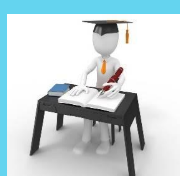
Понятие вероятности

- **Теория вероятностей** – это раздел математики, изучающий закономерности массовых случайных событий
- **Событие** –это факт, который при осуществлении определенных условий может произойти или нет (обозначаются А,
- **Испытание** – совокупность условий, при котором может произойти данной случайное событие

	Бросание монеты	Выпадение решки	Выпадение орла
	Лотерея	Выигрыш	Проигрыш
	Бросание игральной кости	Выпадает 6	Выпадает 4
	Сдача экзамена	Вытянуть счастливый билет	

СОБЫТИЯ

ДОСТОВЕРНЫЕ

- **Происходят при каждом проведении опыта (Солнце всходит в определенное время, тело падает вниз, вода закипает при нагревании и т.п.).**

НЕВОЗМОЖНЫЕ

СЛУЧАЙНЫЕ

- **Происходят в определенных условиях, но при каждом проведении опыта: одни происходят чаще, другие реже (бутерброд чаще падает маслом вниз и т. п.).**

СОБЫТИЯ

Совместные

Несовместные

- **Если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление** (при игре в карты появление короля и масти пик).

- **Если в результате данного испытания появление одного из них исключает появление другого** (выпадание орла и решки).

События образуют ***полную группу событий***, если в результате испытания обязательно произойдет хотя бы одно из них и любые два из них несовместны.

События, входящие в полную группу,, называются ***исходами или элементарными событиями.***

Выпадение орла

- Выпадение решки

2

Выпадение 1

Выпадение 2

Выпадение 3

Выпадение 4

Выпадение 5

Выпадение 6

6

Студент Иванов

Студент Петров

Студент ....

- ....
- Студент N

N

Два несовместных события называются ***противоположными***, если в результате испытания одной из них должно обязательно произойти

(обозначается А и $\bar{A}$)

Пример: выпадение орла и решки – противоположные события

Событие А называется ***благоприятствующим*** событию В, если появление события А влечет за собой появление события В .

Пример: при бросании игрального кубика появлению нечетного числа благоприятсвуют события, связанные с впадением чисел 1, 3 и 5

В толковом словаре С.И. Ожегова и Н.Ю. Шведовой:

«Вероятность – возможность исполнения, осуществимости чего-нибудь».

Основатель современной теории вероятностей А.Н. Колмогоров:

«Вероятность математическая – это числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях».

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

КЛАССИЧЕСКОЕ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ

ВЕРОЯТНОСТЬ

– ЭТО ЧИСЛЕННАЯ МЕРА ОБЪЕКТИВНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДАЕТ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ:

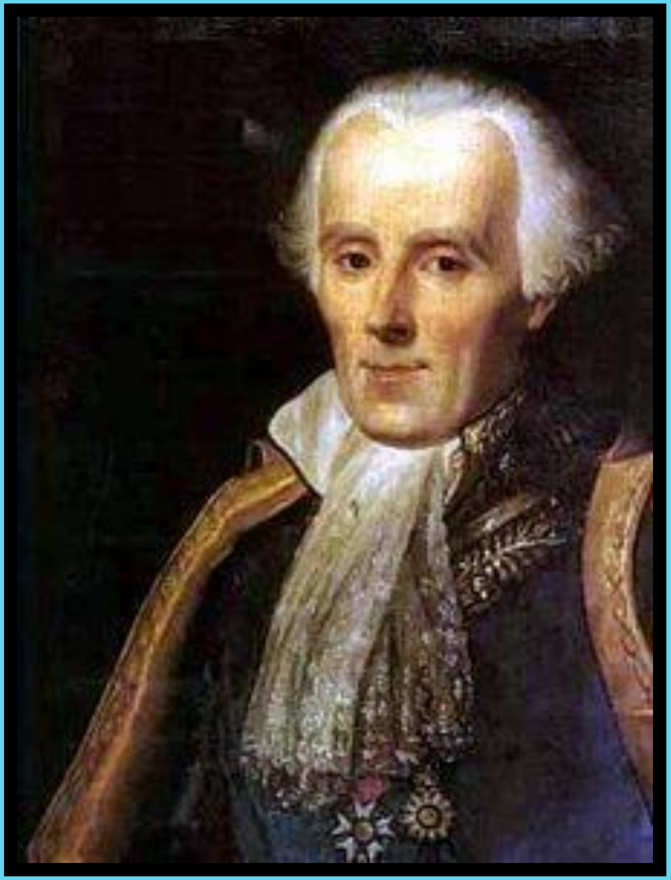
$$P(A) = \frac{m}{n}$$

А – некоторое событие,

m – количество исходов, при которых событие А появляется,

n – конечное число всех исходов.

Р – обозначение происходит от первой буквы французского слова *probabilite – вероятность.*



Пьер-Симо́н Лапла́с

Классическое определение вероятности было впервые дано в работах французского математика Лапласа.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ-НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А P(A)=m/n
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменаци-онный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250}=\frac{1}{25}$

ПРИМЕР 1

В школе 1300 человек, из них 5 человек хулиганы. Какова вероятность того, что один из них попадётся директору на глаза?

Вероятность:

$P(A) = 5/1300 = 1/260.$

ПРИМЕР 2.

При игре в нарды бросают 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадут одинаковые числа?

Составим следующую таблицу

	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

Вероятность: P(A)=6/36= 1/6≈0,17

Свойства вероятности

1. Вероятность достоверного события равна 1

$$P(A) = 1$$

2. Вероятность невозможного события равна 0

$$P(A) = 0$$

3. Вероятность события А не меньше 0, но не больше 1

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Задача 1.

В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется:

а) белой;

б) желтой;

в) не желтой.

Решение

а) Мы имеем всевозможных случаев 9.
Благоприятствующих событий 3.
Вероятность равна: Р=3:9=1/3=0,33(3)

б) Мы имеем всевозможных случаев 9.
Благоприятствующих событий 2.
Вероятность равна Р=2:9=0,2(2)

в) Мы имеем всевозможных случаев 9.
Благоприятствующих событий 7 (4+3).
Вероятность равна Р=7:9=0,7(7)

Задача 2.

На четырех карточках написаны буквы О, Т, К, Р. Карточки перевернули и перемешали. Затем открыли наугад последовательно эти карточки и положили в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «КРОТ»?

Решение.

Исходы – все возможные перестановки из четырех элементов (О, Т, К, Р); общее число исходов:

$$n = P_4 = 4! = 24$$

Событие А = {после открытия карточек получится слово «КРОТ»}: $m_A = 1$

$$P(A) = \frac{m_A}{n} = \frac{1}{24}$$

О Т К Р

- **Суммой** событий А и В называют событие, которое наступает в том случае, когда происходит или событие А или событие В. (Обозначение А+В)
- **Произведением** событий А и В называют событие, которое наступает в том случае, когда одновременно происходит и событие А и событие В Обозначение А·В

Появление дамы пик- это произведение двух событий: появление масти Пики и появление дамы

Появление цветного шара из коробки, где лежат зеленые, красные и белые шары – это сумма событий: появление зеленого или появление красного шаров.

<u>Теорема 1.</u>

Вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность произведения этих событий.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Следствие 1. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Следствие 2. Сумма вероятности события и вероятности противоположного ему события равна 1.

$$P(A)+P(A)=1$$

<u>Теорема 2.</u>

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

Задача 3.

Найти вероятность выпадения 2 или 3 при бросании игральной кости.

Событие А – выпадение цифры 2, вероятность этого события Р (А)= $\frac{1}{6}$

Событие В – выпадение цифры 3, вероятность этого события Р (В)= $\frac{1}{6}$.

События несовместные, поэтому

Р(А+В)= $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Задача 4.

В билете 3 раздела. Из 40 вопросов первого раздела студент знает 30 вопросов, из 30 вопросов второго раздела – 15, из 30 вопросов третьего – 10. Определить вероятность правильного ответа студента по билету.

Решение.

Событие А – ответ на вопрос из первого раздела, вероятность этого события Р(А)=$\frac{30}{40}$

Событие В – ответ на вопрос из второго раздела, вероятность этого события Р(А)= $\frac{15}{30}$

Событие С – ответ на вопрос из третьего раздела, вероятность этого события Р(А)= $\frac{10}{30}$

Эти события независимые. Правильный ответ студента по билету – это произведение трех этих событий.

$$P(A \cdot B \cdot C) = \frac{30}{40} \cdot \frac{15}{30} \cdot \frac{10}{30} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$