

УРОВНИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование большинства технических объектов можно выполнять на **микро-, макро- и метауровне**, различающихся степенью детализации рассмотрения процессов, протекающих в объекте.

- ММ технического объекта на **микроуровне** является система дифференциальных уравнений в частных производных с заданными краевыми уравнениями. Точное решение ее удастся получить лишь для частных случаев.
- ММ технического объекта на **макроуровне** является система дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями.
- ММ на **метауровне** моделируют в основном 2 категории:
 - объекты теории автоматического управления;
 - объекты, являющиеся предметом теории массового обслуживания.

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ СВАРКИ

Физико-химические процессы, протекающие при сварке:

- **Тепловые**
- **Металлургические**
- **Деформационные**
- **Диффузионные**
- **...**

Выделим три особенности процессов при сварке как объектов расчета:

- **Неоднородность среды**
- **Нелинейность явлений**
- **Системность процесса сварки**

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ СВАРКИ

- **Расчет режимов сварки** по геометрическим критериям размеров швов.
- **Оценка формирования шва** по критериям допустимых уравнений дефектов формы и сплошности шва.
- **Оценка свариваемости** высокопрочных сталей и других конструкционных материалов по критериям отсутствия трещин, обеспечения соответствующего структурного состояния и физико-механических свойств.
- **Оценка несущей способности** сварных конструкций и соединений.
- ...

РАСЧЕТНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ

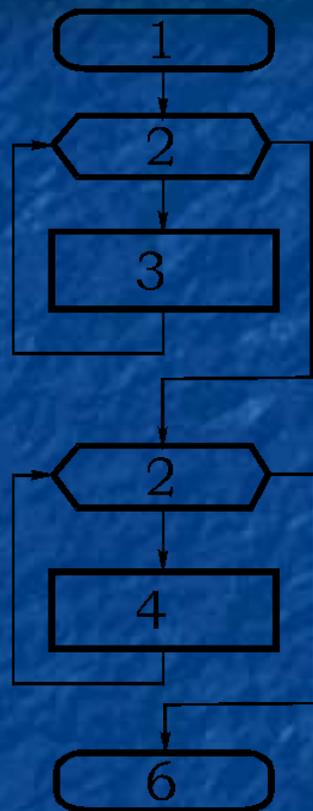
- **Анализ** – определение свойств объекта по его описанию. Виды:
 - Одновариантный – при заданном наборе входных и внутренних параметров определяются выходные параметры.
 - Многовариантный – внешние и внутренние параметры варьируются в некоторой области.
- **Синтез** – создание объекта с заданными свойствами. Виды:
 - Структурный – определение структуры объектов, то есть составляющих элементов и способов их связи между собой.
 - Параметрический – определение числовых значений параметров при заданной структуре.
- **Оптимизация** – определение наилучших в смысле производительности, стоимости, качества и других значений параметров.

Задачи **синтеза** и **оптимизации** полностью включают в себя задачи **анализа**

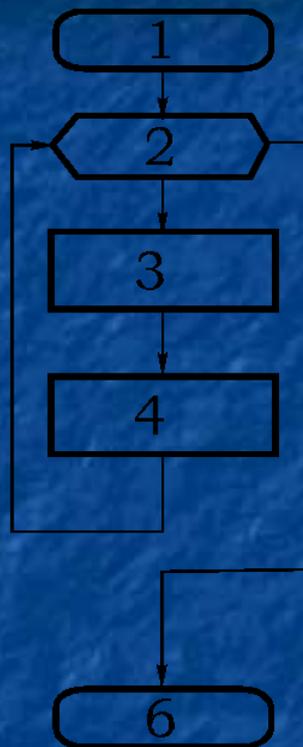
ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ



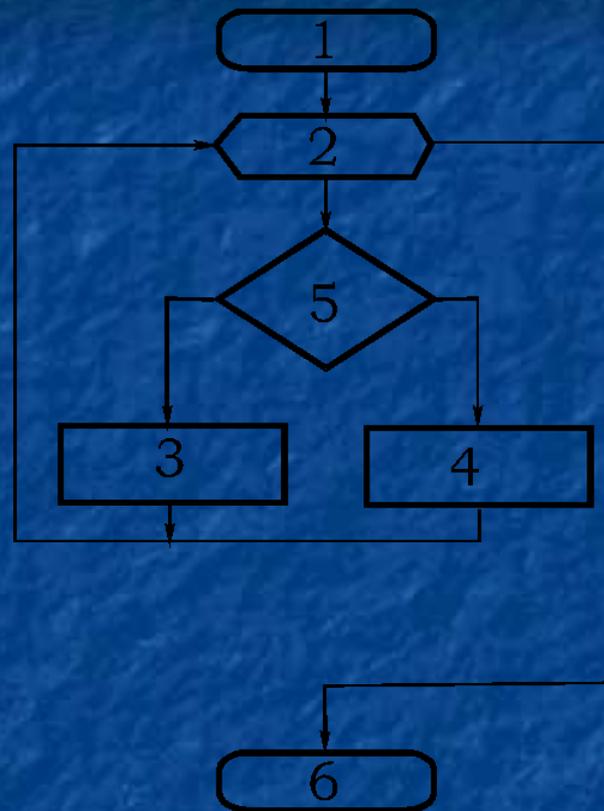
СТРУКТУРЫ ММ СВАРОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ



а)



б)



в)

а) совместная ММ; б) системная ММ; в) сопряженная ММ
(1-пуск. 2- итерационный цикл. 3, 4- простые ММ. 5- анализ
положения границ. 6 –стоп).

СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- **Полнота ММ** позволяет отразить в достаточной мере именно те характеристики и особенности ТО, которые интересуют нас с точки зрения поставленной цели
- **Точность ММ** дает возможность обеспечить приемлемое совпадение реальных и найденных при помощи ММ значений выходных параметров ТО.
- **Адекватность ММ** — это способность ММ отражать характеристики ТО с относительной погрешностью не более некоторого заданного значения δ
- **Экономичность ММ** оценивают затратами на вычислительные ресурсы (машинное время и память), необходимые для реализации ММ на ЭВМ.
- **Робастность ММ** (от английского слова robust — крепкий, устойчивый) характеризует ее устойчивость по отношению к погрешностям исходных данных.
- **Наглядность ММ** является ее желательным, но необязательным СВОЙСТВОМ.

СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- И наконец, исходя из определения **ММ**, вытекает свойство **универсальности ММ**. Это можно объяснить тем, что в математике используют абстрактные основополагающие понятия, немногочисленные, но весьма емкие по содержанию.

Это позволяет конкретные факты из самых различных областей знаний рассматривать как проявление этих понятий и отношений между ними. Совокупность таких понятий и отношений, выраженных при помощи системы математических символов и обозначений и отражающих некоторые свойства изучаемого объекта, и называют **математической моделью** этого объекта.

В данном случае математика выступает, по существу, в роли универсального языка науки. Его универсальность французский математик **Анри Пуанкаре** (1854-1912) определил всего одной фразой: „**Математика — это искусство называть разные вещи одним и тем же именем**“.

ТИПИЧНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ СВАРКИ

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Основными параметрами термического цикла **ЗТВ** при однопроходной сварке или наплавке являются максимальная температура **T_м**, мгновенная скорость охлаждения **ω** при данной температуре **T** и длительности нагрева **t_н** выше **T**.

В зависимости от схемы распространения теплоты применяют различные формулы для расчета скорости охлаждения:

- для массивного тела (трехмерного теплоотвода):

$$\omega = \frac{2\pi\lambda(T - T_0)^2}{q/v} \quad (1)$$

- для пластины (двухмерного теплоотвода):

$$\omega = \frac{2\pi\lambda c \gamma (T - T_0)^3 \delta^2}{(q/v)^2} \quad (2)$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

критическую толщину листа δ_k можно определить, из (1) и (2):

$$\delta_x = \sqrt{\frac{q/v}{c\gamma(T-T_0)}} \quad (3)$$

Учитывая то, что ω постоянно уменьшается по мере снижения T , понятие скорости охлаждения в интервале температур теряет смысл. Предпринята попытка ввести эквивалентную (постоянную) скорость охлаждения $WЭ$ в интервале температур, достаточно хорошо отражающую динамику охлаждения металла шва:

$$\omega_э = \frac{(T_2 - T_1)^2}{2S} \quad (4)$$

где S – величина температурно-временной области, ограниченной участком кривой термического цикла сварки в интервале $T_1 - T_2$.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Для характеристики охлаждения зоны термического влияния в диапазоне температур вместо средней скорости охлаждения наиболее целесообразно использовать обратную ей величину – время охлаждения или длительность пребывания различных точек зоны термического влияния в интервале температур. Установлено, что для всех точек зоны шва, нагретых выше 900°C , время охлаждения в интервале $800\text{-}500^{\circ}\text{C}$ приблизительно равно.

Диапазон температур $800^{\circ}\text{-}500^{\circ}\text{C}$ является одним из важнейших и определяет кинетику фазового превращения в стали. В настоящее время время охлаждения в интервале $800^{\circ}\text{-}500^{\circ}\text{C}$, обозначаемое $t_{8/5}$, признано основным критерием, определяющим механические свойства сварных соединений низколегированных сталей. В ряде стран, например в ФРГ, время $t_{8/5}$ вводится в нормативные документы по сварке низколегированных сталей.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Формулы для расчета величины **t_{8/5}** :

- для массивного тела (трехмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = \frac{q}{2\pi\lambda\nu} \left(\frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right) \quad (5)$$

- для пластины (двухмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = \frac{q}{4\pi\lambda c\gamma (\nu\delta)^2} \left(\frac{1}{(500 - T_0)^2} - \frac{1}{(800 - T_0)^2} \right) \quad (6)$$

- критическая толщина листа **δ_к**:

$$\delta_x = \sqrt{\frac{q}{\nu c\gamma} \left(\frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right)} \quad (7)$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

В уравнениях (5) – (7) напряжение дуги **U** изменяется в вольтах, сила тока **I** – в амперах, скорость сварки **v** – сантиметрах в секунду, температура подогрева **T₀** - в градусах Цельсия.

Кроме того, необходимо ввести коэффициенты термического КПД нагрева **η** в зависимости от способа дуговой сварки и коэффициенты двухмерного (**F₂**) или трехмерного (**F₃**) теплоотвода, а также учесть зависимость теплофизических констант от температуры для практически используемого диапазона рабочих температур **20°-250°С**.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

В итоге :

- для массивного тела (трехмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = (0,87 - 5 \cdot 10^{-4} T_0) \eta \frac{UI}{\nu} F_3 \left(\frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{800 - T_0} \right) \quad (8)$$

- для пластины (двухмерного теплоотвода):

$$t_{8/5} = (0.043 - 4.3 \cdot 10^{-5} T_0) \left(\frac{\eta UI}{\nu \delta} \right)^2 F_2 \left(\frac{1}{(500 - T_0)^2} - \frac{1}{(800 - T_0)^2} \right) \quad (9)$$

- критическая толщина листа **δк**:

$$\delta_k = \sqrt{\frac{0.043 - 4.3 \cdot 10^{-5} T_0}{0.67 - 5 \cdot 10^{-4} T_0} \frac{\eta UI}{\nu} \left(\frac{1}{500 - T_0} + \frac{1}{800 - T_0} \right)} \quad (10)$$

Выражения $(0.043 - 4.3 \cdot 10^{-5} T_0)$ и $(0.67 - 5 \cdot 10^{-4} T_0)$ учитывают теплофизические константы низколегированных сталей и их зависимость от температуры в интервале **20°- 250°С**.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Табл. 1 - Значения термического КПД нагрева.

| № | Способ сварки | η |
|----|--------------------------|-----------|
| 1. | Сварка под | 1,0 |
| 2. | флюсом | 0,8...0,9 |
| 3. | Ручная дуговая | 0,8...0,9 |
| 4. | сварка | 0,7...0,8 |
| 5. | Сварка в CO ₂ | 0,6...0,7 |
| | Аргонодуговая | |
| | сварка: | |
| | - плавящимся | |
| | электродом | |
| | - неплавящимся | |
| | электродом | |

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОГО ЦИКЛА ЗТВ

Табл. 2 – Значения коэффициентов F_2 и F_3 .

| № | Тип шва | Коэффициенты типа шва | |
|----|-------------------------|-----------------------|-----------|
| | | F_2 | F_3 |
| 1. | Наплавленный валик | 1,0 | 1,0 |
| 2. | Соединение внахлестку | 0,7 | 0,67 |
| 3. | Тавровое соединение | 0,45...0,67 | 0,67 |
| 4. | Угловое соединение | 0,67...0,9 | 0,67 |
| 5. | Стыковое соединение: | 1,0 | -- |
| 6. | -сквозное проплавление | 0,9 | 0,9 |
| 7. | -средние слои | 1,0 | 0,9...1,0 |
| 8. | -верхние слои | 1,0 | 1,0...1,2 |
| 9. | -корень V-образного шва | 0,45...0,67 | 0,67 |
| 10 | Крестовое соединение: | 0,30...0,67 | 0,67 |
| . | -первый и второй швы | | |
| . | -третий и четвертый швы | | |

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДНОЙ ПРОВОЛОКИ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ

Математическая модель плавления электродной проволоки должна устанавливать детерминированные взаимосвязи между характеристиками плавления металла электродной проволоки:

a_p — коэффициент расплавления,

$v_э$ — линейная скорость плавления электродной проволоки;

и его физическими свойствами:

γ — плотность металла;

$T_{пл}$ — температура плавления;

$T_{кип}$ — температура кипения;

c — удельная теплоемкость;

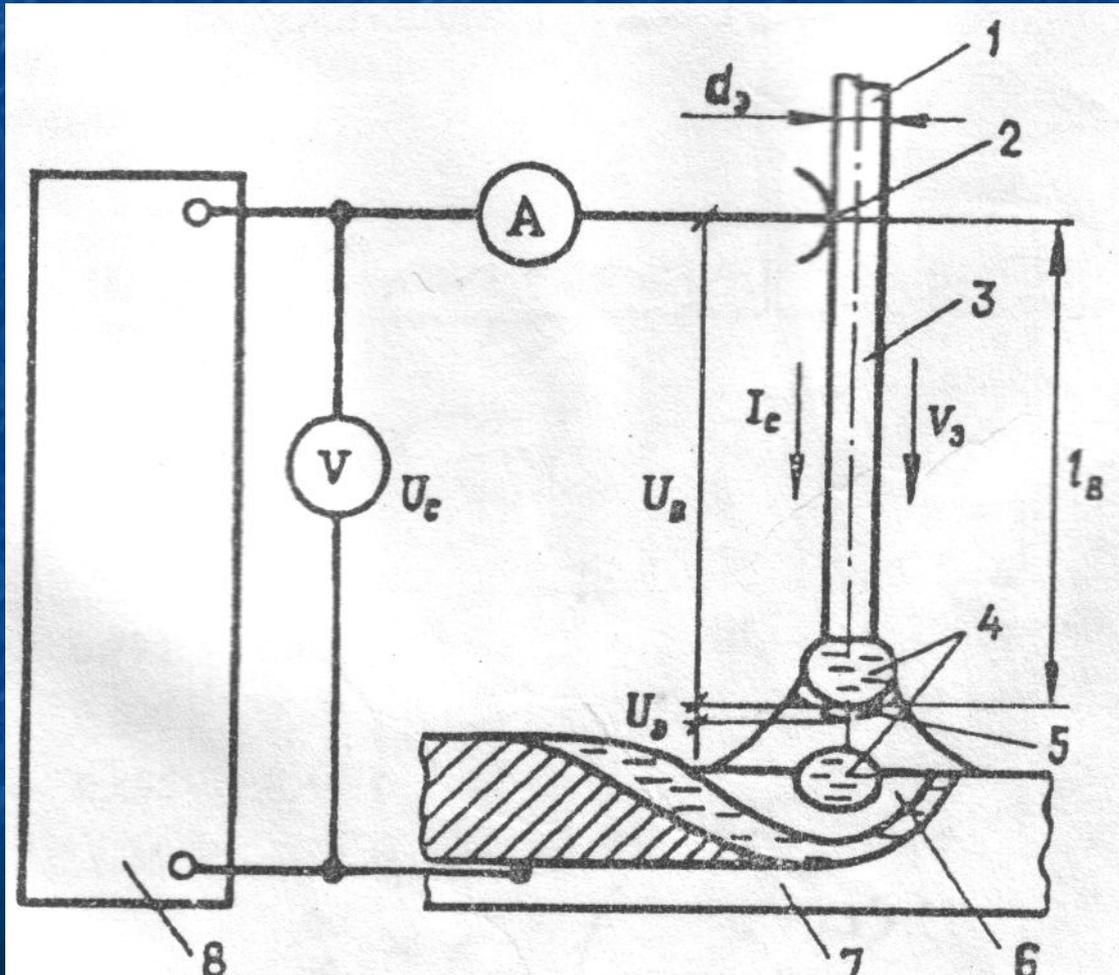
$\Delta H_{пл}$ — скрытая теплота плавления;

ρ — удельное электросопротивление;

φ_B — работа выхода электрона;

а также параметрами режима сварки: $(I_{св}, U_d, d_э, l_B)$.

Физическая модель плавления электродной проволоки:



- 1 - электродная проволока;
- 2 - токоподвод;
- 3 - вылет электродной проволоки;
- 4 - капля электродного металла;
- 5 - приэлектродная область;
- 6 - дуга;
- 7 - основной металл;
- 8 - источник сварочного тока.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДНОЙ ПРОВОЛОКИ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ

- Математическая модель плавления электрода основана на уравнении баланса энергии на электроде:

$$W_{пл} = W_{э} + W_{в}, \quad (1)$$

где $W_{пл}$ — расход энергии на нагрев и плавление электродной проволоки; $W_{э}$ и $W_{в}$, — приход энергии на торце электрода и на вылете электродной проволоки.

- Выразив расход энергии через массу расплавленной электродной проволоки $M_{э}$ ($M_{э} = F_{э} L_{э} \gamma_{ТВ}$) и теплосодержание капель электродного металла $H_{кап}$, получаем выражения для определения коэффициента расплавления α_p и линейной скорости плавления электрода $v_{э}$:

$$\alpha_p = \frac{M_{э}}{I_{св}^2 t_{св}} = (U_{э} + U_{в}) \frac{1}{H_{кап}} \quad (2)$$

$$v_{э} = (U_{э} + U_{в}) \frac{I_{св}}{H_{кап} F_{э} \gamma_{ТВ}} \quad (3)$$

- Падение напряжения электрода $U_{\text{э}} = U_{\text{а}} + \varphi_{\text{в}}$, (4)

где $U_{\text{а}}$ – падение напряжения на аноде. $U_{\text{а}}$ мало зависит от материала анода и состава газовой фазы и может быть принято $U_{\text{а}} = (2,43 \pm 0,29)$ В.

- Падение напряжения на вылете определяется при постоянном удельном сопротивлении $\rho_{\text{ср}}$ для диапазона температур на вылете от T_0 до $T_{\text{пл}}$:

$$U_{\text{в}} = \frac{4\pi\rho_{\text{ср}} l I_{\text{св}}}{\pi d_{\text{э}}^2} \quad (5)$$

- Теплосодержание капель электродного металла определяем при условии, что $T_{\text{кап}} = 0,9T_{\text{кип}}$:

$$H_{\text{кап}} = c_{\text{ср}}(T_{\text{пл}} - T_0) + \Delta H_{\text{пл}} + c_{\text{ж}}(T_{\text{кап}} - T_{\text{пл}}), \quad (6)$$

где

$$c_{\text{ср}} = \frac{c_{\text{тв}} + c_{\text{ж}}}{2}$$

Табл. 1 Физические свойства электродных материалов

| Основа | Плотность γ , г/см ³ | Температура °С | | Удельная теплоемкость, Дж/(г·°С) | | Скрытая теплота плавления $\Delta H_{пл}$, Дж/г | Удельное электросо- противление $\rho_{ср}$, Ом·см ·10 ⁻⁶ | Работа выхода $\phi_{в}$, эВ |
|--------|---|-------------------|-----------|--|---------|--|---|-------------------------------------|
| | | $T_{пл}$ | $T_{кип}$ | $c_{тв}$ | $c_{ж}$ | | | |
| Fe | 7,87 | 1536 | 2860 | 0,456 | 0,795 | 272,2 | 75 | 4,31 |
| Ni | 8,90 | 1455 | 2915 | 0,452 | 0,620 | 301,7 | 45 | 4,50 |
| Cu | 8,96 | 1083,4 | 2560 | 0,386 | 0,495 | 204,9 | 10 | 4,40 |
| Mg | 1,74 | 649 | 1090 | 1,038 | 1,360 | 358,4 | 15 | 3,64 |
| Al | 2,70 | 660,1 | 2520 | 0,917 | 1,080 | 388,1 | 13 | 4,25 |
| Ti | 4,50 | 1667 | 3285 | 0,528 | 0,700 | 392,5 | 115 | 3,95 |
| Mo | 10,20 | 2615 | 4610 | 0,251 | 0,500 | 293,3 | 40 | 4,30 |

- Плотность металла не зависит от температуры
- Размеры капель и характер переноса не учитываем.