# Степени с рациональными показателями, их свойства.

Посмотреть презентацию. Составить подробный конспект. Выполнить предложенные задания.

### **Повторение**

Степень с целым показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{n pas}}$$

$$1)3^3 = 27$$

$$2)5^3 = 125$$

$$3)2^4 = 16$$

$$4)3^1 = 3$$

Степенью числа а с нагуральным показателем п, большим 1, называется произведение п множителей, каждый из которых равен а

a) 
$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000}$$
;

6) 
$$9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$$
;

B) 
$$a^{-1} = \frac{1}{a^1}$$
;

$$\Gamma) x^{-20} = \frac{1}{x^{20}};$$

$$\mathbf{e})(a+\mathbf{e})^{-4}=\frac{1}{(a+\mathbf{e})^4}.$$

$$1)3^{0} = 1$$

$$2)5^{0}=1$$

$$3)22222222^0 = 1$$

$$4)100000^0 = 1$$

# Повторение: действия с обыкновенными дробями

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{3:3}{12:3} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{47}{10} - \frac{3}{5} = \frac{47}{10} - \frac{3^{2}}{5} = \frac{47 - 3 \cdot 2}{10} = \frac{41}{10}$$

$$\frac{49}{16} \cdot \frac{4}{7} = \frac{49 \cdot 4}{16 \cdot 7} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{54}{100} : \frac{27}{10} = \frac{54}{100} \cdot \frac{10}{27} = \frac{54 \cdot 10}{100 \cdot 27} = \frac{2}{10}$$



# Действия с дробями

## Сложение и вычитание дробей

$$2\frac{7}{8} + 3\frac{5}{6} = 5\frac{{}^{3)}7}{8} + \frac{{}^{4)}5}{6} = 5\frac{3*7}{3*8} + \frac{4*5}{4*6} = 5\frac{21+20}{24} = 5\frac{41}{24} = 5+1\frac{17}{24} = 6\frac{17}{24}$$

$$6\frac{1}{3} - 4\frac{5}{7} = 2\frac{7}{3} - \frac{3}{7} = 2\frac{7}{21} - \frac{15}{21} = 1\frac{21+7}{21} - \frac{15}{21} = 1\frac{28-15}{21} = 1\frac{13}{21}$$

### Умножение дробей

$$1\frac{1}{9} \times 2\frac{2}{5} = \frac{9 \times 1 + 1}{9} \times \frac{2 \times 5 + 2}{5} = \frac{10}{9} \times \frac{12}{5} = \frac{10 \times 12}{9 \times 5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

## Деление дробей

$$1\frac{5}{7}: 1\frac{1}{7} = \frac{1*7+5}{7}: \frac{1*7+1}{7} = \frac{12}{7}: \frac{8}{7} = \frac{12*7}{7*8} = \frac{3*1}{1*2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

# учаем теорию:

с рациональным показателем

$$1.a^{\frac{p}{q}} =$$

$$a \ge 0$$

$$2.a^{-n} =$$

$$3.a^{-\frac{p}{q}} = a > 0$$

Свойства степеней:

$$1.a^p a^q =$$

$$4.(ab)^q =$$

$$2.a^{p}:a^{q}=$$

$$3.(a^p)^q =$$

$$5.a^{7} : a^{7} = 5 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{p} = 5$$



Вычислить (57-60).

57 1) 
$$64^{\frac{1}{2}}$$
; 2)  $27^{\frac{1}{3}}$ ; 3)  $8^{\frac{2}{3}}$ ; 4)  $81^{\frac{3}{4}}$ ; 5)  $16^{-0.75}$ ; 6)  $9^{-1.5}$ .

**58** 1) 
$$2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$$
; 2)  $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$ ; 3)  $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$ ; 4)  $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$ ; 5)  $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}$ .

59 1) 
$$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$$
; 2)  $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$ ; 3)  $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$ ; 4)  $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$ .

**60** 1) 
$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-0.75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$$
; 2)  $(0.04)^{-1.5} - (0.125)^{-\frac{2}{3}}$ ;

3) 
$$8^{\frac{9}{7}}: 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}};$$
 4)  $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}.$ 

Найти значение выражения: 61

1) 
$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$$
 при  $a = 0.09$ ; 2)  $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$  при  $b = 27$ ;

## Определение

Степенью числа a>0 с рациональным показателем  $r=\frac{m}{n}$ , где m – целое число, а n – натуральное (n>1), называется число  $\sqrt[n]{a^m}$ .

По определению: 
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$
Пример:  $7^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{7^1}$ 
 $a^{-\frac{7}{15}} = \sqrt[15]{a^{-7}}$ 

## Понятие степени с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$
,  $r\partial e \ a \ge 0$ ,  $q \in N$ ,  $p \in Z$ 

## Примеры

1) 
$$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

2) 
$$12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

3) 
$$\left(\frac{4}{9}\right)^{-2\frac{2}{5}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{12}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{4}{9}\right)^{-12}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$$

## Свойства степени с рациональным показателем (для п ∈ R, k ∈ R)

$$1^{\circ}$$
  $a^{\circ} = 1$ ,  $r\partial e \ a \neq 0$ 

$$2^{\circ}$$
  $a^1 = a$ 

$$3^{\circ}$$
  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ , где  $a \neq 0$ 

$$4^{\circ}$$
  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ,  $r\partial e \ a \neq 0$ 

$$5^{\circ}$$
  $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$ 

6° 
$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$$
,  $r\partial e \ a \neq 0$ 

$$7^{\circ}$$
  $(a^n)^k = a^{nk}$ 

$$8^{\circ}$$
  $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ 

9° 
$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$
,  $a\partial e \ b \neq 0$ 

10° 
$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$
,  $\partial e \ a \neq 0, \ b \neq 0$ 

## Примеры применения

1. Найдем значение выражения:

$$\sqrt[4]{40} \cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3} \cdot 5 \cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}}$$

2. Преобразуем выражение:

$$\frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}} = \frac{(a^{\frac{1}{4}})^2 - (b^{\frac{1}{4}})^2}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}} = \frac{(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}$$

3. Сравним числа:  $\sqrt[5]{8}$  и  $2^{\frac{2}{3}}$ 

$$\sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}}$$

$$2^{\frac{3}{5}} < 2^{\frac{2}{3}}$$
 no свойству 7, так как  $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ 

## Понятие степени с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad r\partial e \ a \ge 0, \ n \in \mathbb{N}, \ m \in \mathbb{Z}$$

## Примеры

$$a^{p}$$

**a p** 1) 
$$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

2) 
$$12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

3) 
$$\left(\frac{4}{9}\right)^{-2\frac{2}{5}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{12}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{4}{9}\right)^{-12}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$$

#### Представыте степень с дробным показателем в виде кория:

1. 
$$2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$$

2. 
$$3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$
3.  $-8^{1,5}_{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ 
4.  $5a^{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{a}$ 

3. 
$$-8^{1,5}_{1} =$$
 не имеет смысла

4. 
$$5a^{-2} = 5\sqrt{a}$$

5. 
$$(x-y)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(x-y)^2}$$



$$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$$

1. 
$$\sqrt{7}=7^{\frac{1}{2}}$$

2. 
$$\sqrt[9]{a^4} = a^{\frac{4}{9}}$$

3. 
$$\frac{3}{\sqrt{2}} = 3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}$$

4. 
$$b\sqrt{b} = b \cdot b^{\frac{1}{2}} = b^{1,5}$$

5. 
$$\sqrt{(x+y)^3} = (x+y)^{\frac{3}{2}} = (x+y)^{1,5}$$

Представьте в виде степени с дробным показателем:

$$a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{km}{kn}} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

где  $a \ge 0$ ,  $n, k \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ 

$$2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{10}{15}}$$

#### 1. Вычислите:

a) 
$$3.16^{\frac{1}{2}}$$
; 6)  $27^{-\frac{1}{3}}$ ; B)  $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 27^2}{9^{\frac{1}{2}}}$ ;

r) 
$$5 \cdot 16^{\frac{1}{4}} - 0.2 \cdot (-0.027)^{\frac{1}{3}} + \sqrt[5]{1}$$
.

## 2. Упростите выражение:

a) 
$$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{4}}$$
; 6)  $\frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}}$ ; B)  $(c^{\frac{2}{3}})^3 \cdot c^{-\frac{3}{2}}$ ;

$$\Gamma$$
)  $(81m^{-4})^{-\frac{3}{4}}$ ; д)  $\frac{d^{5,2} \cdot d^{-4,8}}{d^{2,3} \cdot d^{-2,7}}$ .

#### Домашнее

#### Задание: Степень с действительным показателем. Решение задач.

## Примените свойства степени

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

