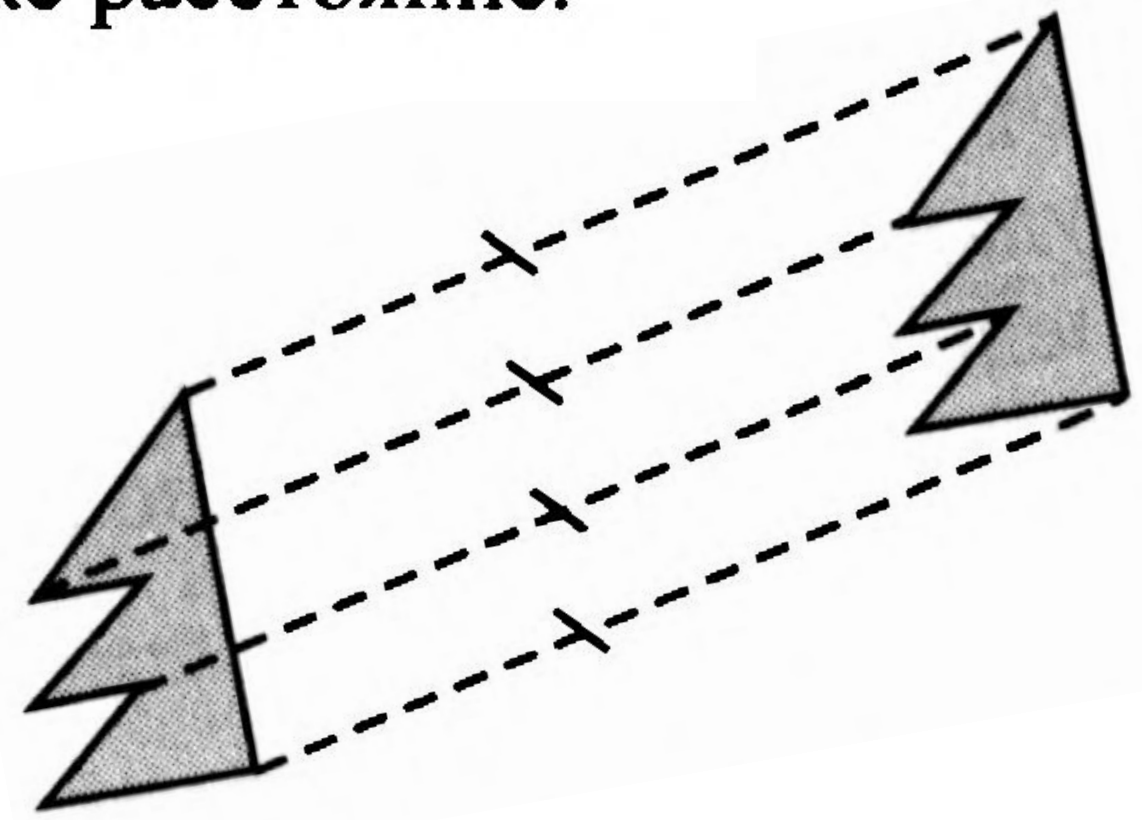




Параллельный перенос является движением.

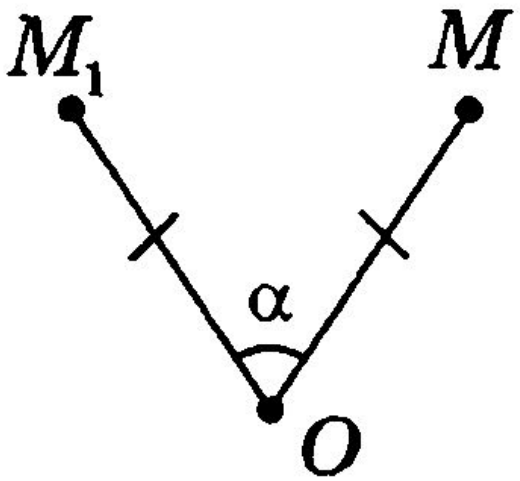
Параллельный перенос

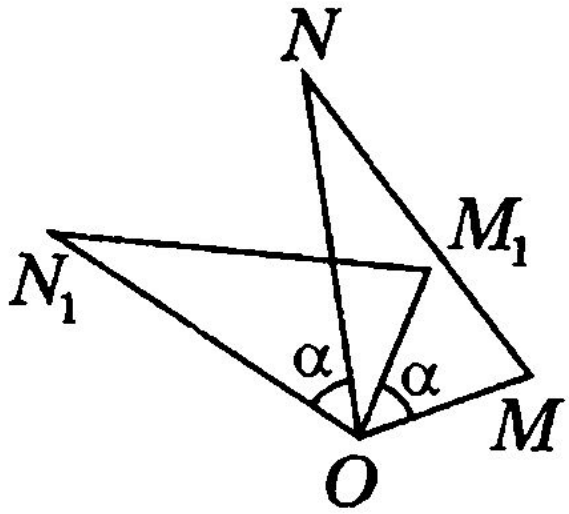
Все точки фигуры смещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.



Поворот

Поворотом плоскости вокруг точки O **(центра поворота)** на угол α **(угол поворота)** называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается на точку M_1 такую, что $OM_1=OM$ и $\angle M_1OM=\alpha$.

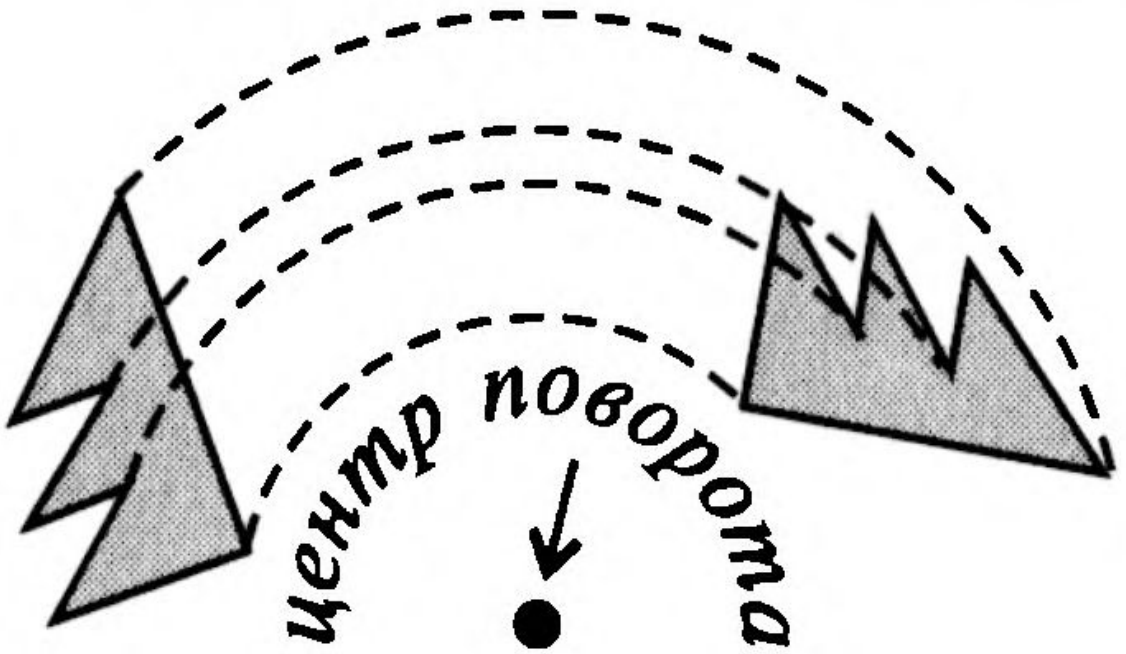




Поворот является движением.

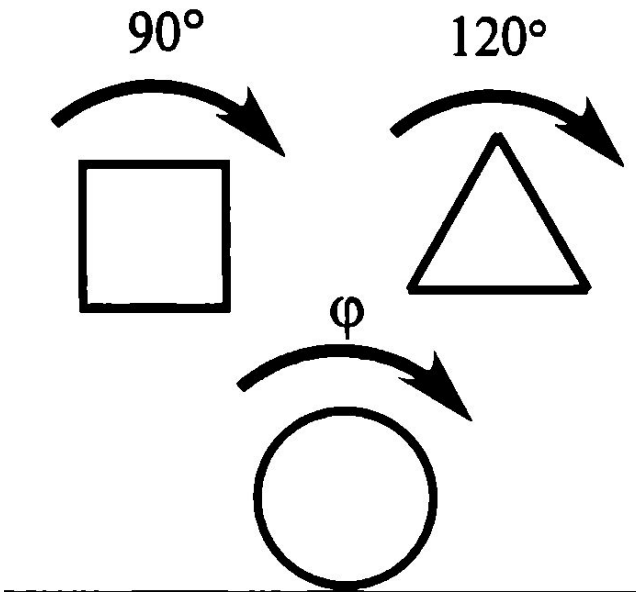
Поворот

Все точки фигуры поворачиваются на один и тот же угол вокруг одной и той же точки — центра поворота.



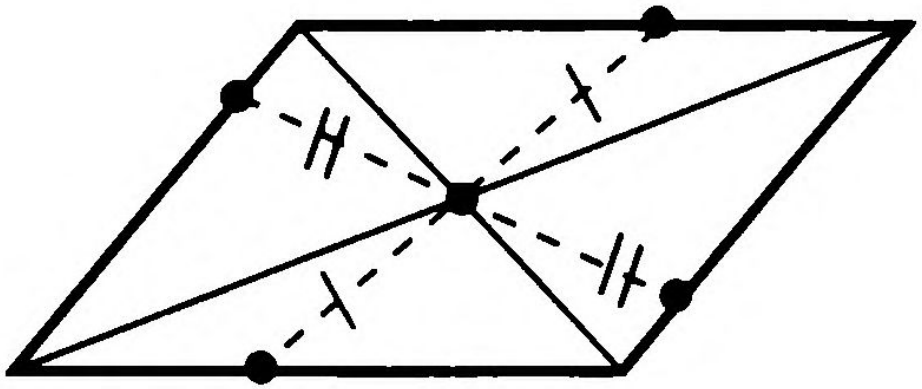
Фигура не изменяется при повороте на некоторый угол.

Примеры: квадрат не изменяется при повороте на 90° вокруг своего центра, равносторонний треугольник — при повороте на 120°, окружность — при повороте на любой угол.



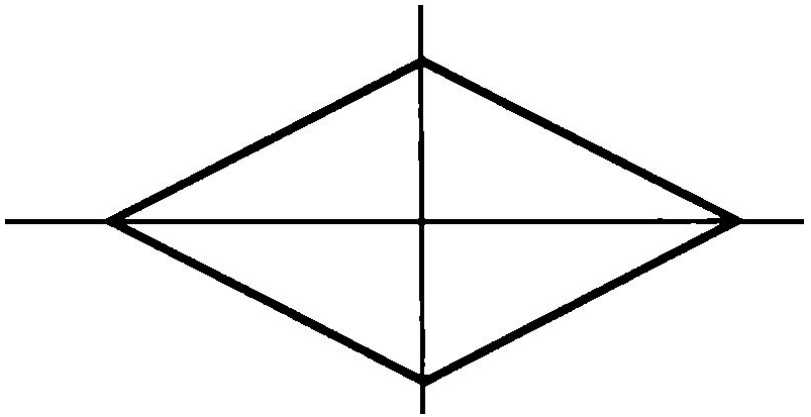
Симметрия в фигурах
Параллелограмм

Точка пересечения диагоналей является центром симметрии.



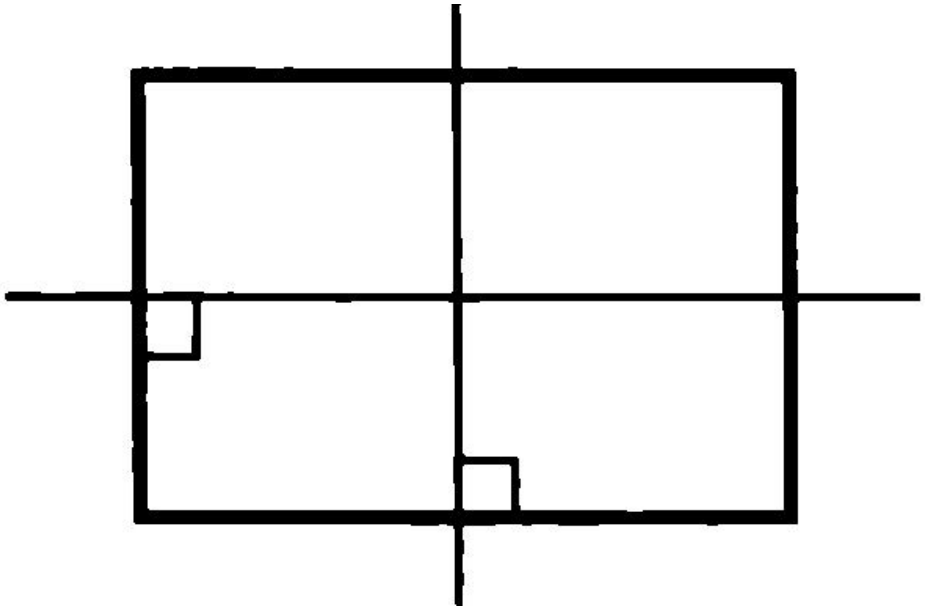
Ромб

Прямые, содержащие
диагонали,
являются осями симметрии.



Прямоугольник

Перпендикуляры к сторонам, проходящие через их середины, являются осями симметрии.

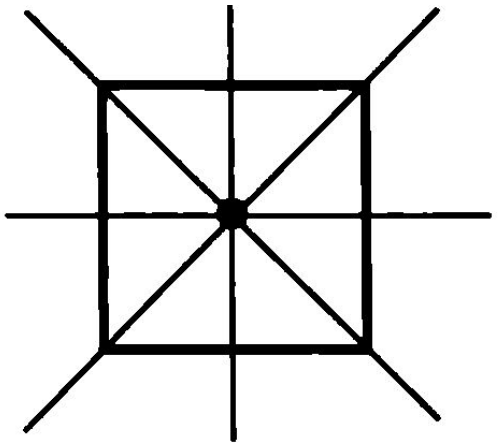


Квадрат

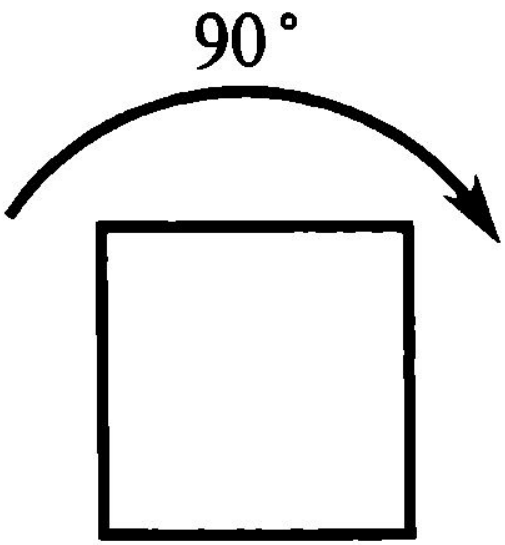
Четырехугольник имеет *четыре* оси симметрии:

— прямые, перпендикулярные сторонам и проходящие через их середины;

— прямые, содержащие диагонали.

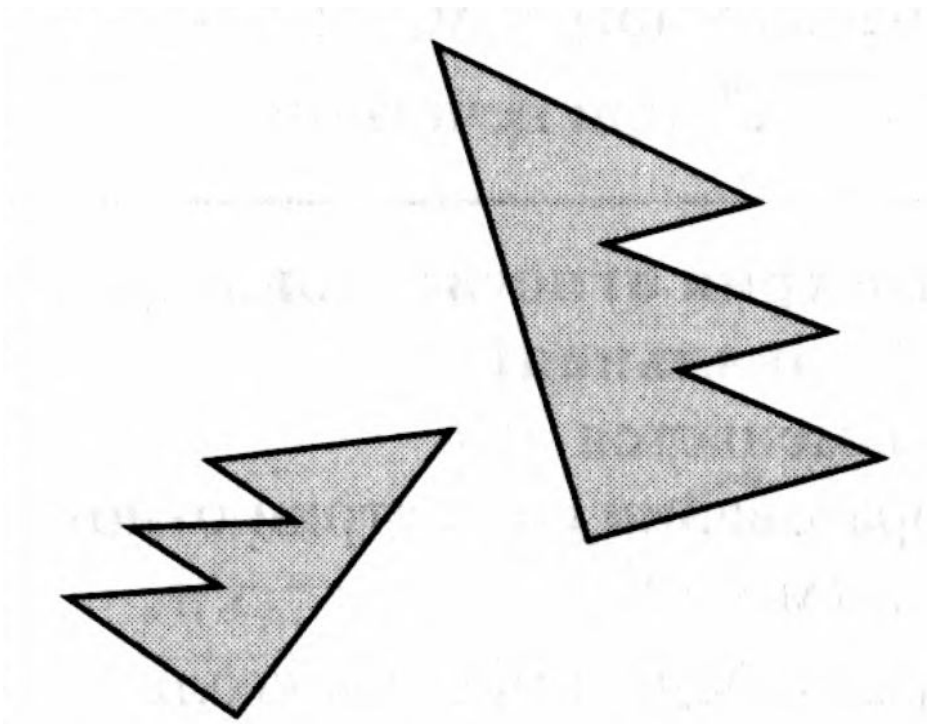


Четырехугольник обладает *поворотной* симметрией: он не изменяется при повороте на 90°.



Преобразования фигур, не сохраняющие расстояния между точками, - гомотетия и подобие.

Подобие - преобразование фигуры, при котором расстояния между любыми соответственными точками изменяются в одно и то же число раз

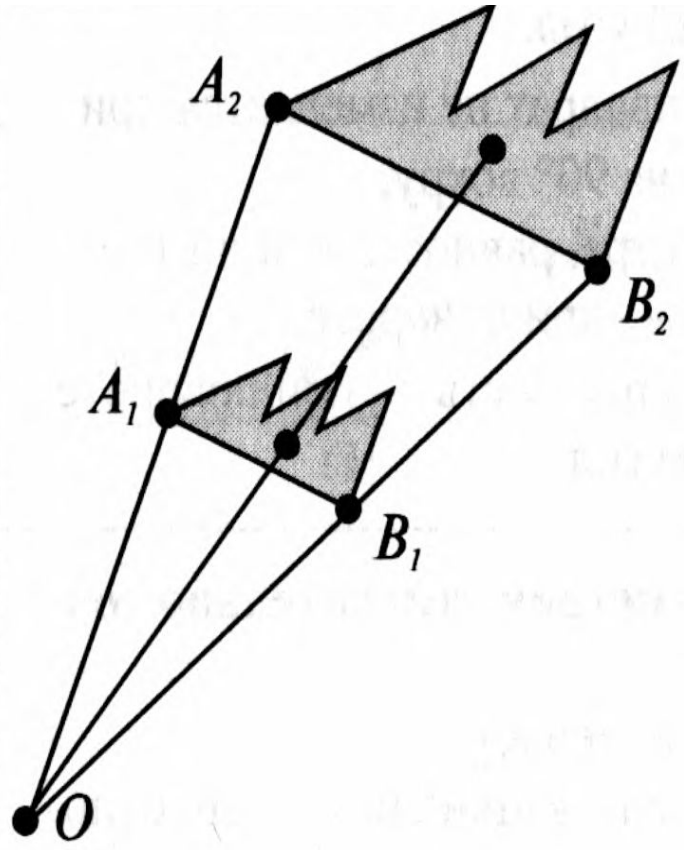


Гомотетия

Все точки фигуры смещаются вдоль прямых, проходящих через одну и ту же точку (центр гомотетии) так, что

$$OA_2 = k \cdot OA_1,$$

$$OB_2 = k \cdot OB_1 \text{ и т. д.}$$

Величина k называется коэффициентом гомотетии.

При $k = -1$ гомотетия совпадает с преобразованием симметрии относительно точки.