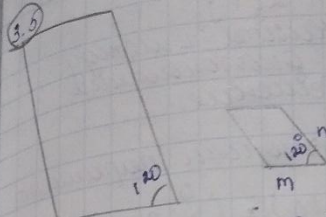


Домашняя работа

3.5



Дано:  $\vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}$ ,  
 $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$  где  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$   
 единич. векторы  
 образ.  $120^\circ$

Найти:  $\angle$  между  
 $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

1) найдем скалярное

произведение  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :  $(2m+4n) \cdot (m-n) = 2m^2 + 4mn - 2mn - 4n^2 = 2m^2 + 2mn - 4n^2$   
 $|a+b| = \sqrt{(2m+4n)^2 + (m-n)^2} = \sqrt{4m^2 + 16mn + 16n^2 + m^2 - 2mn + n^2} = \sqrt{5m^2 + 14mn + 17n^2}$

вместо  $m$  и  $n$  подставим 1, а вместо  $mn$   $-0,5$

$2m^2 + 2mn - 4n^2 \Rightarrow 2 \cdot 1^2 + 2(-0,5) - 4 \cdot 1^2 = 2 - 1 - 4 = -3$

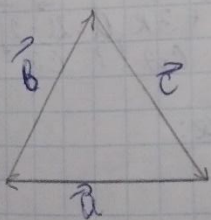
3)  $|a|^2 = |2m+4n|^2 = 4m^2 + 16mn + 16n^2 = 4 + 16(-0,5) + 16 = 4 - 8 + 16 = 12 \Rightarrow |a| = \sqrt{12}$

4)  $|b|^2 = |m-n|^2 = m^2 - 2mn + n^2 = 1 - 2(-0,5) + 1 = 1 + 1 + 1 = 3 \Rightarrow |b| = \sqrt{3}$

5)  $\cos \varphi = \frac{ab}{(|a||b|)} = \frac{-3}{(\sqrt{12} \cdot \sqrt{3})} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\varphi) = 120^\circ$

Ответ:  $120^\circ$

3.6



Дано:  $(a) = 2, (b) = 3, (c) = 5$

$(a, b) = 60^\circ; (b, c) = 60^\circ$

Найти: длину вектора  $\vec{d}$

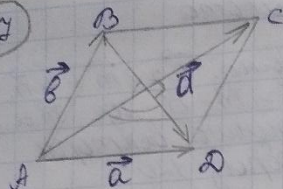
$\vec{d} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

Решение:

$(d) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab) + 2(ac) - 2(bc)} = \sqrt{4 + 9 + 25 - 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt{4 + 9 + 25 - 12 + 20 - 30} = \sqrt{7}$

Ответ:  $d = \sqrt{7}$

3.7



Дано  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k}$ ,

$\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$

Найти:  $\angle$  между диагоналями  
 Решение:

1)  $a = \{2; 1; 0\}; b = \{2; 1; 0\}$  - стороны параллелогра.

$d = \vec{a} + \vec{b} = (-2+2); (1+1); (0+0) = (0; 2; 0)$   
 $\vec{d} = (0; 2; 0)$

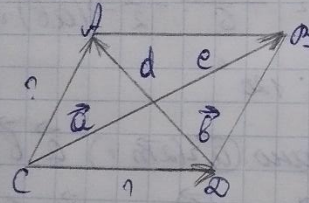
$\vec{d} = \vec{b} - \vec{a} = (2-2); (1-1); (0-0) = (0; 0; 0)$   
 $\vec{d} = (4; 0; 0)$

2) найдем скалярное произведение векторов.

$d \cdot \vec{d} = 0 \cdot 4 + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$ , следовательно векторы  $d$  и  $\vec{d}$  - перпендикулярны.

Ответ:  $\angle$  между диагоналями  $90^\circ$ .

3.8



Дано:

ABCD - параллелограмм

$\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{d} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$

Найти:  $CA$ ?  $CD$ ?

Решение:

$CB = (2; -1; 3)$   
 $AD = (2; -2; 4)$

$|\vec{a}| = CB = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$

$|\vec{b}| = AD = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Ответ:  $|\vec{a}| = 2\sqrt{14}, |\vec{b}| = 2\sqrt{5}$

3.9

$|a+b|$

$|a-b|$

3.10

$\vec{a} =$

$\frac{ax}{bx}$

$-\frac{2}{ax}$

$a$

3.11

$\vec{OA}$

$\vec{OA}$

$\vec{OB}$

3.9

Дано:  $|\vec{a}| = 11, |\vec{b}| = 23$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = 30$$

Найти  $|\vec{a} + \vec{b}|$

Решение:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = a^2 - 2ab \cos \alpha + b^2 = 30^2$$

$$121 - 506 \cos \alpha + 529 = 900$$

$$\cos \alpha = \frac{-260}{506} = -\frac{125}{253}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = a^2 + 2ab \cos \alpha + b^2 = 121 + 250 + 529 = 400$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{400} = 20$$

Ответ: 20

3.10

$$\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$$

$$\vec{b} = a\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$-\frac{2}{a_x} = \frac{3}{-6} = \frac{\beta}{2}$$

$$-2a + 1 \cdot 18 + 2\beta = 0$$

$$a = 4, \beta = -1$$

$$a = -3, \beta = -6$$

3.11

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = d$$

$$\vec{OA} = \left( \cos \frac{\pi}{3}, \cos \frac{\pi}{3}, \cos \frac{\pi}{4} \right) = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\vec{OB} = (2, 2, -2\sqrt{2}) \quad \cos \alpha = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} - 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 \cdot 4} = \frac{1+1-2}{4} = 0$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{Ответ: } \alpha = \frac{\pi}{2}$$

3.12

Дано:  $\vec{OA} = \vec{a} = 2\vec{i}$ ;  $\vec{OB} = \vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$

$$\vec{OC} = \vec{c} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$$

Решение:

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$$

$$2\vec{i} + 6\vec{j} = 2\alpha\vec{i} + \beta(3\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$2\vec{i} + 6\vec{j} = (2\alpha + 3\beta)\vec{i} + 3\beta\vec{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = 2\alpha + 3\beta \\ 6 = 3\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = -4 \\ \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \vec{c} = -2\vec{a} + 2\vec{b}$$

3.13

$$\vec{r} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$$

1) Дана

$$2\vec{a} = \dots$$

$$-\vec{b} = \dots$$

$$\vec{c} = \dots$$

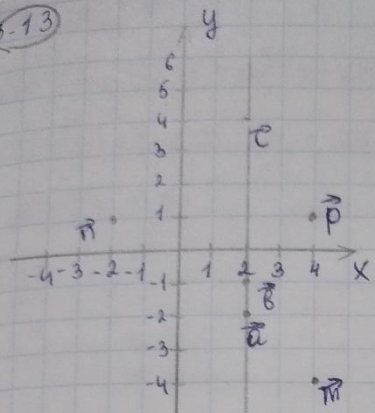
$$\vec{p} = \dots$$

$$\dots$$

$$= (4 + \dots)$$

3.14

3.13



Дано:  $\vec{a} = (2; -2)$ ,  $\vec{b} = (2; -2)$

$\vec{c} = (2; 4)$

Найти: координаты

$\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  и разложить его по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$

Решение:

1) Для вектора  $p$  вычислим каждое слагаемое

$2\vec{a} = (2 \cdot 2; 2 \cdot (-2)) = (4; -4)$  обознач.  $2\vec{a} = \vec{m}$

$-\vec{b} = (-1; 2; -1 \cdot (-1)) = (-2; 1)$  обознач.  $-\vec{b} = \vec{n}$

$\vec{c} = (1 \cdot 2; 1 \cdot 4) = (2; 4)$  обознач.  $\vec{c} = \vec{c}$ ,

следовательно  $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = \vec{m} + \vec{n} + \vec{c}$  будет иметь координаты.

$\vec{p} = \{x_m + x_n + x_c; y_m + y_n + y_c; z_m + z_n + z_c\} = (4 + (-2) + 2; -4 + 1 + 4) = (4; 1)$   $\vec{p} = (4; 1)$

Ответ:  $\vec{p} = (4; 1)$

3.14

Дано:  $\vec{a} = (2; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; -1; 2)$

$\vec{c} = (2; 2; -1)$ ,  $\vec{d} = (3; 7; -4)$

Разложить вектор  $\vec{a}$  по векторам  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$

Решение:

3.15

Дано: вектор  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$

Найти: его длину и направ.  $\cos$ .

Решение.

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7$$

направленные  $\cos$

$$\cos \alpha = \frac{2}{7}; \cos \beta = \frac{3}{7}; \cos \gamma = \frac{-6}{7}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7}; \frac{3}{7}; \frac{-6}{7}$$

3.16

с осью  $Oy$  и  $Oz = 60^\circ$  и  $120^\circ$

$Ox = ?$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

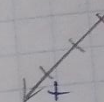
$$\cos^2 60 + \cos^2 120 + \cos^2 \gamma = 1$$

$\cos 120$

$\cos^2 \gamma =$

$\cos \gamma =$

3.17



$M_1$

$|M_2|$

$= \sqrt{8}$

3.18

$\cos$

$\cos$

$$\cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\cos 120 = \cos(180 - 60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \gamma = 1 - \cos^2 60 - \cos^2 120 = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \gamma = \pm 45^\circ$$

Ответ:  $\cos \alpha = \pm 45^\circ$

Дано:  $M_1(4; -2; 6)$

$M_2(1; 4; 0)$

Найти: длину направ. вектора  $M_1 M_2$

Решение.

$M_1(4; -2; 6)$   $M_2(1; 4; 0)$

$$|M_1 M_2| = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-4)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{81} = 9$$

Ответ:  $|M_1 M_2| = 9$

Дано:  $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{j} + 5\sqrt{2}\vec{k}$  и

$\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$

Найти:  $\angle$  образованный векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  с осью  $Ox$

$$\cos \gamma = \frac{(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{i}}{|\vec{a} - \vec{b}| \cdot 1} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{16+16+32} \cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \gamma = 45^\circ$$

Ответ:  $\angle = 45^\circ$

3.19

$$\vec{b} = (i+2j) - m\vec{k}$$

Найти: при каком значении  $m$  векторы перпендикулярны

Решение:

векторы  $\vec{a}(m; -3; 2)$   $\vec{b}(1; 2; -m)$  - перпендикулярны в том случае если их скалярное произведение равно 0.

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = m \cdot 1 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot m = -6 - m = 0$$

$$-6 - m = 0$$

$$m = -6$$

Ответ:  $m = -6$

3.20

$$\vec{a} = i + j + 2k$$

$$\vec{b} = i - j + 4k$$

Даны:  $\vec{a} = i + j + 2k$

$\vec{b} = i - j + 4k$ ;  $\vec{c} = 3i + 4j + 2k$

Найти: проекцию вектора  $(\vec{a} + \vec{c})$  на вектор  $\vec{b} + \vec{c}$

$$\text{Проекция} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$$

Найдем скаляр произвед.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

$$= 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 = 1 - 1 + 8 = 8$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 1 + 16} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{проекция } \vec{a} = \frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

3.3

Дано:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (2; 1; 0) \\ \vec{b} &= (1; -1; 2) \\ \vec{c} &= (2; 2; -1) \\ \vec{d} &= (3; 7; -7) \\ \vec{m} &= 5\vec{a} + 2\vec{b} \end{aligned}$$

$$\vec{d} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c}$$

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta + 2\gamma = 3 \\ 2\alpha - \beta + 2\gamma = 7 \\ 2\beta - \gamma = -7 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 2 & -1 & -7 \end{array} \right) \sim -2 \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \\ 0 & 2 & -1 & -7 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\gamma = 1; \beta = -3; \alpha = 2$$

$$\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$$

$$\delta) \vec{a} = (2; 1; 0) \quad \vec{b} = (1; -1; 2)$$

$$\vec{c} = (2; 2; -1) \quad \vec{d} = (3; 7; -7)$$

$$\vec{d} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c}$$

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta + 2\gamma = 3 \\ 2\alpha - \beta + 2\gamma = 7 \\ 2\beta - \gamma = -7 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 2 & -1 & -7 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \\ 0 & 2 & -1 & -7 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta + 2\gamma = 3 \\ 3\beta - 2\gamma = -1 \\ \gamma = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \gamma = 1 \\ \beta = -3 \\ \alpha = 2 \end{matrix}$$

$$\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{m} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$$

3.21

$\vec{m} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$

$$\vec{m} = (x; y; z) \quad \cos \alpha; \cos \beta; \cos \gamma$$

$$\vec{d} = (4; 2; 0) - (3; -3; 6) + (2; 2; -1) = (3; 7; -7)$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{3^2 + 7^2 + (-7)^2} = \sqrt{9 + 49 + 49} = \sqrt{107}$$

$$\vec{m} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{m} = (10; 5; 0) + (2; -2; 4) = (12; 3; 4)$$

3.22

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k} \quad \vec{a} = (3; -6; -1)$$

$$\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k} \quad \vec{b} = (1; 4; -5)$$

$$\vec{c} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \quad \vec{c} = (3; 4; 2)$$

$$\vec{a} + \vec{c} = (6; -2; 1) \quad \vec{b} + \vec{c} = (4; 8; -3)$$

$$(\vec{a} + \vec{c}) \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 6 \cdot 4 + (-2) \cdot 8 + 1 \cdot (-3) = 24 - 16 - 3 = 5$$

$$|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4^2 + 8^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 64 + 9} = \sqrt{89}$$

$$\cos \varphi = \frac{(\vec{a} + \vec{c}) \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{a} + \vec{c}| |\vec{b} + \vec{c}|} = \frac{5}{\sqrt{89}}$$

3.24

$$\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 + \lambda_4 \vec{a}_4 = \vec{0}$$

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda_4 \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 6\lambda_3 + 4\lambda_4 \\ -5\lambda_1 - 2\lambda_2 - 3\lambda_3 - \lambda_4 \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 + 3\lambda_3 + \lambda_4 \\ 6\lambda_1 + 3\lambda_2 + 9\lambda_3 + 6\lambda_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 4 \\ -5 & -2 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 6 & 3 & 9 & 6 \end{pmatrix} \quad |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 6 & 4 \\ -5 & -2 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 6 & 3 & 9 & 6 \end{vmatrix} = 4 \cdot 0 \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

Ответ: векторы линейно зависимы.

3.25

$$\vec{b}(1, m, 3)$$

$$\vec{a}_1(2, 3, 7)$$

$$\vec{a}_2(3, -2, 4)$$

$$\vec{a}_3(-1, 1, -1)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow 2 \cdot (-2) \cdot (-1) + 3 \cdot 4 \cdot (-1) + 7 \cdot 3 \cdot 1 - 7 \cdot (-2) \cdot (-1) - 2 \cdot 4 \cdot 4 - 3 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 - 12 + 21 - 14 - 8 + 9 = 20$$

$m$  может принимать любые действительные значения  $L = ?$

3.4. (б)

$$(\vec{m}) = 1 \quad (\vec{n}) = 1$$

$$(\vec{m} \wedge \vec{n}) = 120^\circ$$

Решение:

$$(\vec{a}, \vec{b}) = L \quad a \cdot b = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos L$$

$$\vec{a} = -4m + 2n \quad \cos L = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\vec{b} = m + 3n \quad = \frac{(-4m + 2n)(m + 3n)}{|-4m|}$$

## Домашняя работа

1.5

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 20 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3; \Delta \\ 3x_1 + 5x_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 3 \cdot 0 - 3 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-3) \cdot 0 -$$

$$-2 \cdot 5 \cdot (-1) = 0 + 5 - 0 + 6 + 0 + 10 = 21$$

$$\Delta_1 \begin{vmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 0 + 15 + 27 - 6 + 0 - 27 = 9$$

пер  
гид  
m

$$\Delta_2 \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 \cdot 0 + (-3) \cdot (-1) \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-1) \cdot 5 - (-3) \cdot 1 \cdot 0 = 0 + 9 + 5 - 6 + 10 - 0 = 18$$

$$\Delta_1 \begin{vmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 2 \cdot 0 + (-3) \cdot (-1) \cdot 3 + 1 \cdot 3 \cdot 5 - 12 \cdot 3 - 0 \cdot (-1) \cdot 5 - (-3) \cdot 3 \cdot 0 = 0 + 9 + 15 - 36 - 0 - 0 = 18$$

$$\Delta_2 \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 3 - 1 \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot (-1) \cdot 3 - 3 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 0 = 0 + 0 + 3 - 9 + 6 - 0 = 0$$

$$\Delta_3 \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 3 \cdot 3 + 0 \cdot 1 \cdot 5 - 0 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3 \cdot 3 - 5 \cdot (-3) \cdot 1 \cdot 3 = 12 - 27 + 0 - 0 - 30 + 9 = -36$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{18}{18} = 1 \quad \Delta_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-36}{18} = -2$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{0}{18} = 0$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 20 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 17 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -4 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 3 & 20 \\ 5 & -1 & 2 & -1 & 17 \\ -3 & 2 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 4 & -2 & -4 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0,5 & -0,5 & 1,5 & 10 \\ 0 & -3,5 & 4,5 & -8,5 & 33 \\ 0 & 3,5 & -2,5 & 6,5 & 31 \\ 0 & -1,5 & 4,5 & -3,5 & -14 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0,5 & -0,5 & 1,5 & 10 \\ 0 & -3,5 & 4,5 & -8,5 & 33 \\ 0 & 3,5 & -2,5 & 6,5 & 31 \\ 0 & -1,5 & 4,5 & -3,5 & -14 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 & 10 \\ 0 & -3,5 & 4,5 & -8,5 & 33 \\ 0 & 3,5 & -2,5 & 6,5 & 31 \\ 0 & -1,5 & 4,5 & -3,5 & -14 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 & 10 \\ 0 & -3,5 & 4,5 & -8,5 & 33 \\ 0 & 3,5 & -2,5 & 6,5 & 31 \\ 0 & -1,5 & 4,5 & -3,5 & -14 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 & 10 \\ 0 & 1 & -9 & 17 & 66 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 18 & 1 & 19 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 & 10 \\ 0 & 1 & -9 & 17 & 66 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 18 & 1 & 19 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 7 & 37 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & 57 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 19 & 19 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 7 & 37 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & 57 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

проверка  
 $x_1 = 2,25$   
 $x_2 = 2,4$   
 $x_3 = 2,0$   
 $x_4 = 2,1$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 2 \cdot 10 + 7 + 3 \cdot 20 \\ 5 \cdot 5 - 7 + 2 \cdot 0 - 1 \cdot 2 \cdot 25 - 14 \cdot 7 + 0 - 1 \cdot 2 \cdot 17 \\ -3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 - 0 + 2 \cdot 1 = -15 + 14 + 0 + 2 = 1 \\ 5 - 7 + 4 \cdot 0 - 2 \cdot 1 \cdot 25 - 7 + 0 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 2 \cdot 10 + 7 + 3 \cdot 20 \\ 5 \cdot 5 - 7 + 2 \cdot 0 - 1 \cdot 2 \cdot 25 - 14 \cdot 7 + 0 - 1 \cdot 2 \cdot 17 \\ -3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 - 0 + 2 \cdot 1 = -15 + 14 + 0 + 2 = 1 \\ 5 - 7 + 4 \cdot 0 - 2 \cdot 1 \cdot 25 - 7 + 0 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \end{aligned}$$