Лекция №1

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА
И
ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

ПЛАН

1. Основные понятия.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел.
3. Формы записи комплексных чисел.
4. Действия над комплексными числами.
5. Зачем изучать комплексные числа?

1. Основные понятия.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а $\boldsymbol{i}$ – так называемая ***мнимая единица.***

Комплексным числом Z называется выражение
$\boldsymbol{z = x + iy}$,
где x и y – действительные числа, а $\boldsymbol{i}$ – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z
$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z
Если $x = 0$, то число
$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***
Если $y = 0$, то число
$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.
Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$$\boldsymbol{z = iy} \text{ – называется } \textbf{\textit{чисто мнимым.}}$$

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а $\boldsymbol{i}$ – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

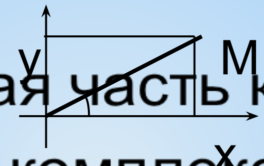
Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

2. Геометрическое изображение комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***



$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является

Решить уравнение

$$x^2 - 6x + 13 = 0$$

$$D = 36 - 52 = -16$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{6 \pm 4i}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{6}{2} \pm \frac{4i}{2} \qquad x_{1,2} = 3 \pm 2i$$

Из равенства двух комп.
чисел найти действительные
числа x и y

а). $z_1 = -2 + (5x - 3y)i$ $\qquad z_1 = z_2$

$z_2 = (2x - 4y) + 9i$

Решение

$$\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ 5x - 3y = 9 \end{cases}$$

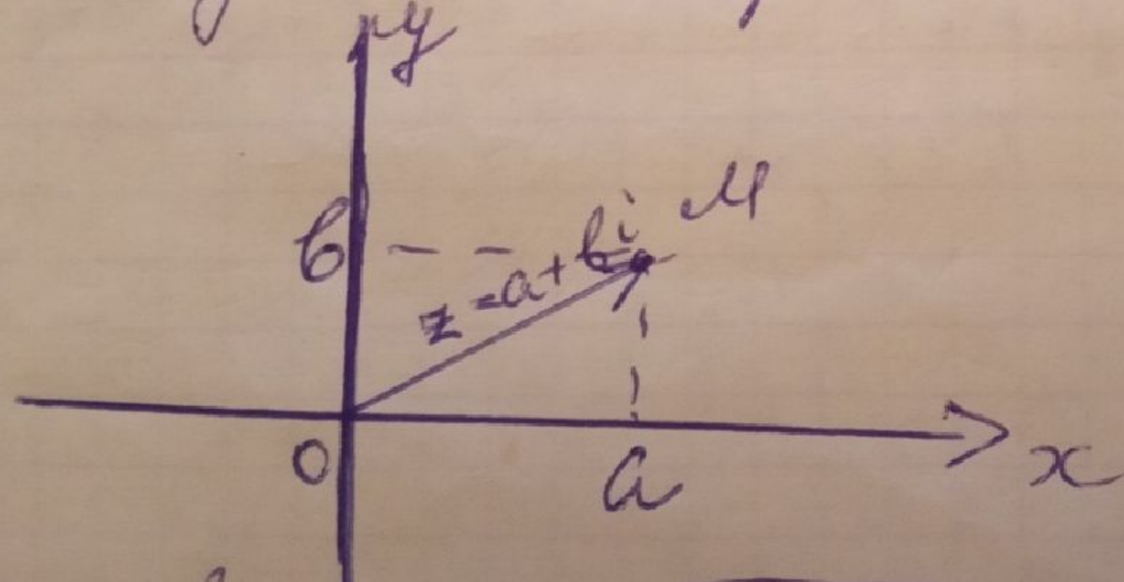
и надо решить систему

отв. $x = 3$
$y = 2$

б). $z_1 = (x^2 - 5x + 5) + 4i$

$z_2 = -1 + yi$

Комплексное число $z = a + bi$ на плоскости изображается в виде вектора $\overrightarrow{OM}(a; b)$



Построить

$z_1 = 2 + 4i$

$z_2 = -3 + i$

$z_3 = 2,5 - 2i$

Длина вектора $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Дома:

1) решить уравнение во множестве компл. чисел

$$x^2-2x+17=0.$$

2) Из равенства двух чисел найти x и y

$$z_1=(2x-y)+5i$$
$$z_2=3+yi$$

3) Построить комплексные числ

$$z_1=1+3i$$
$$z_2=-2-5i$$

4). Для компл. числа $z=6-7i$ записать сопряжённое

3. Формы записи комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а $\boldsymbol{i}$ – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$z = x + iy,$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$x = ReZ$ – действительная часть комплексного числа Z

$y = ImZ$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$z = iy$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$z = x$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

4. Действия над комплексными

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

Вычитание комплексныхчисел

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

Умножение комплексных чисел

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z
$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

Комплексным числом Z называется выражение
$$\boldsymbol{z = x + iy},$$
где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***
$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z
$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z
Если $x = 0$, то число
$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***
Если $y = 0$, то число
$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.
Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

Деление комплексных чисел

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

Извлечение корней из комплексных чисел

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

Зачем изучать комплексные числа?

На множестве ***C*** вводятся понятия функции, предела таким образом, что соответствующие понятия действительного анализа рассматриваются как частный случай. При этом сохраняются известные свойства функций действительного переменного: теоремы о пределах, правила дифференцирования, формулы интегрирования и т.д. Однако, благодаря расширению класса функций появляются новые свойства. Например, доказывается, что из существования производной функции следует существование её производных *n*-го порядка в области. Устанавливается, что все элементарные функции связаны между собой: тригонометрические функции выражаются через показательную функцию, а обратные тригонометрические функции – через логарифмическую. Значительно глубже, чем в анализе функций действительного переменного, развита геометрическая теория – конформные отображения. Благодаря сочетанию аналитических и геометрических методов теория функций комплексного переменного находит широкое применение в других разделах математики и прикладных задач.

Одним из важных приложений ТФКП является ***операционное исчисление***, которое применяется для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$z = x + iy,$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$x = ReZ$ – действительная часть комплексного числа Z

$y = ImZ$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$z = iy$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$z = x$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$z = x + iy,$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$x = ReZ$ – действительная часть комплексного числа Z

$y = ImZ$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$z = iy$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$z = x$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.

- ***Комплексным числом*** Z называется выражение

$$\boldsymbol{z = x + iy},$$

где x и y – действительные числа, а ***i*** – так называемая ***мнимая единица.***

$\boldsymbol{x = ReZ}$ – действительная часть комплексного числа Z

$\boldsymbol{y = ImZ}$ – мнимая часть комплексного числа Z

Если $x = 0$, то число

$\boldsymbol{z = iy}$ – называется ***чисто мнимым.***

Если $y = 0$, то число

$\boldsymbol{z = x}$ отождествляется с действительным числом.

Множество **R** всех действительных чисел является подмножеством множества **C** всех комплексных чисел.