Классическое определение вероятности

Оргвопросы

1. Преподаватель практики: Шовгенов Джамболет Азаматович
2. Форма контроля в этом семестре: зачет
3. Как получить зачет: получить зачет по двум контрольным, которые будут проводиться в течение семестра.
4. Каждая контрольная будет проводиться 2 раза
5. Если получен зачет по 1 из 2 контрольных, предоставляется ещё одна возможность сдать зачет.
6. Контрольные во второй половине семестра будут влиять на число практических задач в экзаменационном билете

Вопросы?

Основные определения

На интуитивном уровне *событием* называется результат некоторого испытания (опыта, наблюдения и т. п.).

Событие называется *случайным* по отношению к данному испытанию, если при осуществлении этого испытания оно может наступить, а может и не наступить.

Случайные события обозначаем A, B, C и т. д.

Событие называется *достоверным*, если в результате испытания оно обязательно наступит. Событие называется *невозможным*, если в результате испытания оно заведомо не наступит. Достоверное и невозможное события обозначаем соответственно U и V.

Событие A называется частным случаем события B, если при наступлении A наступает и B. То, что A является частным случаем B, записываем $A \subset B$.

События A и B называются *равными*, если каждое из них является частным случаем другого. Равенство событий A и B записываем $A = B$.

Суммой событий A и B называется третье событие $A + B$, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий: A или B. *Произведением* событий A и B называется третье событие AB, которое наступает тогда и только тогда, когда наступают оба события: A и B.

Понятия суммы и произведения двух событий очевидным образом переносятся на случай любого множества событий.

Событием, *противоположным* событию A, называется событие $\overline{A}$, которое наступает тогда и только тогда, когда не наступает A.

Основные определения

Условившись обозначать наступление события знаком «+», а ненаступление — знаком «—», сумму и произведение двух событий, а также противоположное событие можно определить следующими таблицами:

A	B	$A+B$
+	+	+
+	—	+
—	+	+
—	—	—

A	B	AB
+	+	+
+	—	—
—	+	—
—	—	—

A	$\bar{A}$
+	—
—	+

Основные определения

События называют *несовместными*, если появление одного из них исключает появление других событий в одном и том же испытании.

Несколько событий образуют *полную группу*, если в результате испытания появится хотя бы одно из них.

Частный случай:

Если события, образующие полную группу, попарно несовместны, то в результате испытания появится одно и только одно из этих событий.

События называют *равновозможными*, если есть основания считать, что ни одно из них не является более возможным, чем другое

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Появление цветного шара будем рассматривать в качестве события А. Каждый из возможных результатов испытания *элементарным исходом* (элементарным событием).

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Появление цветного шара будем рассматривать в качестве события А. Каждый из возможных результатов испытания *элементарным исходом* (элементарным событием).

Элементарные исходы обозначим через $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и т. д.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Появление цветного шара будем рассматривать в качестве события А. Каждый из возможных результатов испытания *элементарным исходом* (элементарным событием).

Элементарные исходы обозначим через $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и т. д.
ω_1 – появился белый шар;

ω_2, ω_3 – появился красный шар;

$\omega_4, \omega_5, \omega_6$ – появился синий шар.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Появление цветного шара будем рассматривать в качестве события А. Каждый из возможных результатов испытания *элементарным исходом* (элементарным событием).

Элементарные исходы обозначим через $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и т. д.

ω_1 – появился белый шар;

ω_2, ω_3 – появился красный шар;

$\omega_4, \omega_5, \omega_6$ – появился синий шар.

Эти исходы образуют полную группу попарно несовместных событий и они равновозможны.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Те элементарные исходы, в которых интересующее нас событие наступает, назовем *благоприятствующими* этому событию.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Те элементарные исходы, в которых интересующее нас событие наступает, назовем *благоприятствующими* этому событию.

Благоприятствующие A исходы: $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Те элементарные исходы, в которых интересующее нас событие наступает, назовем *благоприятствующими* этому событию.

Благоприятствующие A исходы: $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$

Отношение числа благоприятствующих событию A элементарных исходов к их общему числу называют вероятностью события A и обозначают через $P(A)$.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Те элементарные исходы, в которых интересующее нас событие наступает, назовем *благоприятствующими* этому событию.

Благоприятствующие A исходы: $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$

Отношение числа благоприятствующих событию A элементарных исходов к их общему числу называют вероятностью события A и обозначают через $P(A)$.

Отсюда $P(A) = \frac{5}{6}$.

Основные определения

Пусть в урне содержатся 6 одинаковых, тщательно перемешанных шаров, причем 2 из них – красные, 3 – синие и 1 – белый.

Те элементарные исходы, в которых интересующее нас событие наступает, назовем *благоприятствующими* этому событию.

Благоприятствующие A исходы: $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$

Отношение числа благоприятствующих событию A элементарных исходов к их общему числу называют вероятностью события A и обозначают через $P(A)$.

Отсюда $P(A) = \frac{5}{6}$.

Основные определения

Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

Вероятность события A определяется формулой $P(A) = \frac{m}{n}$,

где m – число элементарных исходов, благоприятствующих A; n – число всех возможных элементарных исходов испытания.

Основные определения

Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

Вероятность события A определяется формулой $P(A) = \frac{m}{n}$,

где m – число элементарных исходов, благоприятствующих A; n – число всех возможных элементарных исходов испытания.

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна единице.

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна нулю.

Свойство 3. Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей:

$$0 < P(A) < 1$$

Вопросы?

Задачи

Пример 4. Пусть A, B и C — события, означающие попадание точки соответственно в области A, B и C (рис. 1). Что означает событие $AB + C$?

Задачи

Пример 4. Пусть A, B и C — события, означающие попадание точки соответственно в области A, B и C (рис. 1). Что означает событие $AB + C$?

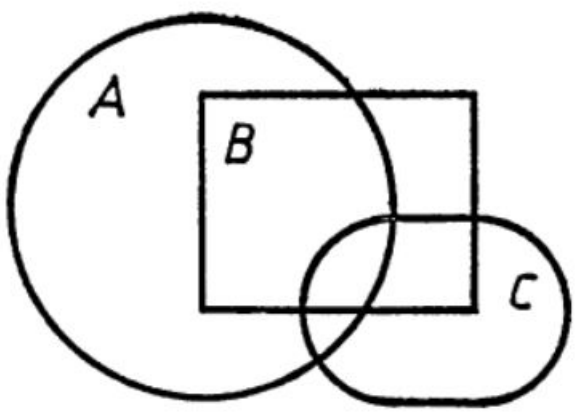

Рис. 1

Задачи

П р и м е р 4. Пусть A, B и C — события, означающие попадание точки соответственно в области A, B и C (рис. 1). Что означает событие $AB + C$?

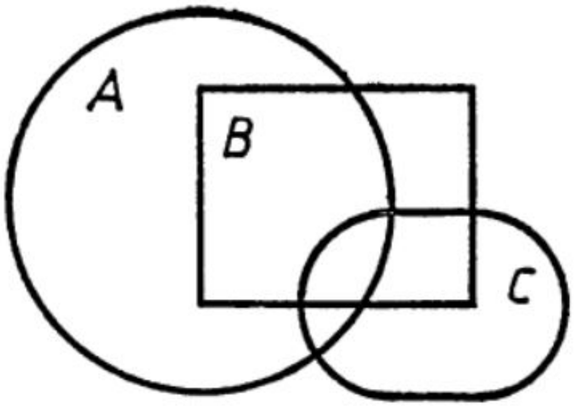

Рис. 1

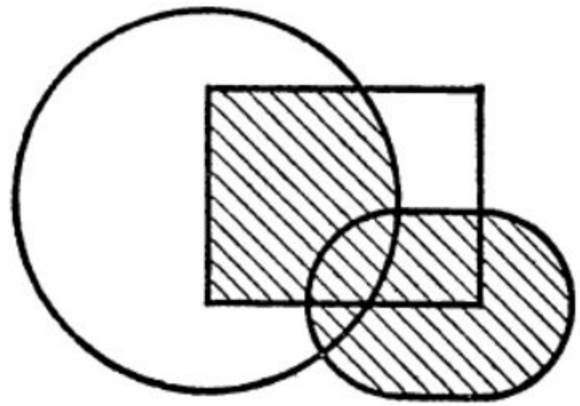

Рис. 2

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

1 способ

$$A = A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1}A_2\overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3 + A_1A_2\overline{A_3} + A_1\overline{A_2}A_3 + \overline{A_1}A_2A_3 + A_1A_2A_3$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

1 способ

$$A = A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1}A_2\overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3 + A_1A_2\overline{A_3} + A_1\overline{A_2}A_3 + \overline{A_1}A_2A_3 + A_1A_2A_3$$

2 способ

Хотя бы одно попадание – не случилось 3 промахов

$$A = \overline{\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}}$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

1 способ

$$A = A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1}A_2\overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3 + A_1A_2\overline{A_3} + A_1\overline{A_2}A_3 + \overline{A_1}A_2A_3 + A_1A_2A_3$$

2 способ

Хотя бы одно попадание – не случилось 3 промахов

$$A = \overline{\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}}$$

3 способ

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

$$B = \bar{A}$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

$$B = \bar{A} \qquad C = A_1 A_2 A_3$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

$$B = \bar{A} \qquad C = A_1 A_2 A_3$$

$$D = \bar{C} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3}$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

$$B = \bar{A} \qquad C = A_1 A_2 A_3$$

$$D = \bar{C} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3}$$

$$E = A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

$$B = \bar{A} \qquad C = A_1 A_2 A_3$$

$$D = \bar{C} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3}$$

$$E = A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3$$

$$F = \overline{A_1}\,\overline{A_2} + \overline{A_1}\,\overline{A_3} + \overline{A_2}\,\overline{A_3}$$

Задачи

1. Опыт состоит в том, что стрелок произвел 3 выстрела по мишени. Событие A_i — попадание в мишень при i-м выстреле ($i = 1, 2, 3$).
Выразите через A_1, A_2 и A_3 следующие события:

A — хотя бы одно попадание,
B — 3 промаха,
C — 3 попадания,
D — хотя бы один промах,
E — не меньше 2 попаданий,
F — не больше одного попадания,
G — попадание в мишень после первого выстрела.

$$B = \bar{A} \qquad C = A_1 A_2 A_3$$

$$D = \bar{C} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3}$$

$$E = A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3$$

$$F = \overline{A_1}\,\overline{A_2} + \overline{A_1}\,\overline{A_3} + \overline{A_2}\,\overline{A_3}$$

$$G = \overline{A_1}(A_2 + A_3)$$

Задачи

16. Электрическая цепь составлена по схеме, приведенной на рисунке 4. Выход из строя элемента a_k ($k = 1, 2$) — событие A_k, элемента c — событие C и элемента b_i ($i = 1, 2$) — событие B_i. Запишите события D и $\overline{D}$, если D — разрыв цепи.

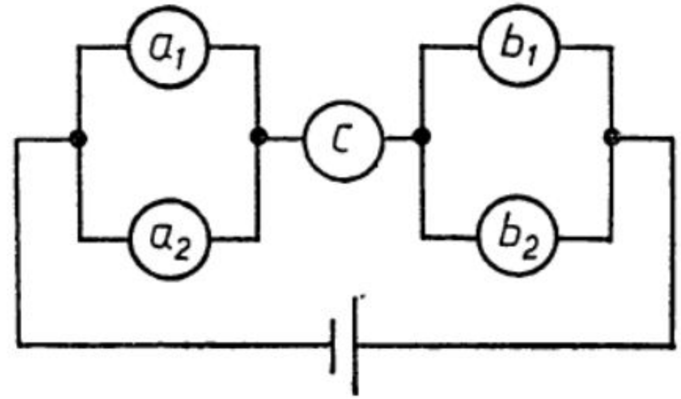

Рис. 4

Задачи

16. Электрическая цепь составлена по схеме, приведенной на рисунке 4. Выход из строя элемента a_k $(k = 1, 2)$ — событие A_k, элемента c — событие C и элемента b_i $(i = 1, 2)$ — событие B_i. Запишите события D и $\overline{D}$, если D — разрыв цепи.

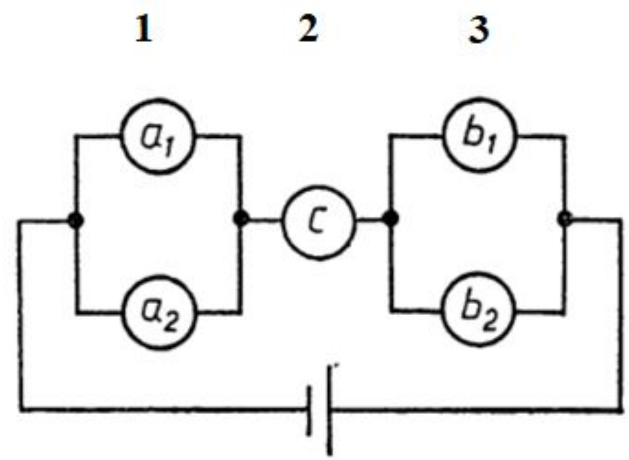

Рис. 4

Задачи

16. Электрическая цепь составлена по схеме, приведенной на рисунке 4. Выход из строя элемента a_k ($k = 1, 2$) — событие A_k, элемента c — событие C и элемента b_i ($i = 1, 2$) — событие B_i. Запишите события D и $\overline{D}$, если D — разрыв цепи.

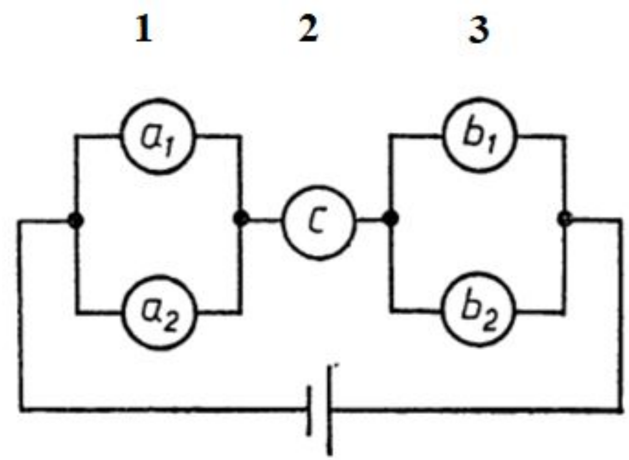

Рис. 4

$$D = A_1 A_2 + C + B_1 B_2$$

Задачи

16. Электрическая цепь составлена по схеме, приведенной на рисунке 4. Выход из строя элемента a_k $(k = 1, 2)$ — событие A_k, элемента c — событие C и элемента b_i $(i = 1, 2)$ — событие B_i. Запишите события D и $\overline{D}$, если D — разрыв цепи.

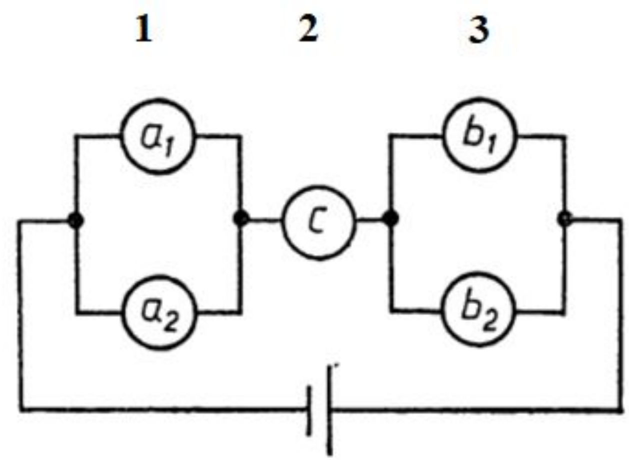

Рис. 4

$$D = A_1A_2 + C + B_1B_2$$

$$\overline{D} = (\overline{A_1} + \overline{A_2}) \cdot \bar{C} \cdot (\overline{B_1} + \overline{B_2})$$

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Решение

Всего возможны 2 исхода испытания: сумма выпавших очков равна 4, сумма выпавших очков не равна 4. Событию A благоприятствует один исход; общее число исходов равно двум. Следовательно, искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Решение

Всего возможны 2 исхода испытания: сумма выпавших очков равна 4, сумма выпавших очков не равна 4. Событию A благоприятствует один исход; общее число исходов равно двум. Следовательно, искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Решение

Всего возможны 2 исхода испытания: сумма выпавших очков равна 4, сумма выпавших очков не равна 4. Событию A благоприятствует один исход; общее число исходов равно двум. Следовательно, искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Общее число исходов равно

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$.

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$.

Общее число благоприятствующих исходов

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$.

Общее число благоприятствующих исходов – 3 (1 + 3, 2 + 2, 3 + 1).

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$.

Общее число благоприятствующих исходов – 3 (1 + 3, 2 + 2, 3 + 1).

Отсюда искомая вероятность равна:

Задачи

Указать ошибку «решения» задачи: «Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4 (событие A)».

Ошибка: рассматриваемые исходы не являются равновозможными.

Верное решение:

Общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$.

Общее число благоприятствующих исходов – 3 (1 + 3, 2 + 2, 3 + 1).

Отсюда искомая вероятность равна:

$$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

Вопросы?