

**Лекция по курсу
«Машинная арифметика в
рациональных числах»
на тему интервальные вычисления**

Правила интервальные вычисления (Достоверные вычисления)

Вычисления с интервалами:

$$[x_1, x_2] + [x_3, x_4] = [x_1 + x_3, x_2 + x_4];$$

$$[x_1, x_2] - [x_3, x_4] = [x_1 - x_4, x_2 - x_3];$$

$$[x_1, x_2] \times [x_3, x_4] = [\min(x_1x_3, x_1x_4, x_2x_3, x_2x_4),$$

$$\max(x_1x_3, x_1x_4, x_2x_3, x_2x_4)];$$

$$[x_1, x_2] / [x_3, x_4] = \left[\min\left(\frac{x_1}{x_3}, \frac{x_1}{x_4}, \frac{x_2}{x_3}, \frac{x_2}{x_4}\right), \max\left(\frac{x_1}{x_3}, \frac{x_1}{x_4}, \frac{x_2}{x_3}, \frac{x_2}{x_4}\right) \right],$$

где $0 \notin [x_3, x_4]$.

Интервальные вычисления (Достоверные вычисления)

Автоматическая верификация результатов

Доказательство корректности вычислительных задач.

(гипотезы теории хауса, Кеплера и др.)

(Не влияют на корректность алгоритма)

Направленные округления:

1. Нижняя граница – результат округления до ближайшего машинного числа с плавающей точкой с недостатком
2. Верхняя граница – результат округления до ближайшего машинного числа с плавающей точкой с избытком

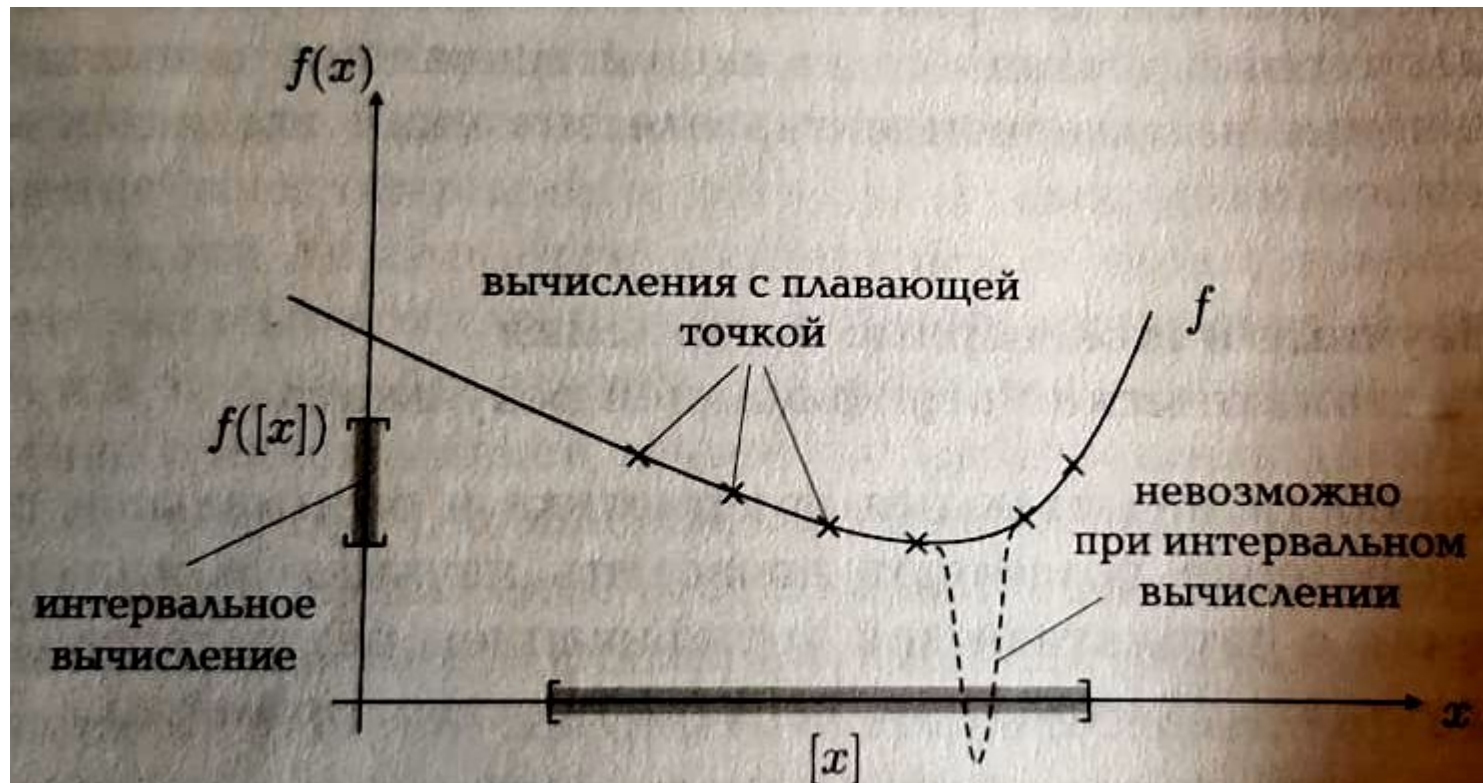
Интервальные вычисления (Достоверные вычисления)

Проблема расширения интервалов в процессе вычислений.

Примеры задач где они применяются

- Гарантированное нахождение всех нулей нелин. функции
- Глобальная оптимизация с подтверждением правильности нахождения минимума

Определения отсутствия отрицательных значений



PASCAL –XSC, C-XSC

PASCAL Extension for Scientific Computation

Некоторые типы данных:

complex, interval, cinterval, rvector, cvector, ivector, rmatrix, imatrix

dotprecision – числа с фиксированной точкой, покрывающие весь возможный диапазон представления чисел с плавающей точкой.

(< +/- Мантисса E показатель) – округление с недостатком

(> +/- Мантисса E показатель) – округление с избытком

ууу...ууу, ххххх..х (38 – кол десят разрядов целой части, 38 – кол дес дробной части)

0,123

123,456

$(X, Y) = x_1 * y_1 + x_2 * y_2 + \dots + x_n * y_n$

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$

PASCAL –XSC, C-XSC

Интервальная арифметика – модуль `i_ari`

Арифметика матриц и векторов `mv_ari`

(< +/- Мантисса E показатель) – округление с недостатком

(> +/- Мантисса E показатель) – округление с избытком

PASCAL –XSC, C-XSC

Таблица 2.7

Предопределенные бинарные операции из модуля *mpi_arg*

Левый операнд	Правый операнд					
	<i>integer</i> <i>real</i>	<i>interval</i>	<i>rvector</i>	<i>ivector</i>	<i>rmatrix</i>	<i>imatrix</i>
<i>integer</i> <i>real</i>				*		*
<i>interval</i>			*	*	*	*
<i>rvector</i>		*, /	++	+*, +, -, *, in , =, <>		
<i>ivector</i>	*, /	*, /	+, -, *, +*, =, <>	+*, **, in , +, -, *, =, <>, ><, <, <=, >, >=,		
<i>rmatrix</i>		*, /		*	++	+, -, *, ++ in , =, <>
<i>imatrix</i>	*, /	*, /	*	*	+, -, *, +*, =, <>	+*, **, in , +, -, *, =, <>, ><, <, <=, >, >=,