

Урок 49

*Радианная мера угла. Поворот точки
вокруг начала координат.
Определение тригонометрических
функций.*

Цель урока. Обобщить понятие угла, дать понятие радианного измерения углов, научить учащихся переводить углы из градусной меры в радианную и обратно.

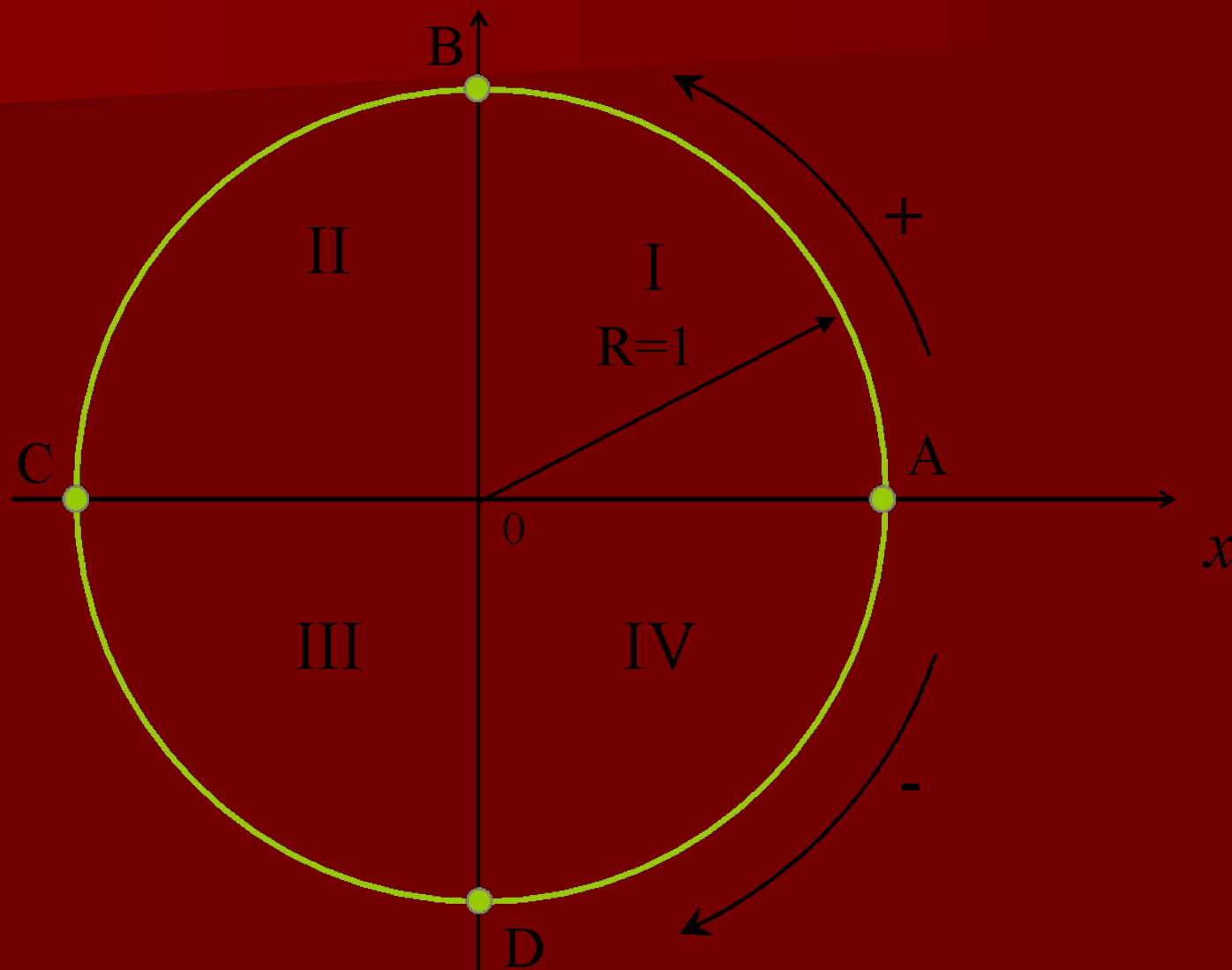
Кратко познакомить учащихся с историей возникновения тригонометрии, развитие которой происходило в связи с необходимостью решения вычислительных задач, выдвигавшихся астрономией, географией, геодезией. Обратит внимание учащихся на тот факт, что академик Петербургской Академии наук Л.Эйлер окончательно разработал символику тригонометрии, которой пользуются и в наши дни. Радианная мера угла появилась уже в трудах И. Ньютона и Г.Лейбница, но вошла в науку и практику вычислений благодаря трудам Л.Эйлера.

Вид занятия. Обобщения и систематизации знаний.

Изучение материала.

- Понятие единичной окружности.*
- Определение радиана..*
- Формулы перехода из радиан в градусы и обратно.*
- Поворот точки вокруг начала координат.*

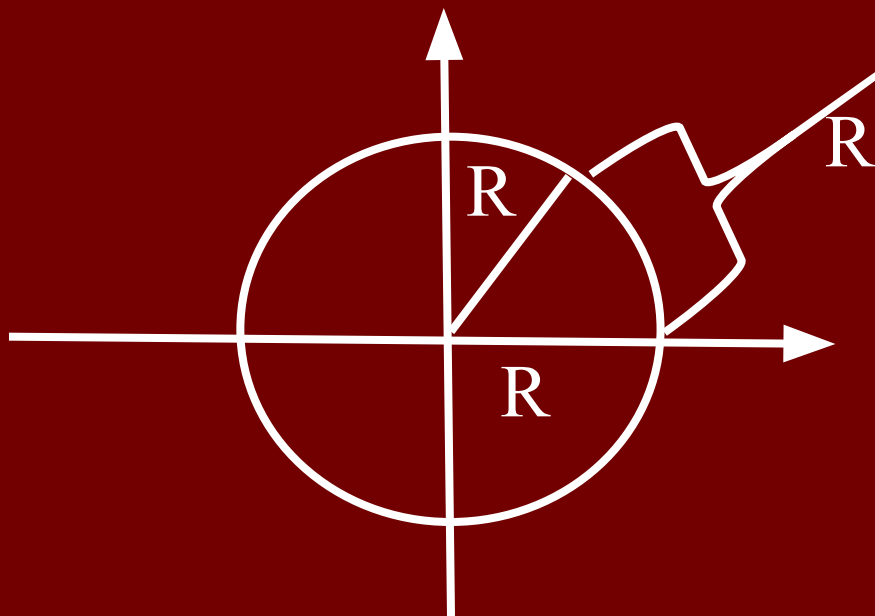
Тригонометрическая окружность, единичная окружность.



Градусная и радианная мера угла.

Углы измеряются градусной и радианной мерами.
Рассмотрим единичную окружность.

Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна R окружности называется углом в 1 радиан



Выясним, сколько градусов соответствует углу в 1 радиан.

$l=2\pi R$ – это длина дуги окружности

πR – это длина дуги полуокружности,

полуокружность соответствует центральному углу в 180° . Поэтому длина дуги длиной R стягивает угол в π раз меньший, т.е.

$$1 \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ; \quad 1^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \right) \text{ рад};$$

т.к $\pi \approx 3,14$, то $1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45''$,

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \approx 0,017 \text{ радиана.}$$

Для того, чтобы перейти от радианной меры к градусной нужно значение угла, заданного в

радианной мере угла умножить на $\frac{180^\circ}{\pi}$,

например:

$$1,5 \text{ рад} = 1,5 \cdot 57^\circ = 85,5^\circ,$$

$$2,1 \text{ рад} = 2,1 \cdot 57^\circ = 119,7^\circ$$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 30^\circ$$

$$\frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 108^\circ$$

2) Для того, чтобы перейти от градусной меры к радианной нужно значение угла, заданного в

градусной мере угла умножить на $\frac{\pi}{180^\circ}$,

например:

$$36,8^\circ = 36,8 \cdot 0,017 \text{ рад} = 0,63 \text{ рад};$$

$$17,4^\circ = 17,4 \cdot 0,017 \text{ рад} = 0,3 \text{ рад}$$

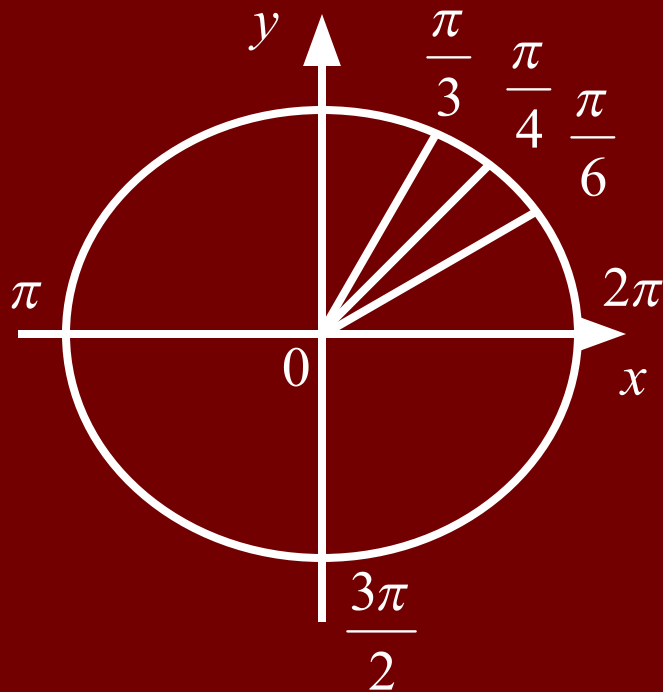
$$45^\circ = 45^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{4},$$

$$210^\circ = 210^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{7\pi}{6},$$

Запомни !

градусы	0	30	45	60	90	180	270	360
радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Отметим эти точки на единичной окружности



Самостоятельно

градусы	0,5	36	159	108				
радианы					$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{10}$	2,5	1,8

градусы	0,5	36	159	108	150	54	142,5	102,6
радианы	0,0085	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{53\pi}{60}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{10}$	2,5	1,8

Поворот точки вокруг начала координат

1) Найти координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки $(1;0)$ на угол:

$$4\pi - (1;0); \quad -\frac{3\pi}{2}; \quad -6,5\pi; \quad \frac{\pi}{4}; \quad \frac{\pi}{3}; \quad -45^\circ;$$

2) На единичной окружности построить точку, полученную поворотом точки с координатами $(1;0)$ на заданный угол:

$$\frac{\pi}{4}; \quad -\frac{\pi}{3}; \quad -\frac{3\pi}{4} = -135^\circ; \quad \frac{4\pi}{3};$$

$$-\frac{5\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} - 2\pi; \quad -225^\circ;$$

На какой угол можно повернуться еще, чтобы попасть в эти точки?

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{9\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n;$$

$$-\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3};$$

$$-\frac{3\pi}{4} - 2\pi n;$$

$$\frac{4\pi}{3} = 240 + 2\pi n;$$

Вывод. Одной и той же точке М на единичной окружности соответствует бесконечное множество действительных чисел $\alpha \pm 2\pi n$, где n – целое число.

$$7\pi = \pi + 3 \cdot \pi; \quad -\frac{5\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} - 2\pi; \quad \frac{10\pi}{3} = 2\pi + \pi + \frac{\pi}{3};$$

$$-\frac{7\pi}{4};$$

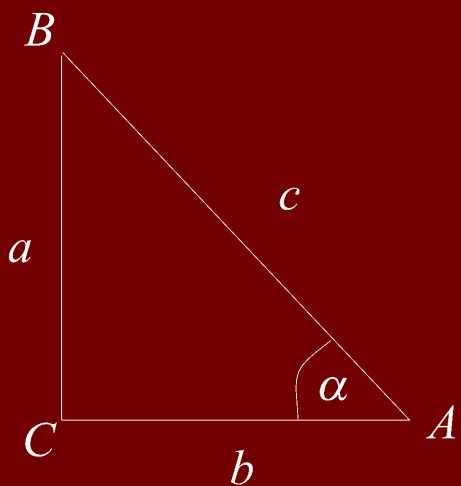
Определение тригонометрических функций через стороны прямоугольного треугольника

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$$

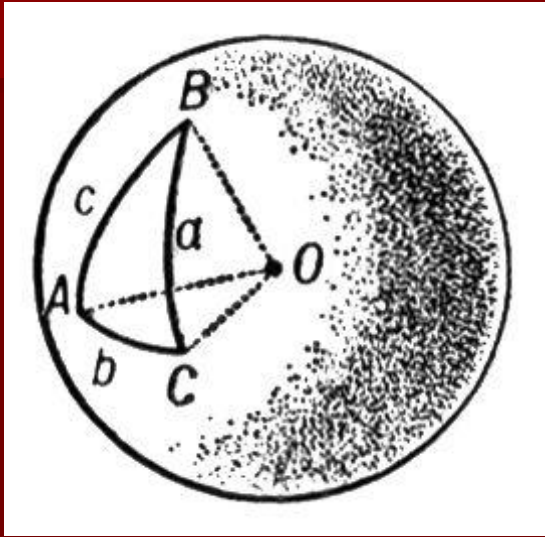


История тригонометрии.

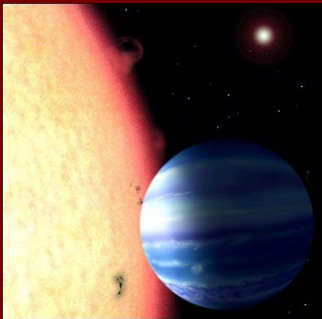
Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

- Впервые способы решения треугольников, основанные на зависимостях между сторонами и углами треугольника, были найдены древнегреческими астрономами *Гиппархом* (2 в. до н. э.) и *Клавдием Птолемеем* (2 в. н. э.).
- Позднее зависимости между отношениями сторон треугольника и его углами начали называть тригонометрическими функциями.

История тригонометрии.

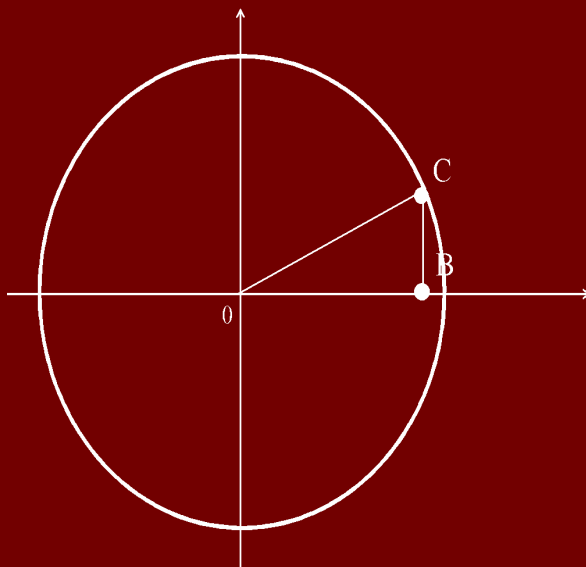


История тригонометрии
Зачатки
тригонометрических
познаний зародились в
древности. На раннем этапе
тригонометрия развивалась
в тесной связи с
астрономией и являлась ее
вспомогательным разделом.



История тригонометрии.

Если мы понимаем под синусом угла α в прямоугольном треугольнике $ОВС$ отношение катета $ВС$ (линия синуса) к гипотенузе $ОС$ (т.е. радиусу единичной окружности), то в середине века термином «синус» обозначали саму линию синуса $ВС$.



История тригонометрии.

Окончательный вид тригонометрия приобрела в XVIII веке в трудах Л. Эйлера.



История тригонометрии.

Леонард Эйлер (1707-83), российский ученый — математик, механик, физик и астроном. По происхождению швейцарец. В 1726 был приглашен в Петербургскую АН и переехал в 1727 в Россию. Был адъюнктом (1726), а в 1731-41 и с 1766 академиком Петербургской АН (в 1742-66 иностранный почетный член). В 1741-66 работал в Берлине, член Берлинской АН. Эйлер — ученый необычайной широты интересов и творческой продуктивности. Автор св. 800 работ по математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории чисел, приближенным вычислениям, небесной механике, математической физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки и других, оказавших значительное влияние на развитие науки.

Домашнее задание.

№ 407 (2,4,6); № 408 (2,4,6); №420 № 422