

ТЕМА

ДИПЛОМНОЇ

РАБОТИ:

**РАСХОДУ ГОСУВАННЯ ЯВНОЇ
РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ ДО
РОЗВ'ЯЗКУ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ
ДЛЯ РІВНЯННЯ ПЕРЕНОСУ
ЗАДАЧ МЕХАНІКИ СУЦІЛЬНОГО
СЕРЕДОВИЩА**

ВИКОН

АВ :

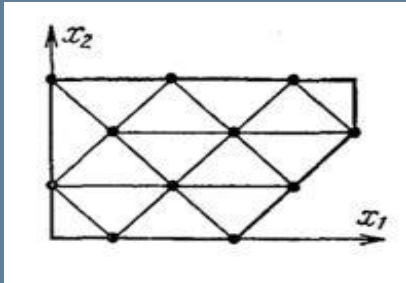
МИКИТА

ПЕТРЕНКО

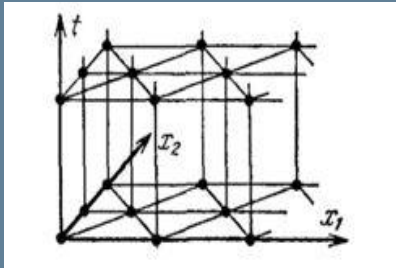
НЕЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ В
ОБЛАСТЯХ ЗІ СКЛАДНОЮ
ФОРМОЮ РІДКО ВДАЄТЬСЯ

РОЗВ'ЯЗУВАТИ
МЕТОДОМ
АНАЛІТИЧНИМИ МЕТОДАМИ
ВИРІШЕННЯ
ЦИХ ЗАВДАНЬ
Є ЧИСЕЛЬНІ
МЕТОДИ.

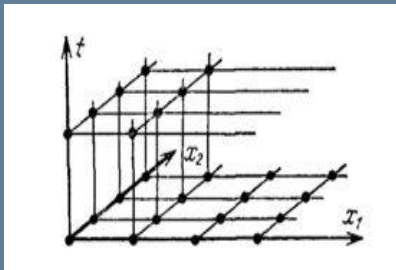
ЯКІ ІСНУЮТЬ СІТКИ ?



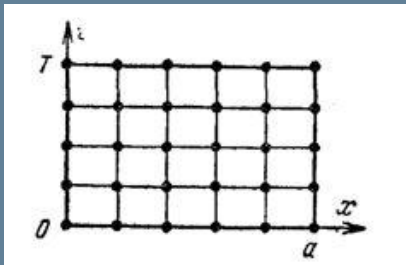
ТРИКУТНА
СІТКА



СІТКА З ТРИГРАННИМИ
ПРИЗМАМИ



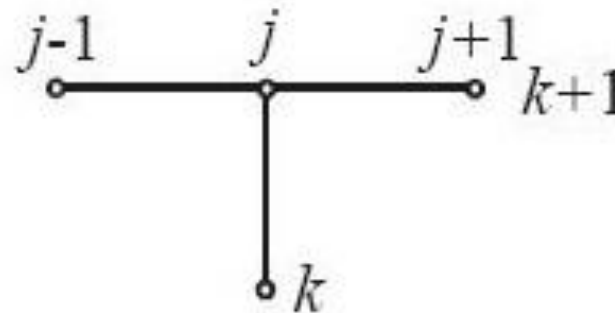
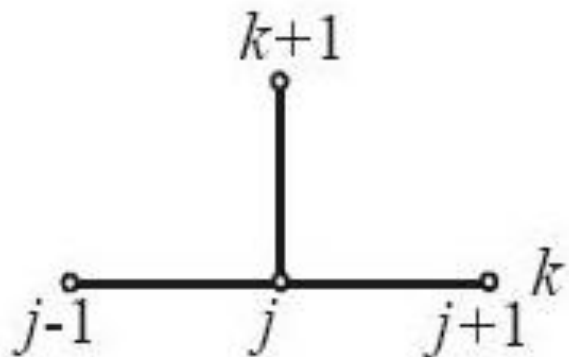
СІТКА З ПРЯМОКУТНИМИ
ПАРАЛЕЛЕПІПЕДАМИ



ПРЯМОКУТНА
СІТКА

ЯВНІ ТА

НЕЯВНІ



**ШАБЛОН
ЯВНОЇ
СХЕМИ**

**ШАБЛОН
НЕЯВНОЇ
СХЕМИ**

ПОСТАНОВКА

ЗАДАЧІ

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{e^{x+t}} + \frac{x+t}{e^x}, & x \in [-1, 0), \quad t \in (0, 1], \\ u(x, 0) = 0, & -1 < x \leq 0, \\ u(0, t) = t, & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

ЕТАПИ РОЗВ'ЯЗКУ:

1) РОЗГЛЯНУТИ ЯВНУ ДВОШАРОВУ РІЗНИЦЕВУ СХЕМУ ДЛЯ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ПЕРЕНОСУ, ДОСЛІДЖУВАТИ ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ (ПОРЯДОК АПРОКСИМАЦІЇ, СТІЙКІСТЬ);

2) ЗАСТОСУВАТИ РОЗГЛЯНУТУ ЯВНУ СХЕМУ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

3) ОТРИМАНИЙ ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ПОРІВНЯТИ З ТОЧНИМ, ВИЗНАЧИТИ ПОХИБКУ.

ТОЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ РОЗРАХУНКІВ

MAPLE

$$u(x, t) = -\frac{x}{e^{x+t}} + (x+t) * F(x, t)$$

РОЗВ'ЯЗОК ВІД
СИСТЕМИ MAPLE

ПОЧАТК
ОВА
УМОВА
ГРАНИЧ
НА
УМОВА

$$u(x, 0) = 0$$

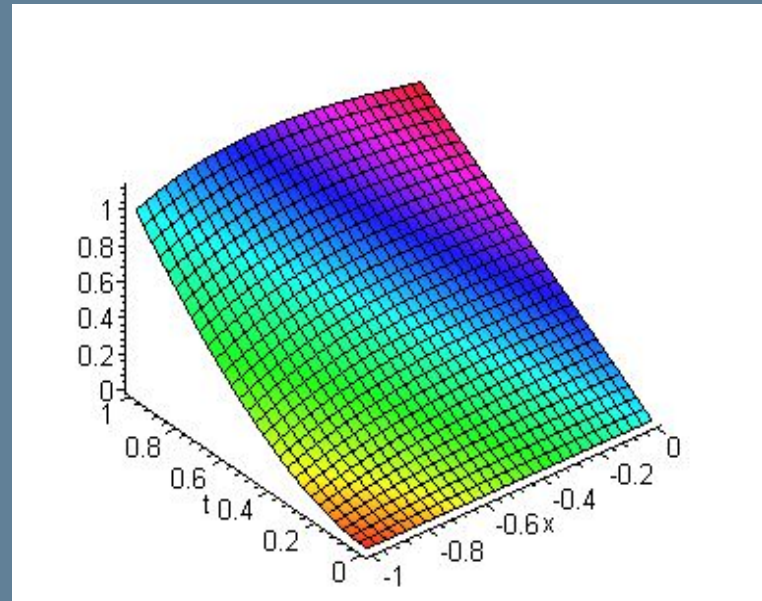
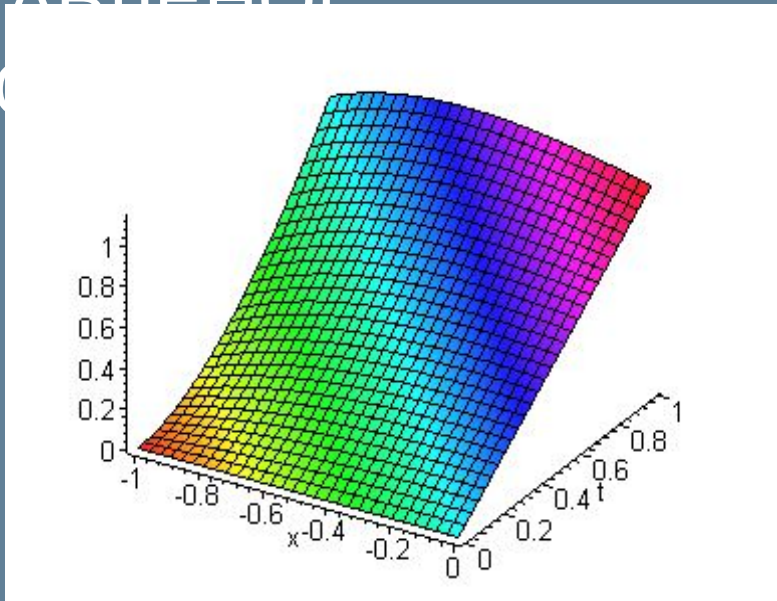
$$u(0, t) = t$$

ВИД НЕВІДОМОЇ
ФУНКЦІЇ

$$F(x, t) = \frac{1}{e^x}$$

ТОЧНИЙ
АНАЛІТИЧНИЙ
РОЗВ'ЯЗОК
ПОСТАВЛЕНОЇ
КРАЙО

$$u(x,t) = -\frac{x}{e^{x+t}} + \frac{(x+t)}{e^x}$$



ГРАФІЧНЕ
ЗОБРАЖЕННЯ
ОТРИМАНОВО
ТОЧНОГО РОЗВ'ЯЗКУ

ТОЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДУ ХАРАКТЕРИСТИК

$$dt = -dx$$

РІВНЯННЯ
ХАРАКТЕРИСТИК

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial \tau} = e^{-c} + \frac{c}{e^{c-\tau}}, \\ U|_{\tau=c} = c, \quad c > 0, \\ U|_{\tau=0} = 0, \quad c \leq 0, \end{cases}$$

ЗАВДАННЯ
В НОВИХ
ЗМІННИХ

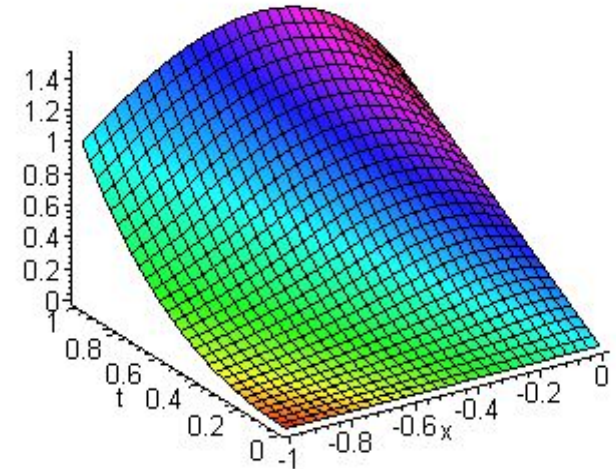
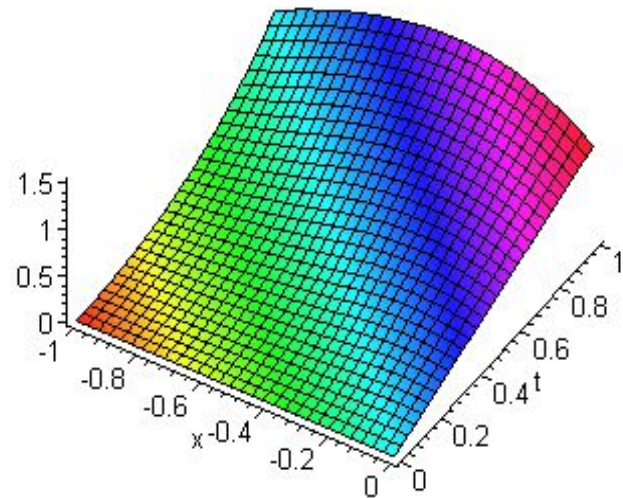
$$U(\tau, c) = \int \left(e^{-c} + \frac{c}{e^{c-\tau}} \right) d\tau + A(c) = \frac{\tau}{e^c} - \frac{c}{e^{c-\tau}} + A(c)$$

РОЗВ'Я
ЗОК
РІВНЯН
НЯ

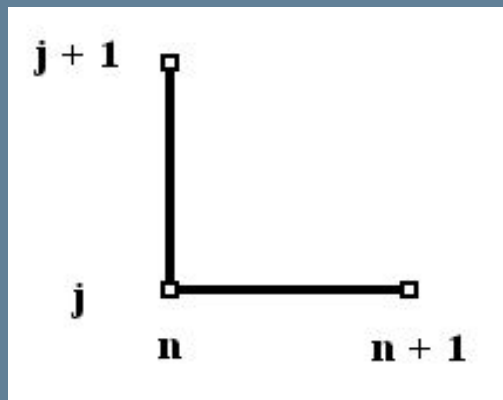
РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ МЕТОДОМ

ХАРАКТЕРИСТИК

$$u(x,t) = \begin{cases} \frac{t}{e^{x+t}} - \frac{x+t}{e^x} + \frac{x+t}{e^{x+t}}, & t \leq x, \\ \frac{t}{e^{x+t}} - \frac{x+t}{e^x} + 2(x+t) - \frac{x+t}{e^{x+t}}, & t > x. \end{cases}$$



НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ



ШАБЛОН ЯВНОЇ
ДВУШАРОВОЇ РІЗНИЦЕВОЇ
СХЕМИ РАХУНКУ , ЩО
БІЖИТЬ

$$\begin{cases} \frac{y_n^{j+1} - y_n^j}{\tau} - \frac{y_{n+1}^j - y_n^j}{h} = \frac{1}{e^{x_n + t_j}} + \frac{x_n + t_j}{e^{x_n}}, & n = 1, 2, 3, \dots, N-1, \quad j = 1, \dots, J, \\ y_n^0 = 0, & n = 1, \dots, N, \\ y_0^j = t_j, & j = 0, 1, \dots, J. \end{cases}$$

КРАЙОВА ЗАДАЧА У
РІЗНИЦЕВОМУ ВИГЛЯДІ

ВИЗНАЧЕННЯ ПОРЯДКУ АПРОКСИМАЦІЇ

$$\Psi_n = \left[\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{e^{x+t}} - \frac{x+t}{e^x} \right]_n - \left[\frac{u_n^{j+1} - u_n^j}{\tau} - \frac{u_{n+1}^j - u_n^j}{h} - \frac{1}{e^{x_n+t_j}} - \frac{x_n+t_j}{e^{x_n}} \right]$$

**ВИРАЗ ДЛЯ
НЕВ'ЯЗКИ**

$$\Psi_n = [u_t - u_x]_n - \left[u_t + \frac{\tau}{2} u_{tt} - \left(u_x + \frac{h}{2} u_{xx} \right) + \dots \right] = \frac{h}{2} u_{xx} - \frac{\tau}{2} u_{tt} + O(\tau+h)$$

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ

$$y_n^m = \rho_q^m e^{iqx_n}$$

$$y_n^{m+1} = \rho_q^{m+1} e^{iqx_n}$$

$$y_{n+1}^m = \rho_q^m e^{iq(x_n+h)}$$

$$\frac{\rho_q^{m+1} e^{iqx_n} - \rho_q^m e^{iqx_n}}{\tau} - \frac{\rho_q^m e^{iq(x_n+h)} - \rho_q^m e^{iqx_n}}{h} = 0$$

$$\frac{\rho_q - 1}{\tau} - \frac{e^{iqh} - 1}{h} = 0$$

$$|\rho_q| \leq 1$$

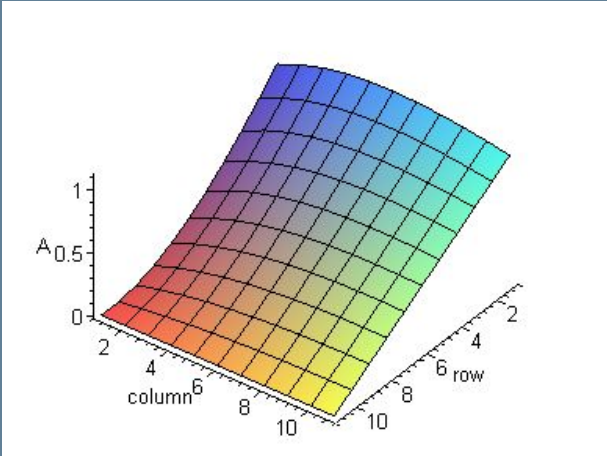
$$\rho_q = 1 - \frac{\tau}{h} (1 - e^{iqh})$$

ОЗНАКА СТІЙКОСТІ ЗА
ПОЧАТКОВИМИ ДАНИМИ

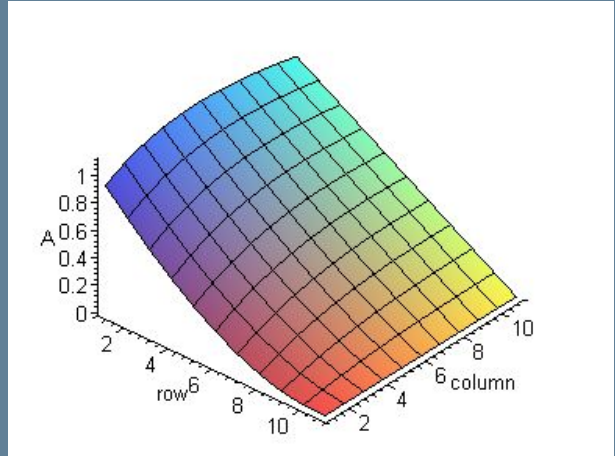
ПОБУДОВА АЛГОРИТМУ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ВИХІДНОЇ ЗАДАЧІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЯВНОЇ СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ

$$\begin{cases} y_n^{j+1} = y_n^j + \frac{\tau}{h} (y_{n+1}^j - y_n^j) + \frac{\tau}{e^{x_n+t_j}} + \frac{\tau(x_n+t_j)}{e^{x_n}}, & n=1, 2, 3, \dots, N-1, \quad j=1, \dots, J, \\ y_n^0 = 0, & n=1, \dots, N, \\ y_0^j = t_j, & j=0, 1, \dots, J. \end{cases}$$

ЗАДАЧА У
РІЗНИЦЕВОМУ
ВІГЛЯДІ



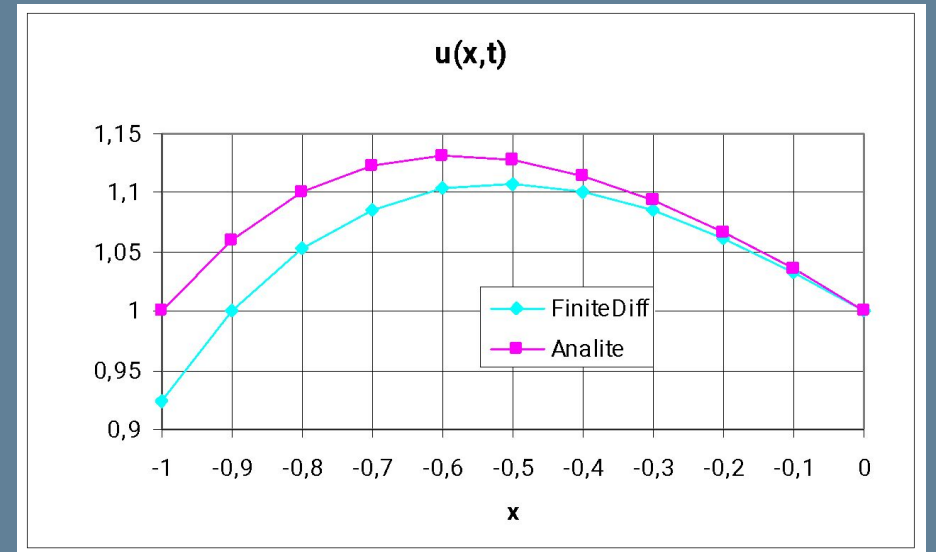
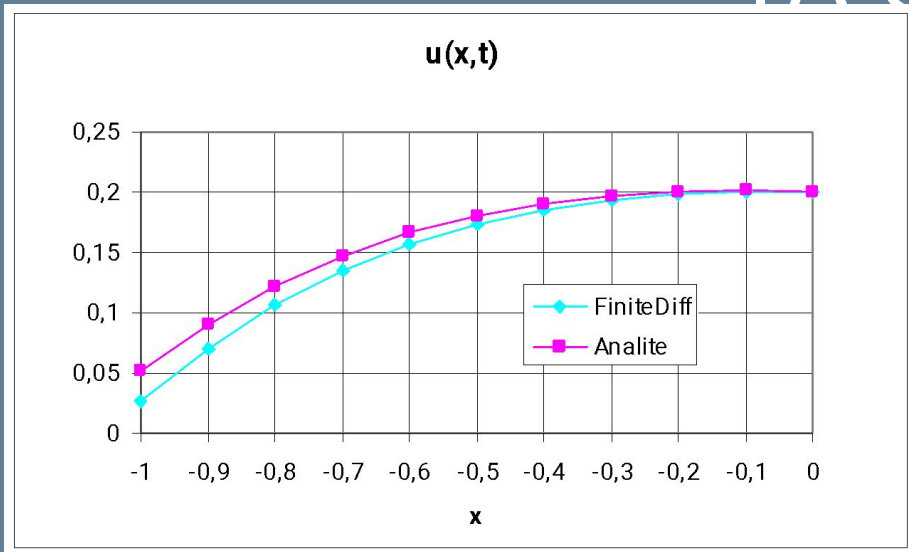
| | = -1 | x | - | - | - | - | - | - | - | - | - | (ГУ) | | | | | | | |
|------|-------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|--------|
| = 1 | t ,92460 | 0 | ,05265 | ,08616 | ,10366 | ,10783 | ,10102 | ,08522 | ,06217 | ,03334 | 1 | 1 | | | | | | | |
| ,9 | ,76024 | 0 | ,84127 | ,9 | ,93991 | ,96402 | ,97491 | ,97485 | ,96578 | ,94935 | ,92702 | ,9 | | | | | | | |
| ,8 | ,60799 | 0 | ,69246 | ,8 | ,75535 | ,8 | ,82929 | ,84570 | ,85137 | ,84815 | ,83763 | ,82119 | | | | | | | |
| ,7 | ,46908 | 0 | ,55455 | ,7 | ,61951 | ,7 | ,66709 | ,72058 | ,73085 | ,73253 | ,72712 | ,71591 | | | | | | | |
| ,6 | ,34483 | 0 | ,42863 | ,6 | ,49336 | ,6 | ,54188 | ,6 | ,57671 | ,6 | ,61361 | ,61914 | ,61796 | ,61123 | | | | | |
| ,5 | ,23670 | 0 | ,31587 | ,5 | ,37783 | ,5 | ,42514 | ,5 | ,46002 | ,5 | ,48441 | ,5 | ,50821 | ,51027 | ,50723 | | | | |
| ,4 | ,14629 | 0 | ,21758 | ,4 | ,27398 | ,4 | ,31767 | ,4 | ,35056 | ,4 | ,37432 | ,4 | ,39038 | ,4 | ,40423 | ,40397 | | | |
| ,3 | ,07538 | 0 | ,13520 | ,3 | ,18295 | ,3 | ,22038 | ,3 | ,24904 | ,3 | ,27024 | ,3 | ,28515 | ,3 | ,29478 | ,3 | ,30153 | | |
| ,2 | ,02591 | 0 | ,07029 | ,2 | ,106 | ,2 | ,13427 | ,2 | ,15620 | ,2 | ,17274 | ,2 | ,18472 | ,2 | ,19285 | ,2 | ,19776 | ,2 | |
| ,1 | 0 | 0 | ,02459 | ,1 | ,04451 | ,1 | ,06041 | ,1 | ,07288 | ,1 | ,08243 | ,1 | ,08950 | ,1 | ,09449 | ,1 | ,09771 | ,1 | ,09946 |
| (НУ) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |



ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ВИХІДНОЇ
КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ІЗ
ЗАСТОСУВАННЯМ ЯВНОЇ

ПОРІВНЯННЯ РОЗВ'ЯЗІВ ДВОХ МЕТОДІВ

ТА ОЦІНКА ПИБКИ



ПОРІВНЯННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ
СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВОГО
І АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДІВ
ПРИ

$t = 0.2$

ПРИ
 $t = 1$

ВИСНОВКИ
1) ОТРИМАН АНАЛІТИЧНИЙ
РОЗВ'ЯЗОК ВИХІДНОЇ
КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ З

ВИКОРИСТАННЯМ MAPLE

2) МЕТОДОМ
ХАРАКТЕРИСТИК РОЗВ'
ЯЗАНО КРАЙОВУ ЗАДАЧУ
ДЛЯ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ
ПЕРЕНОСУ

3) РОЗВ'ЯЗАНО ВИХІДНУ
КРАЙОВУ ЗАДАЧУ МЕТОДОМ
СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ З
ЗАСТОСУ-ВАННЯМ ЯВНОЇ
СХЕМИ РАХУНКУ , ЩО
БІЖИТЬ

4) ПРОВЕДЕНО ПОРІВНЯННЯ
РОЗВ'ЯЗКІВ ВІД ТРЬОХ
МЕТОДІВ

