

## Многогранники

К этому разделу отнесем два основных типа задач:

- 1) задачи на вычисление;
- 2) задачи на сечения.

К задачам на вычисление относятся те, где требуется найти линейные элементы правильных призм и пирамид, а именно: сторону основания, боковое ребро, апофему и т. д., далее угловые элементы: двугранные углы при основании, линейные углы при вершине; площади: боковой поверхности, полной поверхности, основания.

В основе второго типа задач — задач на построение лежит умение построить сечение данного многогранника плоскостью и определить вид этого сечения. В задачах этого типа сечение задается точкой и прямой, тремя точками, двумя точками и прямой, параллельной плоскости сечения и т. д.

6 **Геометрия. Задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ: 10–11 классы**

**Многогранником** называется тело, граница которого состоит из многоугольников.

Эти многоугольники называются **гранями**, их стороны — **ребрами**, а вершины — **вершинами многоугольника**.

Отрезки, соединяющие две вершины, не лежащие на одной грани, называются **диагоналями многогранника**.

Многогранники бывают **выпуклые** и **невыпуклые**.

Если многогранник целиком расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани, то он называется **выпуклым**.

Например, тетраэдр, октаэдр, параллелепипед — выпуклые многогранники.

Все грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками.

В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше  $360^\circ$ .

### 1. Призма

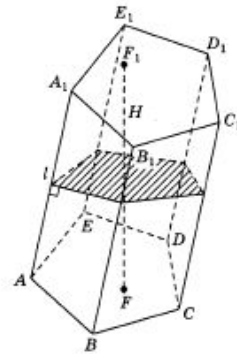


Рис. 1

**Призмой** (рис. 1) называется многогранник, у которого две грани  $ABCDE$  и  $A_1B_1C_1D_1E_1$  (**основания призмы**) — равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все остальные грани ( $AA_1B_1B$ ;  $BB_1C_1C$  и т. д.) — параллелограммы, плоскости которых параллельны одной прямой ( $AA_1$ ,  $BB_1$  и т. д.).

Параллелограммы  $AA_1B_1B$ ,  $BB_1C_1C$  и т. д. называются **боковыми гранями**, а ребра  $AA_1$ ,  $BB_1$  и т. д. называются **боковыми**.

Перпендикуляр  $FF_1$ , опущенный из любой точки одного основания на плоскость другого, называется **высотой призмы**.

Если в основании призмы лежит треугольник, четырехугольник и т. д., то призма называется соответственно **треугольной**, **четырёхугольной** и т. д.

Призма называется **прямой**, если боковые ребра перпендикулярны к основаниям, в противном случае призма называется **наклонной**.

Если в прямой призме основание — правильный многоугольник, то призма называется **правильной**.

У правильной призмы все боковые грани — **равные прямоугольники**. Сечение, которое образовано плоскостью, перпендикулярной боковому ребру призмы, называется **перпендикулярным сечением** (см. рис. 1).

### Произвольная призма

$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{сеч.}} \cdot l; \quad V = S_{\text{осн.}} \cdot H; \quad V = S_{\text{сеч.}} \cdot l;$$

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

### Прямая призма

$$S_{\text{бок.}} = P \cdot H; \quad S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}; \quad V = S_{\text{осн.}} \cdot H.$$

*Замечание.* Для произвольного параллелепипеда справедливы те же формулы.

## 2. Параллелепипед

**Параллелепипедом** называется призма, основание которой — параллелограмм (рис. 2).

У параллелепипеда **6 граней** и все они параллелограммы.

Противоположные грани попарно равны и параллельны.

Параллелепипед имеет **4 диагонали**, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.

Любая грань параллелепипеда может быть принята за **основание**.

Параллелепипед, у которого боковые грани — прямоугольники, называется **прямым**.

Прямой параллелепипед, у которого все грани — прямоугольники, называется **прямоугольным** (рис. 3).

Прямоугольный параллелепипед, у которого все грани квадраты, называется **кубом**.

### Прямоугольный параллелепипед (рис. 3):

$$S_{\text{бок.}} = P \cdot H = 2(a + b)c;$$

$$V = abc;$$

$$S_{\text{полн.}} = 2(ab + bc + ac);$$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

### Куб

Если  $a$  — ребро куба, то

$$V = a^3; \quad d = a\sqrt{3}; \quad S_{\text{полн.}} = 6a^2.$$

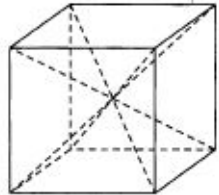


Рис. 2

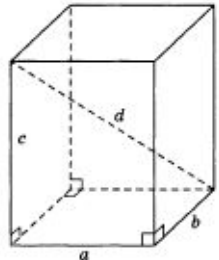


Рис. 3

## 3. Пирамида

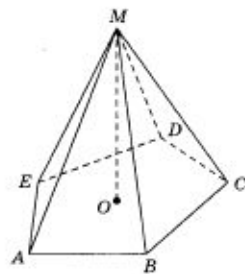


Рис. 4

Пирамидой называется многогранник, у которого одна грань — основание пирамиды — произвольный многоугольник  $ABCDE$  (рис. 4), а остальные боковые грани — треугольники с общей вершиной  $M$ .

Перпендикуляр  $MO$ , опущенный из вершины на основание, называется **высотой пирамиды**.

Если в основании пирамиды треугольник, четырехугольник и т. д., то пирамида называется треугольной, четырехугольной и т. д.

Треугольная пирамида называется **тетраэдром** (четырёхгранником).

Если в основании пирамиды лежит правильный многоугольник, а высота проецируется в центр основания, то пирамида называется **правильной** (рис. 5).

В правильной пирамиде все боковые ребра равны, все боковые грани — равнобедренные треугольники.

Высота боковой грани  $MD$  называется **апофемой** правильной пирамиды.

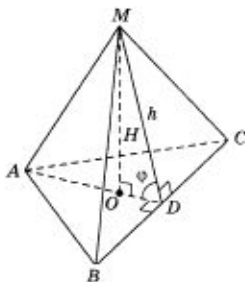


Рис. 5

## Произвольная пирамида

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + S_{\text{осн.}}; \quad V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H.$$

## Правильная пирамида (рис. 5)

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P \cdot h; \quad S_{\text{бок.}} = \frac{S_{\text{осн.}}}{\cos \varphi};$$

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + S_{\text{осн.}}; \quad V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H.$$

Если в пирамиде провести сечение, параллельное основанию, то часть пирамиды, заключенная между секущей плоскостью и основанием, называется **усеченной пирамидой** (рис. 6).

Параллельные грани усеченной пирамиды ( $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ ) называются ее **основаниями**; расстояние между ними ( $OO_1$ ) — **высотой**.

Усеченная пирамида называется **правильной**, если пирамида, из которой она получена, была правильной.

Все боковые грани правильной усеченной пирамиды — равные равнобедренные трапеции.

Высота боковой грани называется **апофемой** правильной усеченной пирамиды.

## Произвольная усеченная пирамида

$$V = \frac{H}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}).$$

## Правильная усеченная пирамида (рис. 6)

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) \cdot h, \quad \text{где } P_1, P_2 \text{ — периметры оснований.}$$

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + S_1 + S_2, \quad \text{где } S_1, S_2 \text{ — площади оснований.}$$

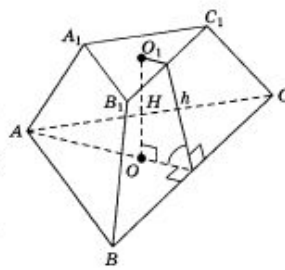


Рис. 6

## 4. Дополнительные соотношения между элементами призмы и пирамиды

1. Если в пирамиде  $MA_1A_2...A_n$  все боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы (рис. 7), длины всех боковых ребер равны, то вершина  $M$  пирамиды проецируется в центр окружности, описанной около основания пирамиды (эта точка  $O$  является также точкой пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам основания пирамиды).

2. Если в пирамиде  $MA_1A_2...A_n$  все боковые грани образуют с основанием равные углы и длины всех апофем боковых граней равны, то вершина  $M$  пирамиды проецируется в центр окружности, вписанной в основание пирамиды. Эта точка является также точкой пересечения биссектрис углов в основании пирамиды (рис. 8).

3. Если высота треугольной пирамиды  $MABC$  проходит через точку пересечения высот  $\triangle ABC$ , лежащего в основании, то противоположные ребра пирамиды перпендикулярны, т. е.  $AM \perp BC$ ,  $MC \perp AB$  и  $MB \perp AC$ . Справедливо и обратное утверждение (рис. 9).

4. Если  $MO$  — высота пирамиды  $MABC$  и  $MA \perp BC$ , то  $(MAO) \perp BC$  (рис. 9).

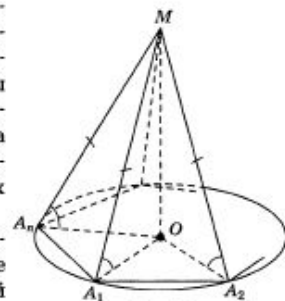


Рис. 7

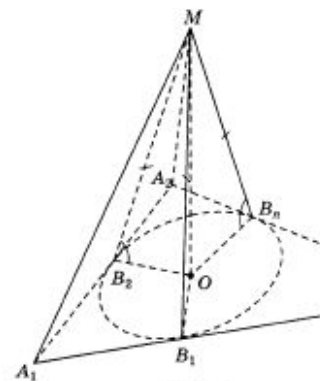


Рис. 8

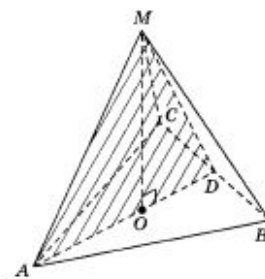


Рис. 9

5. Если в наклонной призме  $A_1A_2...A_nB_1B_2...B_n$  боковое ребро  $A_1B_1$  составляет равные углы со сторонами основания, образующими вершину  $A_1$ , то точка  $O$  основания высоты  $B_1O$  лежит на биссектрисе  $\angle A_1$  (рис. 10).

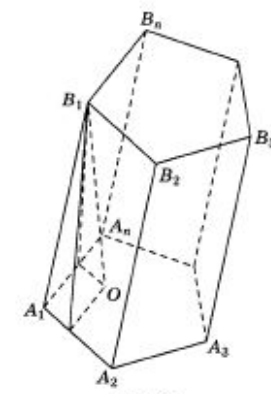


Рис. 10

## Круглые тела

Заметим, что круглые тела по сравнению с многогранниками относительно трудно поддаются изображению. Это замечание прежде всего относится к шару. По этой причине при решении стереометрических задач, как правило, сам шар (а тем более шары) стараются не изображать, так как многие задачи на круглые тела сводятся к задачам планиметрии.

При решении задач, связанных с цилиндром, используются такие понятия, как высота, образующая, радиус основания, осевое сечение, основание, поверхность (боковая и полная) и соответственно параметры: площадь осевого сечения, площадь боковой и полной поверхностей, площадь основания, объем цилиндра, радиус основания.

Что касается прямого кругового конуса (или просто конуса), то здесь добавляются угол при вершине осевого сечения и угол наклона образующей конуса к плоскости основания.

### 1. Цилиндр

Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами  $L$  и  $L_1$ , называется **цилиндром** (рис. 11).

Цилиндрическая поверхность называется **боковой поверхностью цилиндра**, а круги — **основаниями цилиндра**.

Образующие цилиндрической поверхности называются **образующими цилиндра**, а длина образующей — **высотой цилиндра**.

Прямая  $OO_1$  называется **осью цилиндра**.

Всякое сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, представляет собой **прямоугольник**, у которого две стороны — образующие, а две другие — диаметры оснований цилиндра, а само сечение называется **осевым**.

Всякое сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной к оси, является **кругом**.

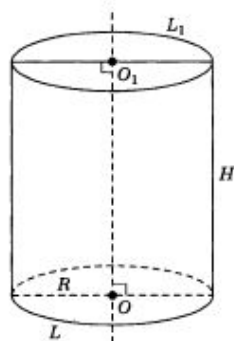


Рис. 11

$$S_{\text{бок.}} = 2\pi RH; \quad S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}};$$

$$S_{\text{полн.}} = 2\pi R(R + H); \quad V = \pi R^2 H.$$

### 2. Конус

**Конусом** называется тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей  $L$  (рис. 12).

Коническая поверхность называется **боковой поверхностью конуса**, а круг — **основанием конуса**.

Точка  $C$  — **вершина конуса**, а образующие конической поверхности — **образующие конуса**.

Прямая  $OC$  называется **осью конуса**, а отрезок  $OC$  называется **высотой конуса**.

Заметим, что конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг любого катета, при этом боковая поверхность конуса образуется вращением гипотенузы, а основание — вращением катета.

Сечение конуса плоскостью, проходящей через ось конуса, называется **осевым**.

$$S_{\text{бок.}} = \pi Rl; \quad S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + S_{\text{осн.}};$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi R(R + l); \quad V = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$$

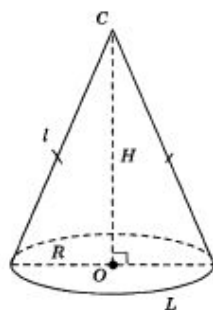


Рис. 12

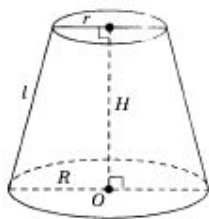


Рис. 13

Усеченный конус может быть получен вращением прямоугольной трапеции вокруг ее боковой стороны, перпендикулярной основаниям.

$$S_{\text{бок.}} = \pi l(R + r); \quad S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + S_1 + S_2; \quad S_1 = \pi R^2;$$

$$S_2 = \pi r^2; \quad V = \frac{\pi H}{3} (R^2 + Rr + r^2).$$

### 3. Шар

**Шаровой**, или **сферической**, **поверхностью** (или просто **сферой**) называется геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки — **центра шара** (точка  $O$ , рис. 14).

Тело, ограниченное шаровой поверхностью, называется **шаром**.

Шар можно получить вращением полуокруга (или круга) около его диаметра.

Сечение шара плоскостью, проходящей через центр  $O$ , представляет собой наибольший круг.

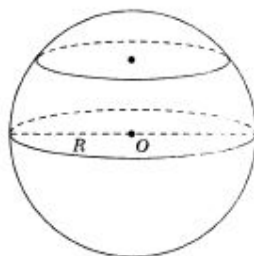


Рис. 14

Если плоскость имеет со сферой только одну общую точку, то она называется **касательной плоскостью к сфере**, а их общая точка — **точкой касания** плоскости и сферы.

Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости. Верно и обратное.

Многогранник называется **описанным около сферы** (шара), если сфера касается всех его граней. При этом сфера называется **вписанной в многогранник**.

Многогранник называется **вписанным в сферу**, если все его вершины лежат на сфере. При этом сфера называется **описанной около многогранника**.

$$S_{\text{шара}} = 4\pi R^2 = \pi D^2; \quad V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3.$$

#### 1. Шаровой сегмент (рис. 15).

Если  $S$  — площадь сферической поверхности сегмента,  $h$  — высота,  $V$  — объем,  $r$  — радиус основания, то

$$S = 2\pi R h = \pi D h = \pi(r^2 + h^2);$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi(2R h + r^2) = \pi(h^2 + 2r^2);$$

$$V = \pi h^2 (R - \frac{1}{3} h).$$

#### 2. Шаровой сектор (рис. 15).

$$S = \pi R(2h + r);$$

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{6} \pi d^2 h.$$

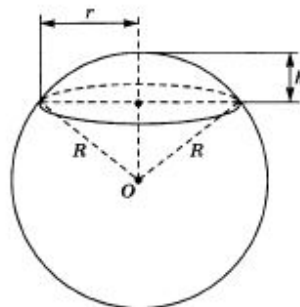


Рис. 15

#### 3. Шаровой пояс (рис. 16).

Если  $h$  — высота шарового пояса,  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы оснований, то

$$S_{\text{бок.}} = 2\pi R h = \pi D h;$$

$$S = \pi(2R h + r_1^2 + r_2^2);$$

$$V = \frac{1}{6} \pi h(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2).$$

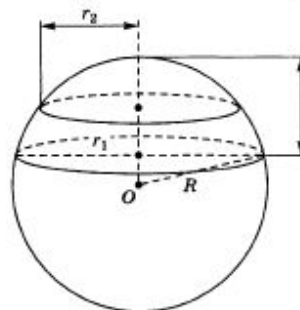


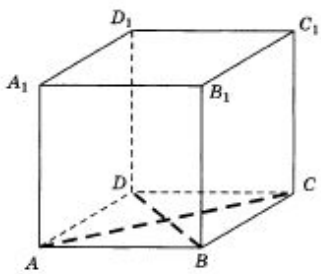
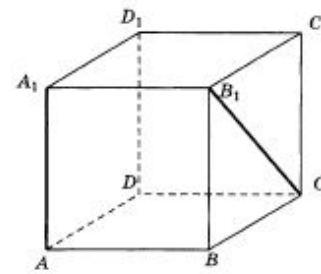
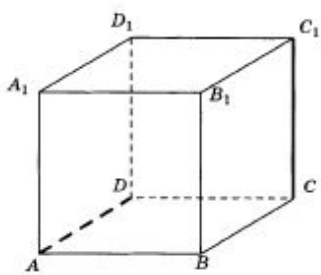
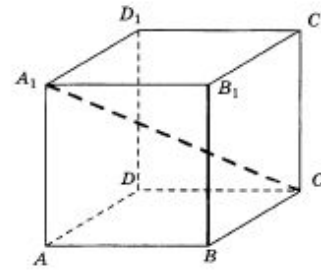
Рис. 16

# ЗАДАЧИ В ТАБЛИЦАХ

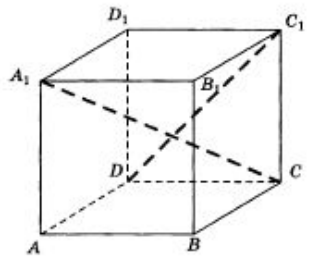
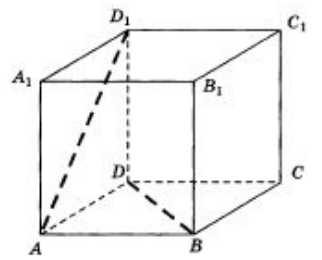
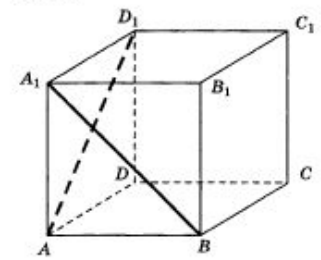
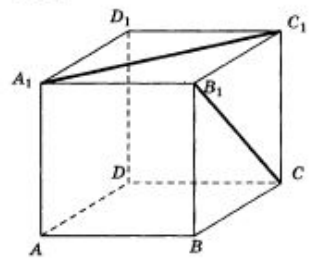
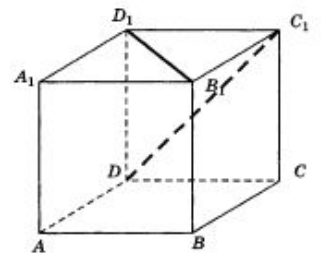
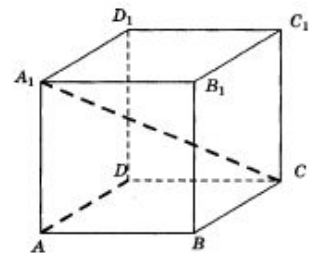
## § 1. Угол между двумя прямыми

КУБ

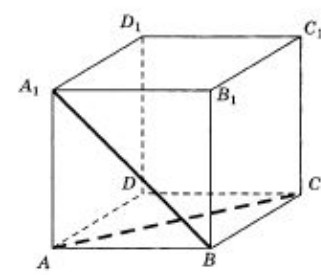
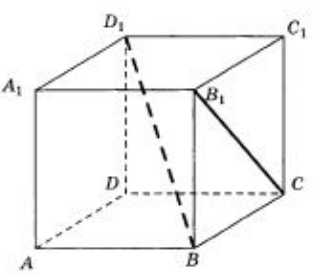
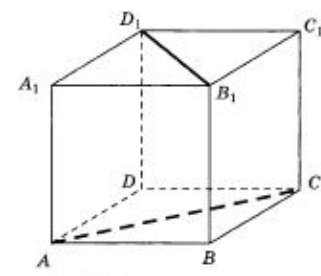
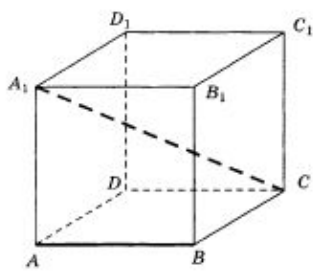
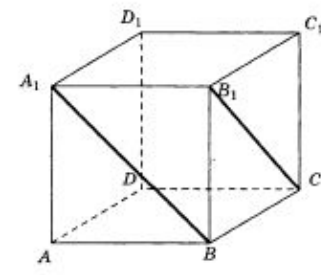
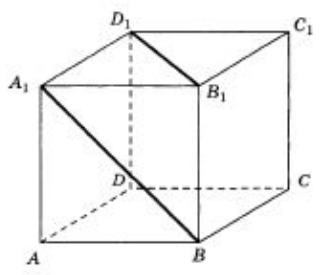
Таблица 1

<p><b>1</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>AC</math> и <math>BD</math>.</p> 	<p><b>3</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>AA_1</math> и <math>B_1C</math>.</p> 
<p><b>2</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>CC_1</math> и <math>AD</math>.</p> 	<p><b>4</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>BB_1</math> и <math>A_1C</math>.</p> 

Продолжение табл. 1

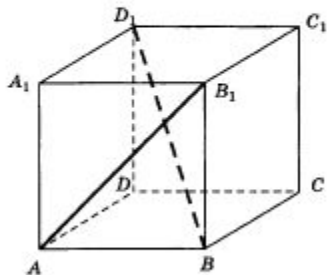
<p><b>5</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>A_1C</math> и <math>DC_1</math>.</p> 	<p><b>8</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>AD_1</math> и <math>BD</math>.</p> 
<p><b>6</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>AD_1</math> и <math>A_1B</math>.</p> 	<p><b>9</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>A_1C_1</math> и <math>B_1C</math>.</p> 
<p><b>7</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>DC_1</math> и <math>D_1B_1</math>.</p> 	<p><b>10</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>A_1C</math> и <math>AD</math>.</p> 

Продолжение табл. 1

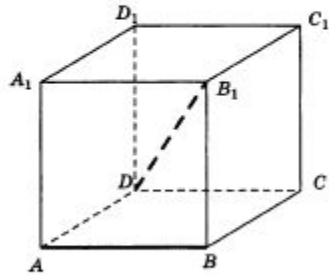
<p><b>11</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>A_1B</math> и <math>AC</math>.</p> 	<p><b>14</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>B_1C</math> и <math>BD_1</math>.</p> 
<p><b>12</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>AC</math> и <math>B_1D_1</math>.</p> 	<p><b>15</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>AB</math> и <math>CA_1</math>.</p> 
<p><b>13</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>A_1B</math> и <math>CB_1</math>.</p> 	<p><b>16</b> В единичном кубе <math>A...D_1</math> найдите угол между прямыми <math>BA_1</math> и <math>B_1D_1</math>.</p> 

Окончание табл. 1

**17** В единичном кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BD_1$ .



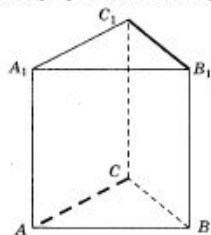
**18** В единичном кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямыми  $AB$  и  $DB_1$ .



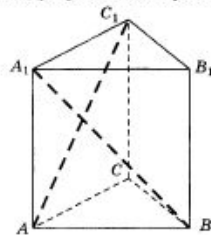
ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

Таблица 2

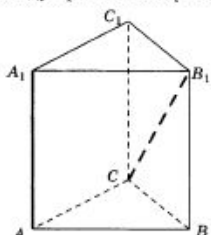
**1** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AC$  и  $B_1C_1$ .



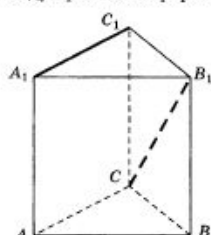
**4** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AC_1$  и  $A_1B$ .



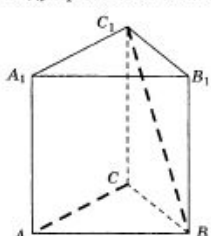
**2** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $B_1C$ .



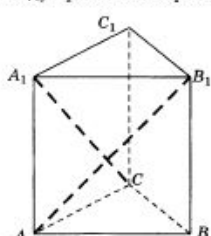
**5** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $A_1C_1$  и  $B_1C$ .



**3** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AC$  и  $BC_1$ .

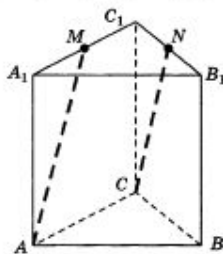


**6** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $A_1C$ .

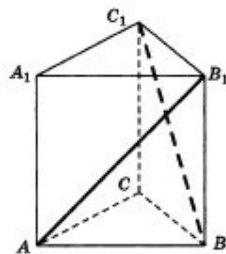


Окончание табл. 2

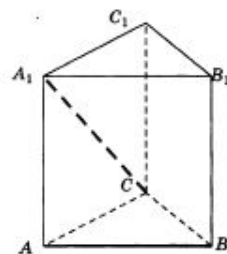
**7** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AM$  и  $CN$ , где  $M$  и  $N$  — соответственно середины ребер  $A_1C_1$  и  $B_1C_1$ .



**9** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

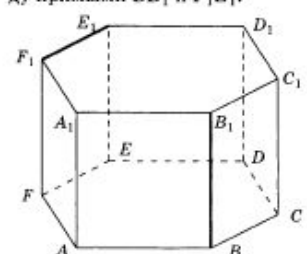
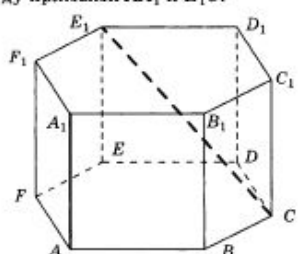
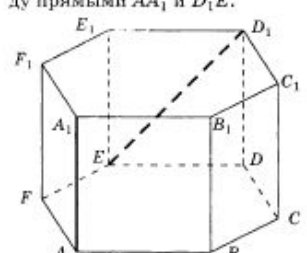
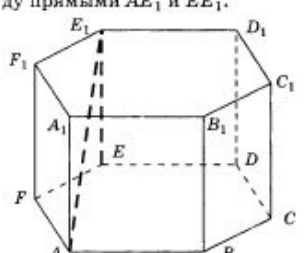
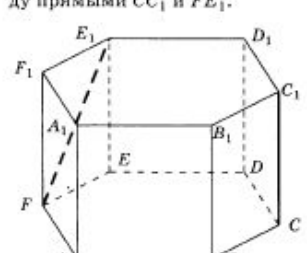
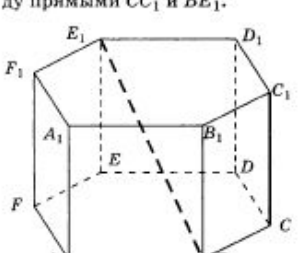


**8** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CA_1$ .

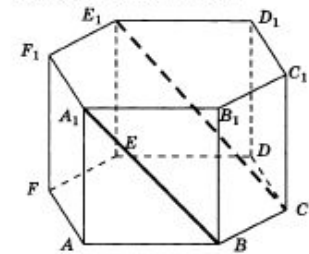
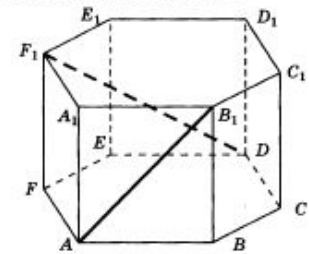
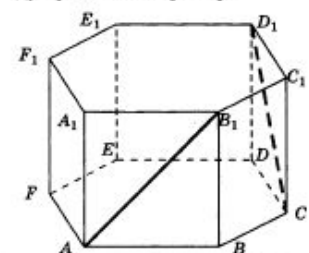
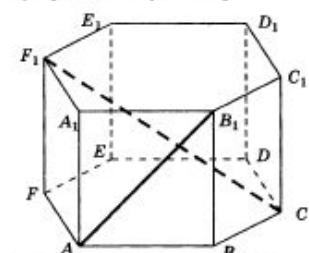
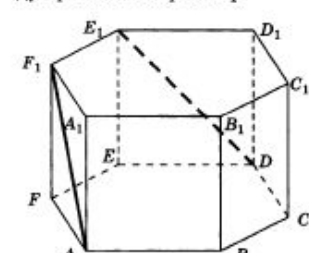
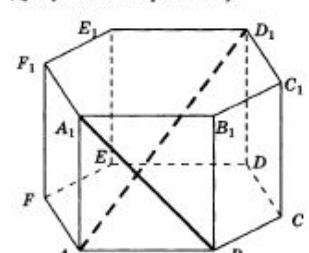


## ПРАВИЛЬНАЯ ШЕСТИУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

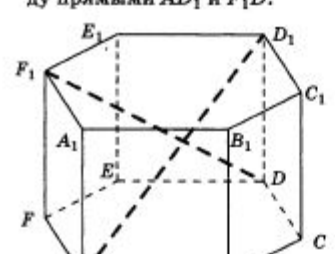
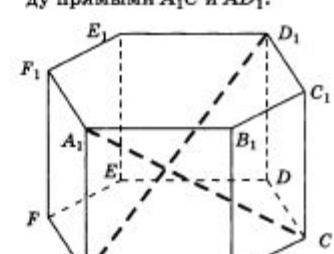


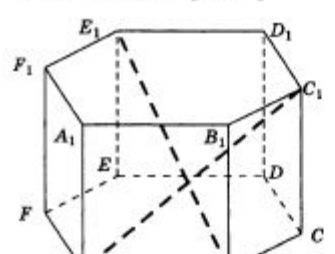
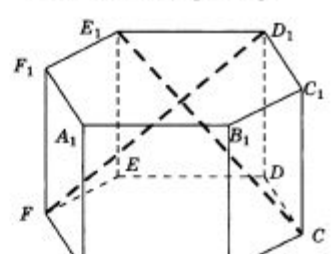
Таблица 3

<p><b>1</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>BB_1</math> и <math>F_1E_1</math>.</p> 	<p><b>4</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AA_1</math> и <math>E_1C</math>.</p> 
<p><b>2</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AA_1</math> и <math>D_1E</math>.</p> 	<p><b>5</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AE_1</math> и <math>EE_1</math>.</p> 
<p><b>3</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>CC_1</math> и <math>FE_1</math>.</p> 	<p><b>6</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>CC_1</math> и <math>BE_1</math>.</p> 

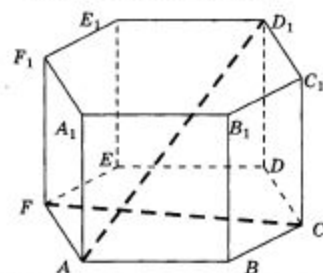
Продолжение табл. 3

<p><b>7</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>A_1B</math> и <math>E_1C</math>.</p> 	<p><b>10</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AB_1</math> и <math>F_1D</math>.</p> 
<p><b>8</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AB_1</math> и <math>D_1C</math>.</p> 	<p><b>11</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>F_1C</math> и <math>AB_1</math>.</p> 
<p><b>9</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AF_1</math> и <math>DE_1</math>.</p> 	<p><b>12</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>A_1B</math> и <math>AD_1</math>.</p> 

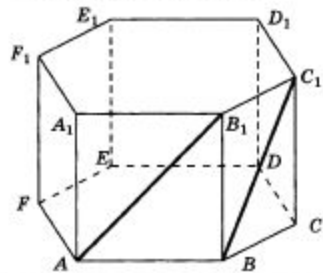
Продолжение табл. 3

<p><b>13</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AD_1</math> и <math>F_1D</math>.</p> 	<p><b>16</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>A_1C</math> и <math>AD_1</math>.</p> 
<p><b>14</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>BE_1</math> и <math>AB_1</math>.</p> 	<p><b>17</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AD_1</math> и <math>CF_1</math>.</p> 
<p><b>15</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>AC_1</math> и <math>BE_1</math>.</p> 	<p><b>18</b> В правильной шестиугольной призме <math>A...F_1</math>, все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми <math>FD_1</math> и <math>CE_1</math>.</p> 

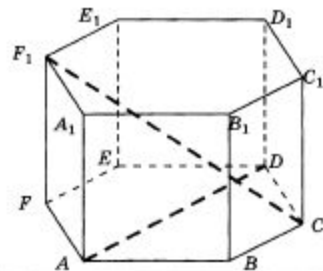
**19** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $FC$  и  $AD_1$ .



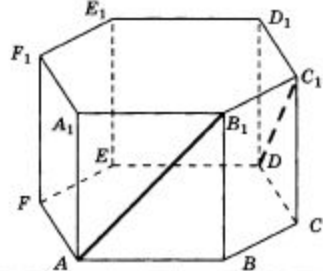
**22** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .



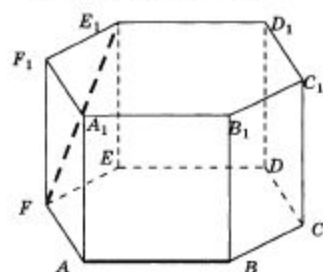
**20** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AD$  и  $CF_1$ .



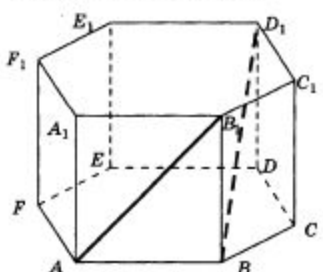
**23** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $DC_1$ .



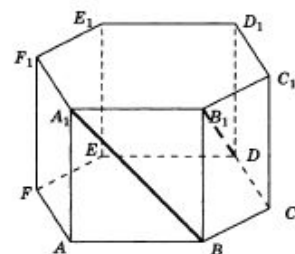
**21** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB$  и  $FE_1$ .



**24** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BD_1$ .



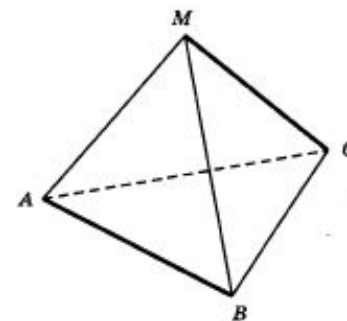
**25** В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $BA_1$  и  $DB_1$ .



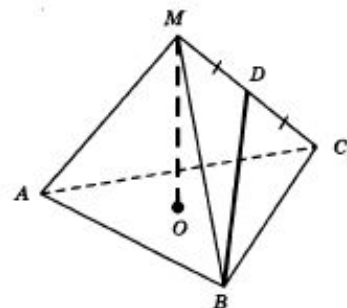
**ПРАВИЛЬНЫЙ ТЕТРАЭДР**

Таблица 4

**1** В правильном тетраэдре  $MABC$  найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CM$ .



**2** В правильном тетраэдре  $MABC$  найдите угол между высотой  $MO$  и медианой  $BD$  боковой грани  $MBC$ .



**3** В правильном тетраэдре  $MABC$  точка  $D$  — середина ребра  $CM$ . Найдите угол между прямыми  $BC$  и  $AD$ .

