

Правильные многогранники

Выпуклый многогранник называется правильным, если:

- Все его грани равные правильные многоугольники;
- В каждой его вершине сходится одно и то же число рёбер.

Все ребра ПМ равны, как и двугранные углы, содержащие две грани с общим ребром

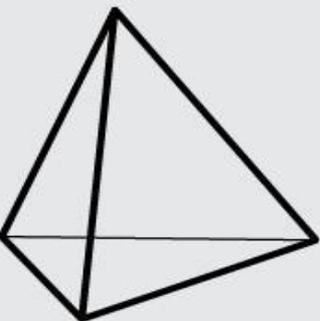
У правильного  $n$ -угольника, если  $n \geq 6$ , углы не меньше  $120^\circ$

$$\alpha = 180 \cdot (n-2) / n$$

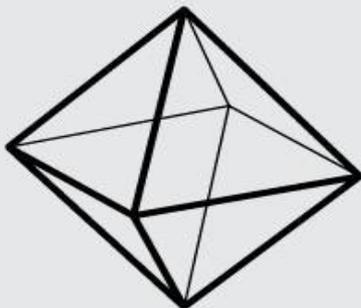
В каждой вершине многогранника должно быть не меньше трёх углов

Даже при трёх углах сумма всех углов уже достигает  $360^\circ$

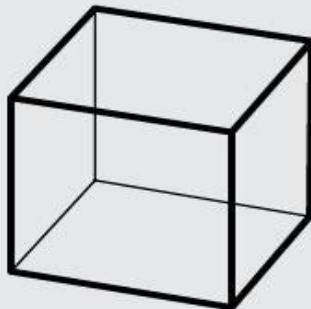
Сумма всех плоских углов при каждой вершине выпуклого многогранника меньше  $360^\circ$



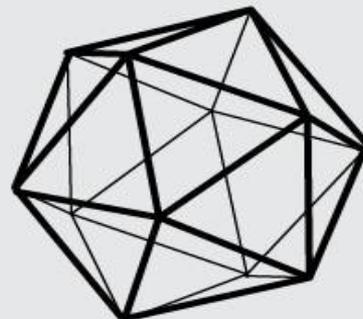
Tetrahedron



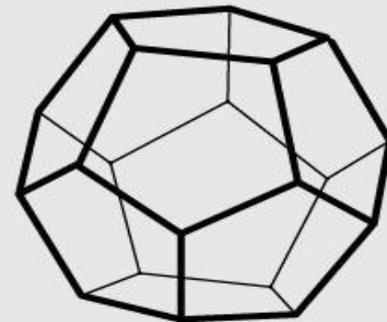
Octahedron



Cube



Icosahedron

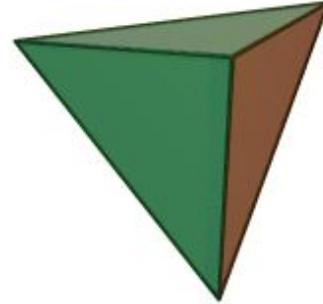


Dodecahedron

# Тетраэдр

Все грани тетраэдра – это  
равносторонние треугольники

Сумма плоских углов при каждой  
из вершин равняется  $180^\circ$ , так как  
все углы равны, то любой угол  
правильного четырёхгранника  
составляет  $60^\circ$



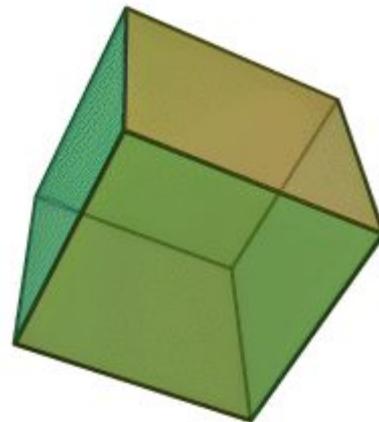
# Куб

Все рёбра куба конгруэнтны и лежат в параллельных плоскостях по отношению друг к другу

Все грани – квадраты, любой из которых может быть принят за основание

Все межгранные углы равны  $90^\circ$ . Из каждой вершины исходит равное количество рёбер - 3

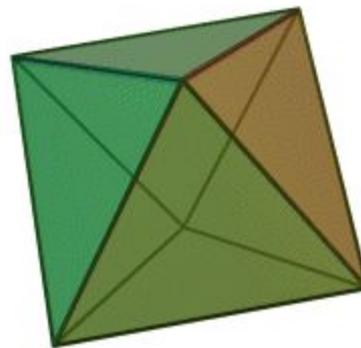
Куб имеет 9 осей симметрии, которые все пересекаются в точке, именуемой центром симметрии



# Октаэдр

Восьмигранник состоит из 8 равносторонних треугольников, в каждой из вершин которого сходится равное количество граней - 4.

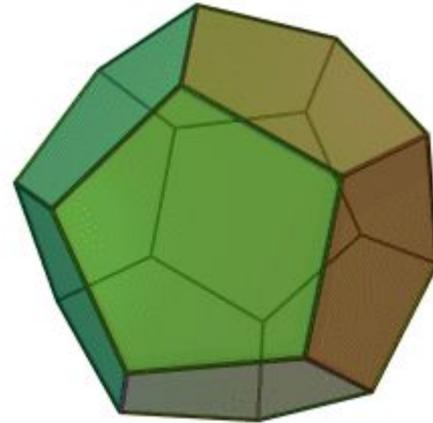
Так как все грани октаэдра равны, равны и его межгранные углы, каждый из которых равняется  $60^\circ$ , а сумма плоских углов любой из вершин составляет  $240^\circ$



# Додекаэдр

В каждой вершине пересекаются по три грани

У додекаэдра 15 осей и плоскостей симметрии

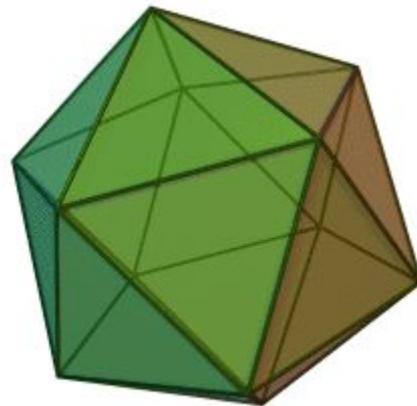


# Икосаэдр

Все грани икосаэдра -  
равнобедренные треугольники

В каждой вершине многогранника  
сходится пять граней, и сумма  
смежных углов вершины составляет  
300

Икосаэдр имеет так же, как и  
додекаэдр, 15 осей и плоскостей  
симметрии, проходящих через  
середины противоположных граней



# Теорема Эйлера

В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин на 2 больше числа рёбер

Для любого выпуклого многогранника имеет место равенство

$$B - P + \Gamma = 2,$$

где  $B$  - число вершин,  $P$  - число рёбер и  $\Gamma$  - число граней данного многогранника.

