

## Тема 1.1. Общие сведения об объектах управления (ОУ)

Обсуждаются :

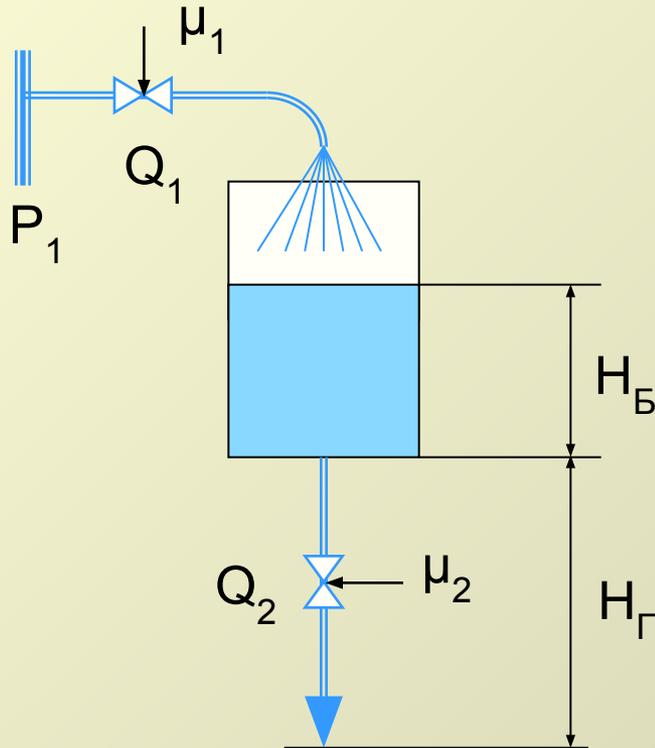
- Математическая модель процессов в простом технологическом объекте (пример)
- Линеаризация уравнений Линеаризация уравнений и пример линеаризованной модели объекта
- Имитационный эксперимент на модели
- Варианты задач управления объектом (пример)
- Обобщённая структура объекта управления и основные понятия, отражающие специфику ОУ
- Общая классификация объектов управления



Предварительной подготовки студентов к лекции не требуется



## Пример технологического объекта



## Технологические параметры

- $P_1$  Давление в напорной магистрали
- $Q_1$  Расход на притоке в бак
- $Q_2$  Расход на стоке из бака
- $\mu_1$  Степень открытия клапана на притоке
- $\mu_2$  Степень открытия клапана на стоке
- $H_B$  Уровень воды в баке
- $H_\Gamma$  Базовый гидростатический напор



## Исходное математическое описание процессов в объекте

Расход воды на притоке :

$$1 \quad Q_1(t) = \frac{f[\mu_1(t)]}{\zeta[\mu_1(t)]} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot P_1(t)} = \varphi[\mu_1(t)] \cdot \sqrt{\rho \cdot P_1(t)}$$

Расход воды на стоке :

$f$  и  $\zeta$  – площадь проходного сечения клапана и его коэффициент гидравлического сопротивления

$$2 \quad Q_B(t) = \frac{f[\mu_2(t)]}{\zeta[\mu_2(t)]} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot g \cdot [H(t) + H]} = \varphi[\mu(t)] \cdot \sqrt{H(t)}$$

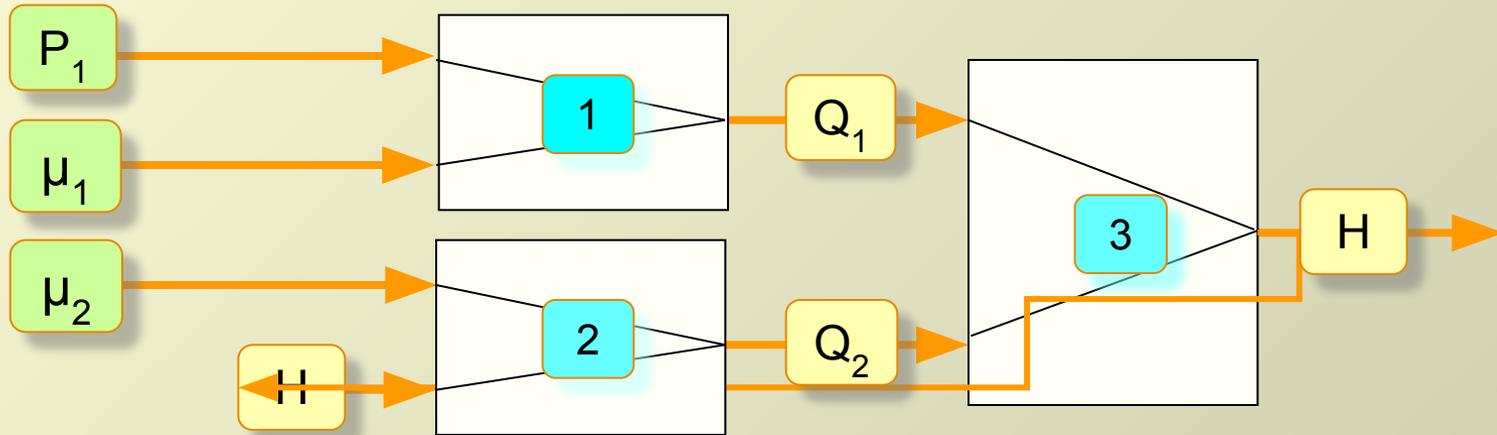
Материальный баланс в баке :

$\rho$  – плотность рабочего тела (воды)

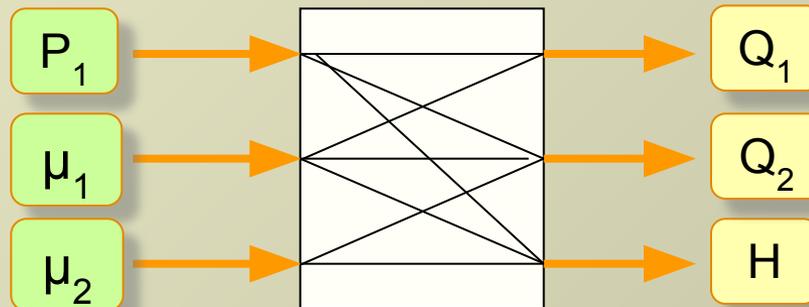
$$3 \quad F \cdot \frac{dH(t)}{dt} = Q_1(t) - Q_2(t)$$



Взаимосвязь параметров технологического процесса



Эквивалентная схема :



## Сущность линеаризации уравнений

Пусть дано нелинейное уравнение общего вида:  $f(x_1, x_2, x_3) = 0$

В условиях вариации переменных в окрестности некоторого базового состояния  $x_{10}, x_{20}, x_{30}$ .

$$f(x_{10} + \Delta x_1, x_{20} + \Delta x_2, x_{30} + \Delta x_3) = 0$$

Применим разложение функции в ряд Тейлора в окрестности  $x_{10}, x_{20}, x_{30}$ , ограничиваясь только первым порядком разложения:

$$f(x_{10}, x_{20}, x_{30}) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)_0 \cdot \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)_0 \cdot \Delta x_2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)_0 \cdot \Delta x_3 \approx 0$$

В практических расчётах ограничиваются анализом только вариаций функции, обусловленных вариациями переменных. Это эквивалентно смещению состояния системы в базовое. В итоге получаем линеаризованное уравнение

$$k_1 \cdot \Delta x_1 + k_2 \cdot \Delta x_2 + k_3 \cdot \Delta x_3 = 0$$



## Линеаризованное математическое описание процессов

Расход воды на притоке :

$$\Delta Q_1(t) = \sqrt{2 \cdot \rho \cdot P_{10}} \cdot \left( \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mu_1} \right)_{\mu_{10}} \cdot \Delta \mu_1(t) + (\varphi_1)_{\mu_{10}} \cdot \left( \frac{\partial \varphi_1}{\partial P_1} \right)_0 \cdot \Delta P_1(t)$$

$$4 \quad \Delta Q_1(t) = k_1 \cdot \Delta \mu_1(t) + k_2 \cdot \Delta P_1(t)$$

Расход воды на стоке :

$$\Delta Q_2(t) = \sqrt{H_0} \cdot \left( \frac{\partial \varphi_2}{\partial \mu_2} \right)_{\mu_{20}} \cdot \Delta \mu_2(t) + \frac{(\varphi_2)_{\mu_{20}}}{2 \cdot \sqrt{H_0}} \cdot \Delta H(t)$$

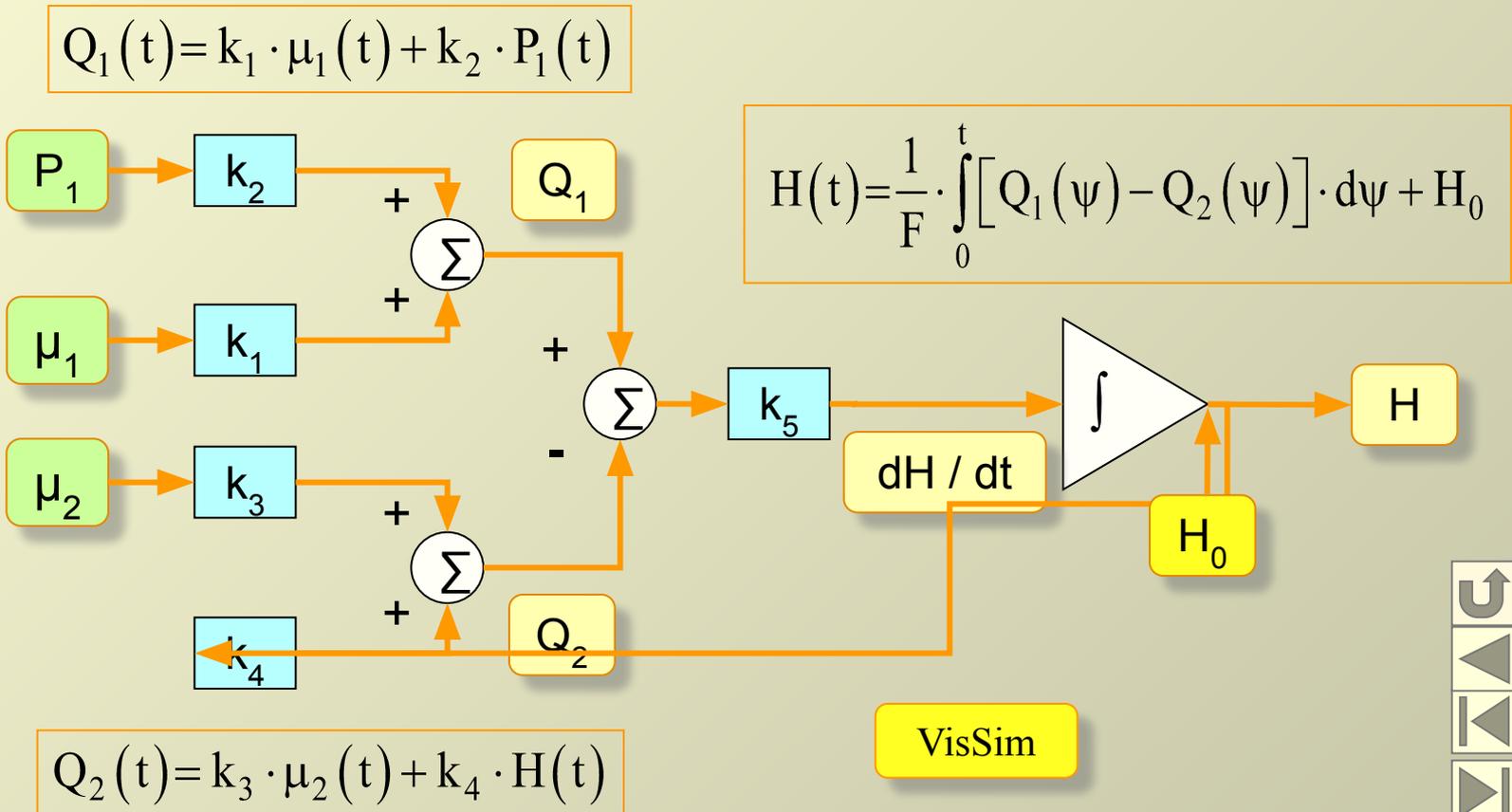
$$5 \quad \Delta Q_2(t) = k_3 \cdot \Delta \mu_2(t) + k_4 \cdot \Delta H(t)$$

Материальный баланс в баке :

$$6 \quad F \cdot \frac{d[\Delta H(t)]}{dt} = \Delta Q_1(t) - \Delta Q_2(t)$$



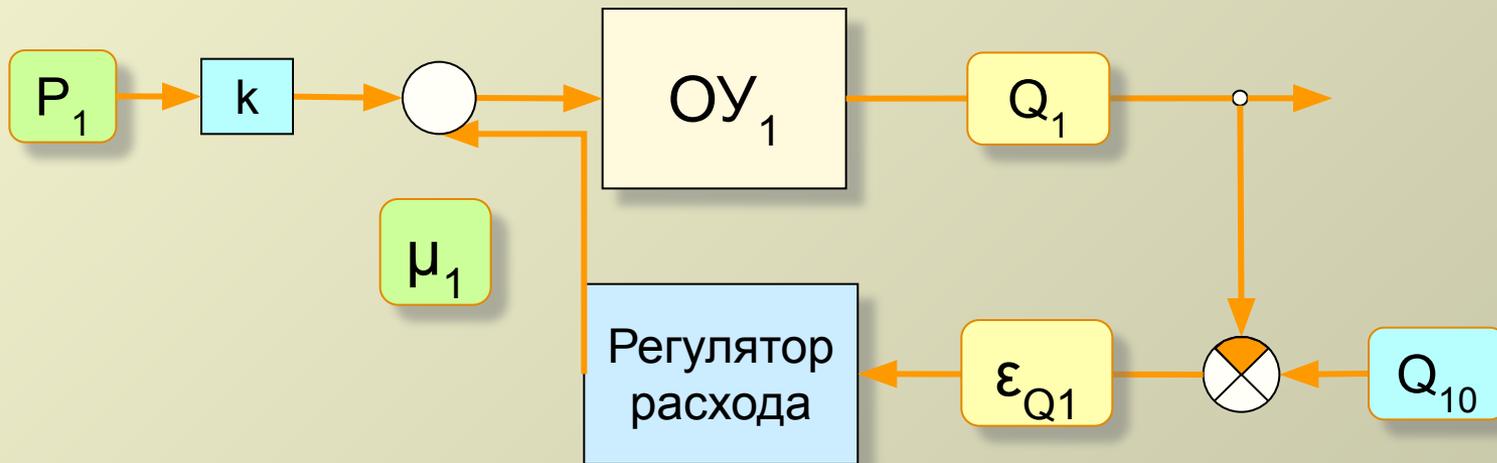
Линеаризованная модель объекта управления



## 1-я задача управления

Цель управления – **стабилизация расхода на притоке**  
на уровне задания  $Q_{10}$

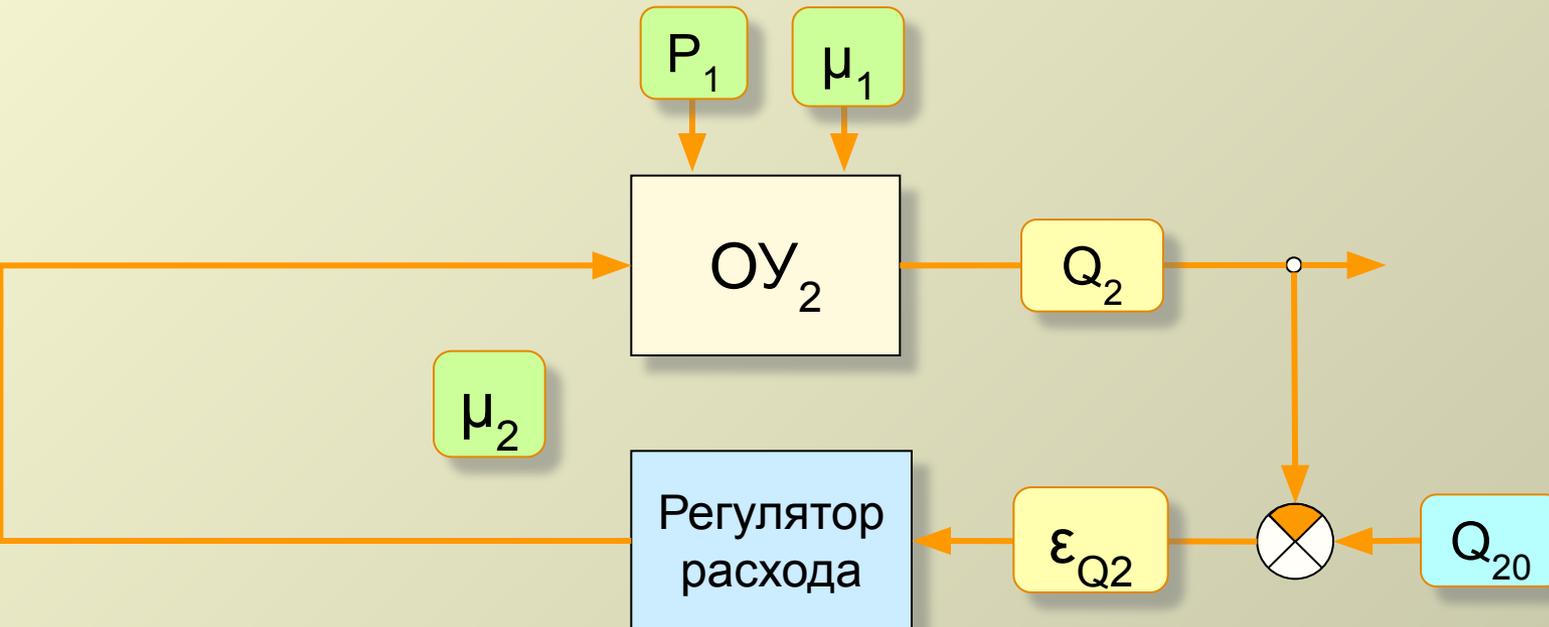
$$\varepsilon_{Q_1}^* = \min_{\mu_1} (Q_{10} - Q_1(\mu_1, P_1))$$



## 2-я задача управления

Цель управления – **стабилизация расхода на стоке**  
на уровне задания  $Q_{20}$

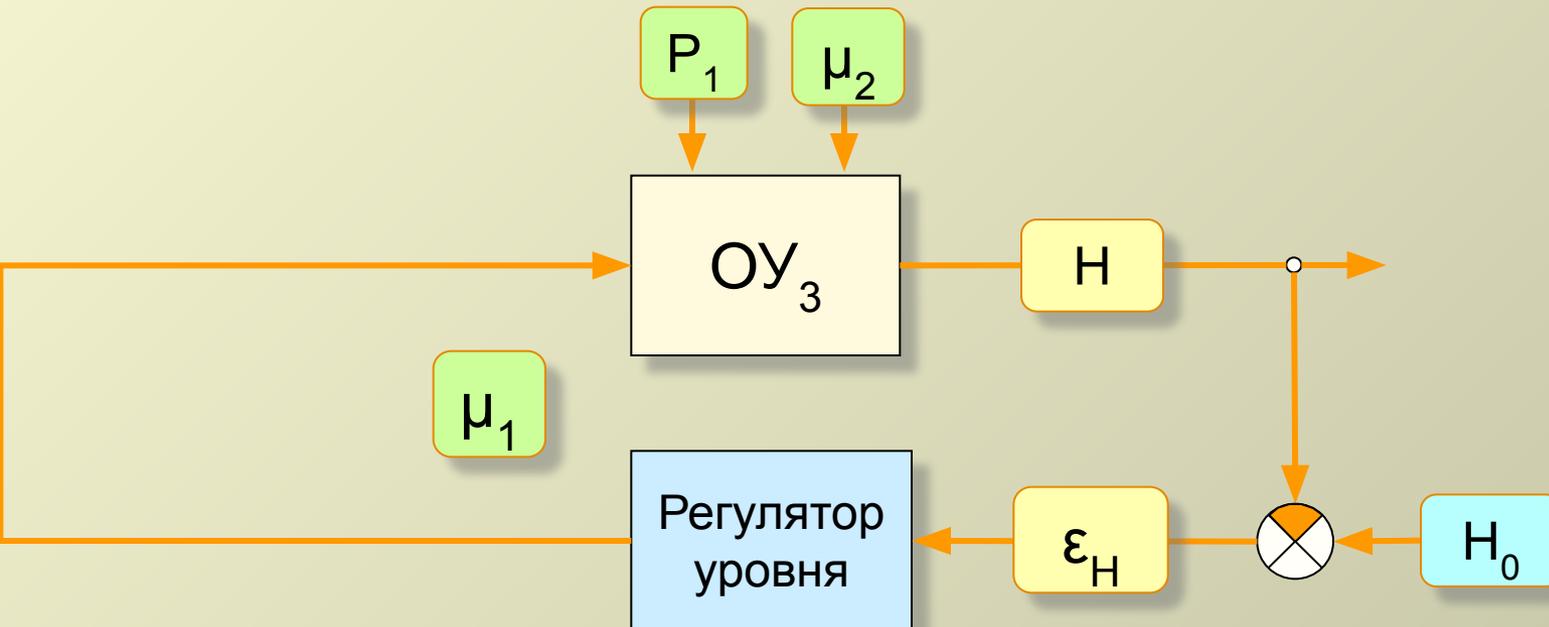
$$\varepsilon_{Q_2}^* = \min_{\mu_2} (Q_{20} - Q_1(\mu_1, P_1, \mu_2))$$



## 3-я задача управления

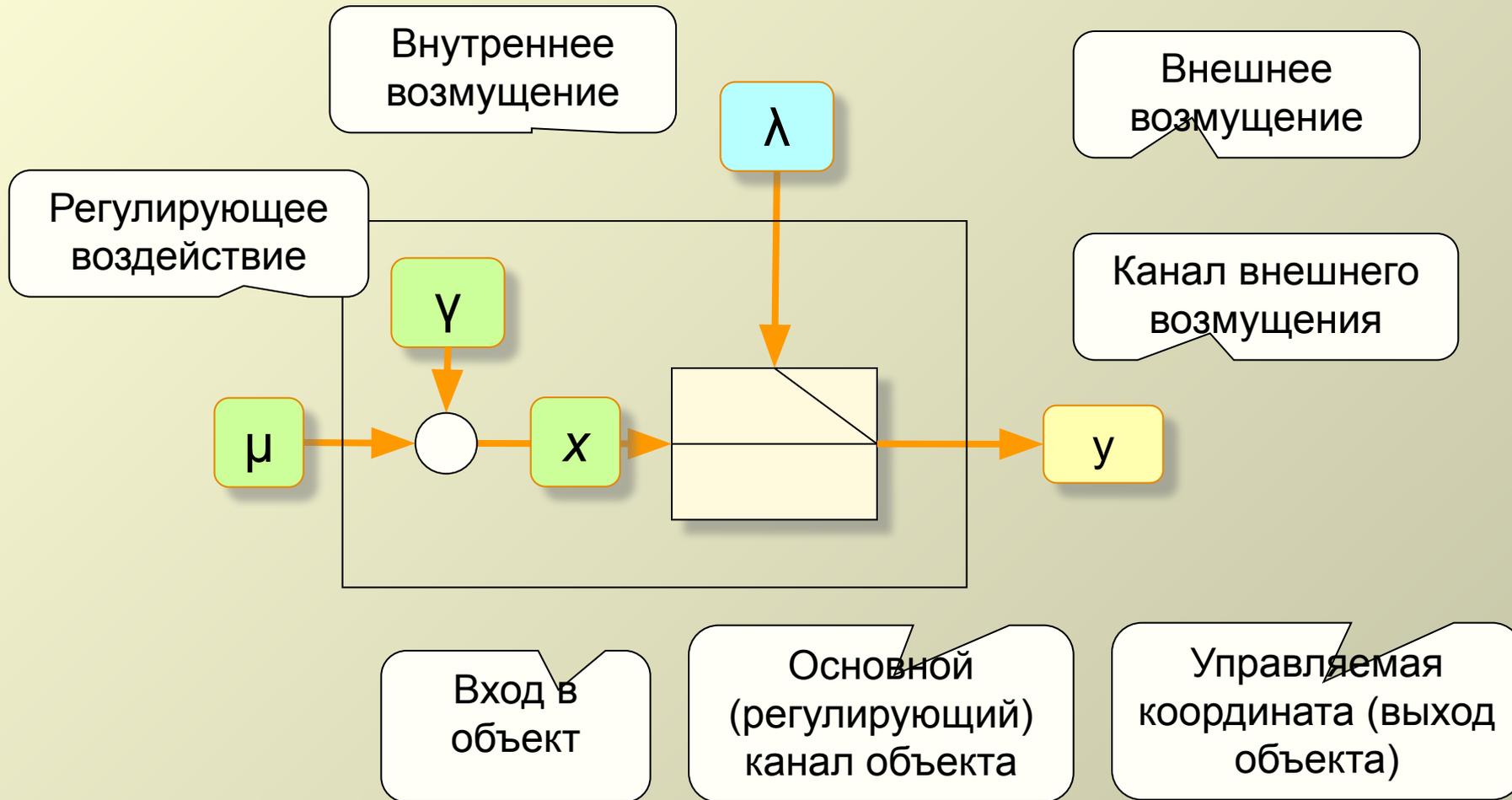
Цель управления – **стабилизация уровня в баке**  
в соответствии с заданием  $H_0$

$$\varepsilon_H^* = \min_{\mu_1} (H_0 - H(\mu_1, P_1, \mu_2))$$





### Обобщённая схема объекта управления



## Общая классификация свойств объектов управления

**Стационарность** - независимость свойств от времени, выраженная отсутствием функциональной связи параметров модели объекта с временем

Стационарные

Нестационарные

**Линейность** - справедливость *принципа суперпозиции движений системы*, в соответствии с которым общая реакция объекта на совокупность действующих воздействий определяется алгебраической суммой реакций на каждое из них

$$y(t, k_1 x_1(t), \dots, k_n x_n(t)) = \sum_{i=1..n} y_i(t) = \sum_{i=1..n} k_i \cdot f(t, x_i(t))$$

Линейные

Нелинейные

**Статизм** – функциональная связь установившегося состояния объекта с установившимся значением входного воздействия

$$y|_{t=\infty} = f(x|_{t=\infty})$$

Со статизмом

Астатические

**Многомерность** – наличие в объекте нескольких входов и/или выходов, обуславливающих их векторное представление, а в общем случае и матричный тип модели

Одномерные

Многомерные

## Задания для самостоятельной работы

1. Разработать упрощенную математическую модель одного из бытовых приборов:

а) Электрического бойлера

б) Утюга

в) Кондиционера

г) Масляного обогревателя

При этом считать отсутствующими встроенные в эти приборы регуляторы

2. Изучить разделы 2.1 и 2.2 в учебнике [1]



**КОНЕЦ ТЕМЫ 1.1**

