

Понятие вероятности

The background is a solid light blue color. In the bottom right corner, there are several white, parallel diagonal lines that sweep upwards and to the right, creating a sense of motion or a modern design element.

- **Теория вероятностей** – это раздел математики, изучающий закономерности массовых случайных событий
- **Событие** – это факт, который при осуществлении определенных условий может произойти или нет (обозначаются A ,
- **Испытание** – совокупность условий, при котором может произойти данное случайное событие



Бросание
монеты

Выпадение
решки

Выпадение
орла



Лотерея

Выигрыш

Проигрыш



Бросание
игральной
кости

Выпадает 6

Выпадает 4



Сдача
экзамена

Вытянуть
счастливый
билет

СОБЫТИЯ

ДОСТОВЕРНЫЕ

✓ Происходят при каждом проведении опыта (Солнце всходит в определенное время, тело падает вниз, вода закипает при нагревании и т.п.).

НЕВОЗМОЖНЫЕ

СЛУЧАЙНЫЕ

✓ Происходят в определенных условиях, но при каждом проведении опыта: одни происходят чаще, другие реже (бутерброд чаще падает маслом вниз и т. п.).

СОБЫТИЯ

Совместные

Если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление (при игре в карты появление короля и масти пик).

Несовместные

Если в результате данного испытания появление одного из них исключает появление другого (выпадание орла и решки).

События образуют **полную группу событий**, если в результате испытания обязательно произойдет хотя бы одно из них и любые два из них несовместны.

События, входящие в полную группу,, называются **исходами или элементарными событиями**.



Выпадение орла
• Выпадение решки

2



Выпадение 1
Выпадение 2
Выпадение 3
Выпадение 4
Выпадение 5
Выпадение 6

6



Студент Иванов
Студент Петров
Студент
•
• Студент N

N

Два несовместных события называются **противоположными**, если в результате испытания одной из них должно обязательно произойти —

(обозначается A и \bar{A})

Пример: выпадение орла и решки – противоположные события

Событие A называется **благоприятствующим** событию B , если появление события A влечет за собой появление события B .

Пример: при бросании игрального кубика появлению нечетного числа благоприятствуют события, связанные с выпадением чисел 1, 3 и 5

В толковом словаре С.И. Ожегова и Н.Ю. Шведовой:

«Вероятность – возможность исполнения, осуществимости чего-нибудь».

Основатель современной теории вероятностей А.Н. Колмогоров:

«Вероятность математическая – это числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях».

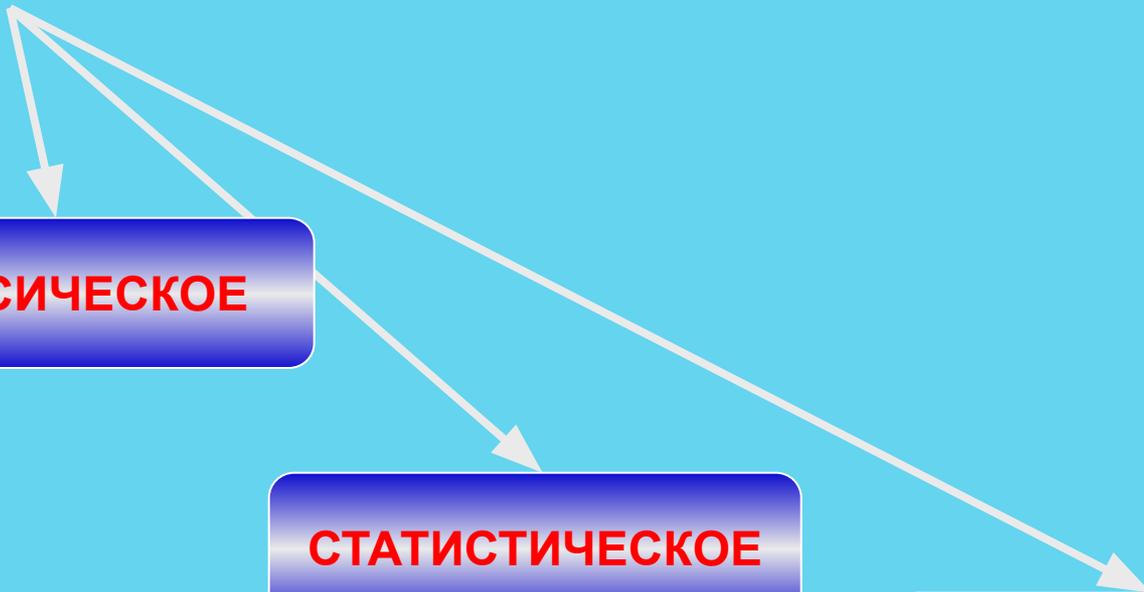


ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

КЛАССИЧЕСКОЕ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ



ВЕРОЯТНОСТЬ

– ЭТО ЧИСЛЕННАЯ МЕРА ОБЪЕКТИВНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ
ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДАЕТ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ
ЧИСЛЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ:

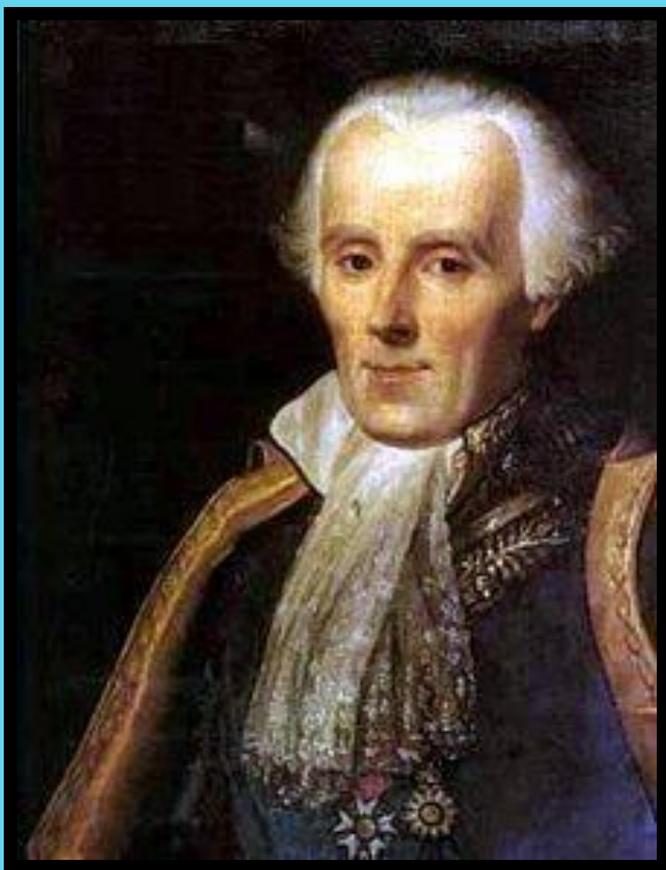
$$P(A) = \frac{m}{n}$$

A – некоторое событие,

m – количество исходов, при которых событие A появляется,

n – конечное число всех исходов.

P – обозначение происходит от первой буквы французского слова *probabilite*
– *вероятность*.



Пьер-Симон Лаплас

Классическое
определение
вероятности было
впервые дано в
работах
французского
математика Лапласа.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТНЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменационный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250} = \frac{1}{25}$

ПРИМЕР 1

В школе 1300 человек, из них 5 человек хулиганы.
Какова вероятность того, что один из них
попадётся директору на глаза?

Вероятность:

$$P(A) = 5/1300 = 1/260.$$

ПРИМЕР 2.



При игре в нарды бросают 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадут одинаковые числа?

Составим следующую таблицу

	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

Вероятность:
 $P(A) = 6/36 =$
 $1/6 \approx 0,17$

Свойства вероятности

1. Вероятность достоверного события равна **1**

$$P(A) = 1$$

2. Вероятность невозможного события равна **0**

$$P(A) = 0$$

3. Вероятность события A не меньше **0**, но не больше **1**

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Задача 1.

В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется:

- а) белой;
- б) желтой;
- в) не желтой.

Решение

а) Мы имеем всевозможных случаев 9.

Благоприятствующих событий 3.

Вероятность равна: $P=3:9=1/3=0,33(3)$

б) Мы имеем всевозможных случаев 9.

Благоприятствующих событий 2.

Вероятность равна $P=2:9=0,2(2)$

в) Мы имеем всевозможных случаев 9.

Благоприятствующих событий 7 (4+3).

Вероятность равна $P=7:9=0,7(7)$

Задача 2.

На четырех карточках написаны буквы О, Т, К, Р. Карточки перевернули и перемешали. Затем открыли наугад последовательно эти карточки и положили в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «КРОТ»?

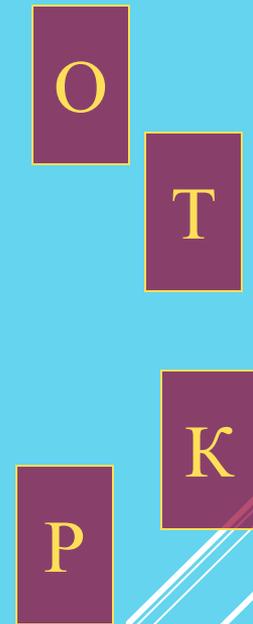
Решение.

Исходы – все возможные перестановки из четырех элементов (О, Т, К, Р); общее число исходов:

$$n = P_4 = 4! = 24$$

Событие $A = \{\text{после открытия карточек получится слово «КРОТ»}\}$: $m_A = 1$

$$P(A) = \frac{m_A}{n} = \frac{1}{24}$$



- ▶ **Суммой** событий A и B называют событие, которое наступает в том случае, когда происходит или событие A или событие B . (Обозначение $A+B$)
- ▶ **Произведением** событий A и B называют событие, которое наступает в том случае, когда одновременно происходит и событие A и событие B . Обозначение $A \cdot B$

Появление дамы пик- это **произведение** двух событий: появление масти Пики и появление дамы



Появление цветного шара из коробки, где лежат зеленые, красные и белые шары – это **сумма** событий: появление зеленого или появление красного шаров.



Теорема 1.

Вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность произведения этих событий.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Следствие 1. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Следствие 2. Сумма вероятности события и вероятности противоположного ему события равна 1.

$$P(A)+P(\bar{A})=1$$

Теорема 2.

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

Задача 3.

Найти вероятность выпадения 2 или 3 при бросании игральной кости.

Событие А – выпадение цифры 2, вероятность этого события $P(A) = \frac{1}{6}$

Событие В – выпадение цифры 3, вероятность этого события $P(B) = \frac{1}{6}$.

События несовместные, поэтому

$$P(A+B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Задача 4.

В билете 3 раздела. Из 40 вопросов первого раздела студент знает 30 вопросов, из 30 вопросов второго раздела – 15, из 30 вопросов третьего – 10. Определить вероятность правильного ответа студента по билету.

Решение.

Событие А – ответ на вопрос из первого раздела, вероятность этого события $P(A) = \frac{30}{40}$

Событие В – ответ на вопрос из второго раздела, вероятность этого события $P(A) = \frac{15}{30}$

Событие С – ответ на вопрос из третьего раздела, вероятность этого события $P(A) = \frac{10}{30}$

Эти события независимые. Правильный ответ студента по билету – это произведение трех этих событий.

$$P(A \cdot B \cdot C) = \frac{30}{40} \cdot \frac{15}{30} \cdot \frac{10}{30} = \frac{1}{8} = 0,125$$