КЛАССИФИКАЦИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Лекция 1

Пахомова Наталья Алексеевна

История возникновения

1885г. Фредерик Тейлор – вывод о возможности применения научного анализа в сфере производства.

1916г. Фредерик Ланчестр – «**квадратичный закон**», который устанавливает связь между численным превосходством живой силы и эффективностью оружия.

20-е гг. Формулы Эрланга были приняты в качестве стандартов для расчета эффективности телефонных линий.

Методы оптимальных решений рассматривают следующие задачи:

- Задачи управления запасами
- Задачи распределения ресурсов
- Задачи ремонта и замены оборудования
- Задачи массового обслуживания
- Задача составления расписаний движения транспорта (грузового, пассажирского, смешанного).
- Задачи сетевого планирования или управления
- Задачи выбора оптимального маршрута

Оптимальное математическое программирование

ЦЕЛЬ (критерий, целевая функция)

$F(x_1;x_2;\ldots;x_n) \rightarrow$ экстремум

ОГРАНИЧЕНИЯ (условия, требования)

$Gj(x_1;x_2;\ldots;x_n)$ [$>;\geq;=;<;\leq$] b_j где $j = 1,2,\ldots,m$

ТРЕБОВАНИЯ К ПЕРЕМЕННЫМ

$x_i \geq 0$ не отрицательность

x_i – целые,

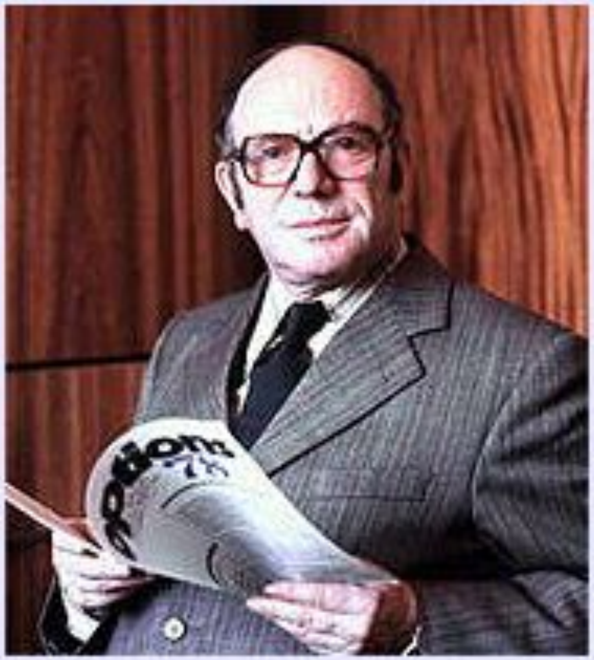
x_i – выражены через параметры,

x_i – случайные и т.д.

Полное решение поставленной задачи не найдено, но получены существенные результаты во множестве частных случаев

1. Если функции F и Gj **линейные**, то в этом случае задача носит название задачи линейного программирования.
2. Если F *дробно-линейная*, а Gj – *линейные*, то это задача дробно-линейного программирования.
3. Если F **квадратичная** функция, а Gj **линейные**, то это задача квадратичного программирования.
4. Если xi – **целые**, то это задача целочисленного программирования.
5. Если xi – выражены через **параметры**, то это задача параметрического программирования.
6. Если хотя бы одна из xi - **случайная** величина, то это задача стохастического программирования.
7. Если результат многоэтапного решения зависит от **оптимального** выбора на каждом этапе, то это задача динамического программирования.

История линейного программирования



Л. В. Канторович.

КАНТОРОВИЧ Леонид Витальевич

(1912-86),

российский математик и экономист,

академик АН СССР.

Положил начало линейному программированию. Один из создателей теории оптимального планирования и управления народным хозяйством, теории оптимального использования сырьевых ресурсов.

Задача линейного программирования имеет следующий вид

1) Целевая функция

$$Z = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \rightarrow \text{экстремум (оптимум)}$$

2) Ограничения $\sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_i$ [>≥=<≤] b_j , где

j=1,2,…,m

3) Требования к переменным $x_i \geq 0$ (не отрицательность).

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ

- Графический способ
- Средствами Excel (Поиск решения)
- Средствами MathCAD (функция Minimize)
- Способ Жордановых исключений

Пример:

$$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_1 - 4x_2 \leq 19 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 28 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 + 3x_2 \geq 8 \end{cases}$$

Графический способ

$$Z = x_1 + x_2 \to \min$$

$$3x_1 + x_2 \geq 8$$

$$x_1 - 4x_2 \leq 19$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 28$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 8$$

Найдем графическое решение неравенств

$$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

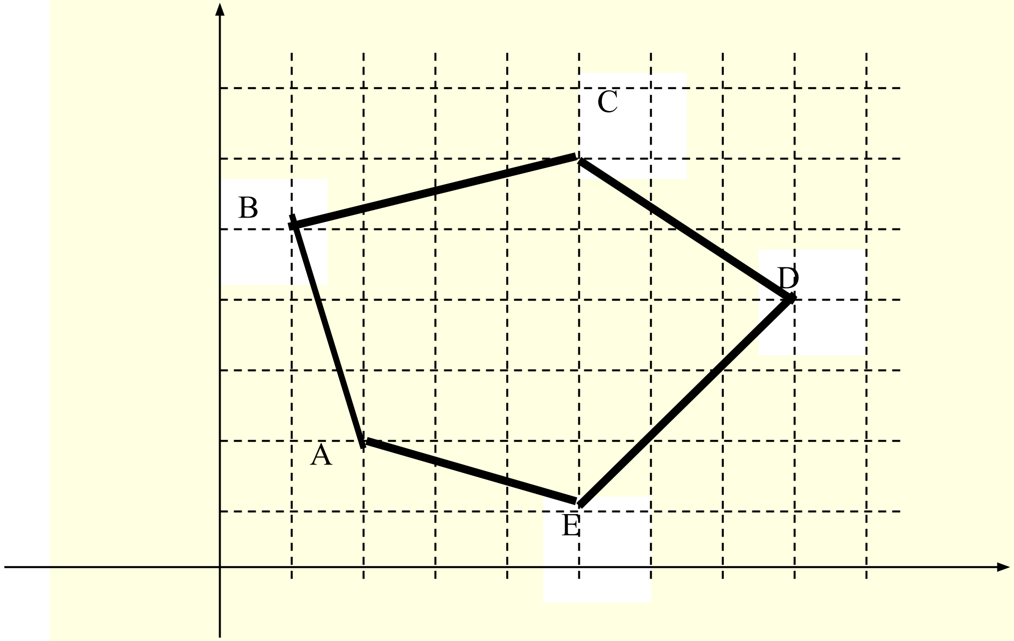
$$3x_1 + x_2 \geq 8$$

$$x_1 - 4x_2 \leq 19$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 28$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 8$$



Графиком целевой функции является семейство параллельных прямых

$Z = x_1 + x_2 \to \min$

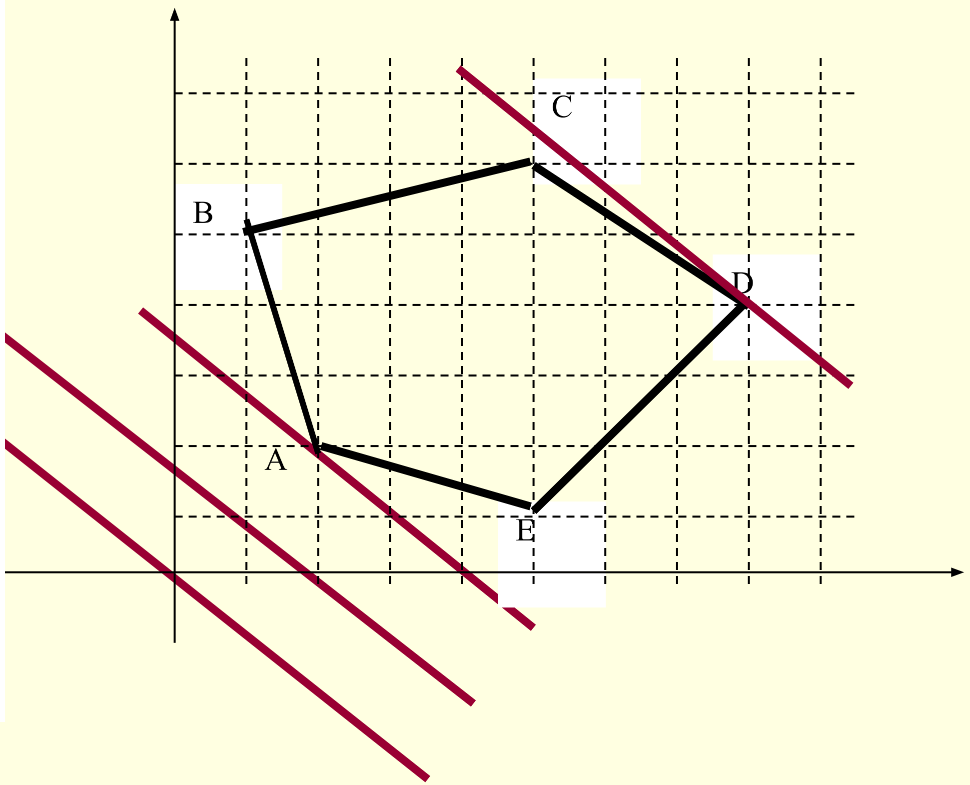
$3x_1 + x_2 \geq 8$

$x_1 - 4x_2 \leq 19$

$2x_1 + 3x_2 \leq 28$

$x_1 - x_2 \leq 4$

$x_1 + 3x_2 \geq 8$



Точка входа – точка минимума

$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

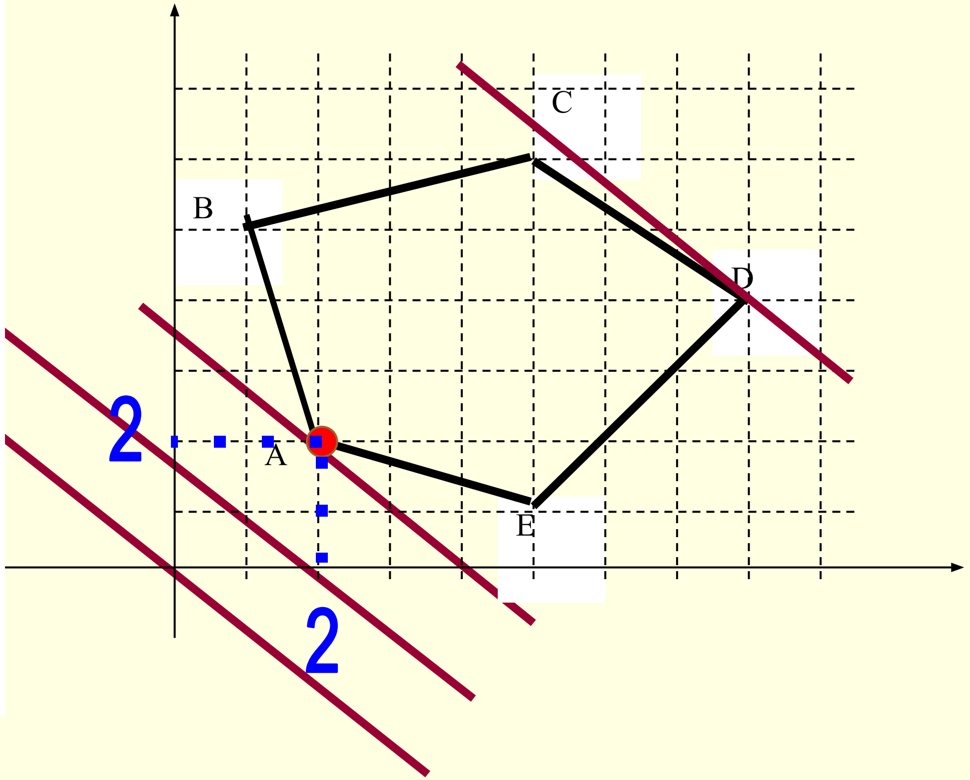
$3x_1 + x_2 \geq 8$

$x_1 - 4x_2 \leq 19$

$2x_1 + 3x_2 \leq 28$

$x_1 - x_2 \leq 4$

$x_1 + 3x_2 \geq 8$



Точка выхода – точка максимума

$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

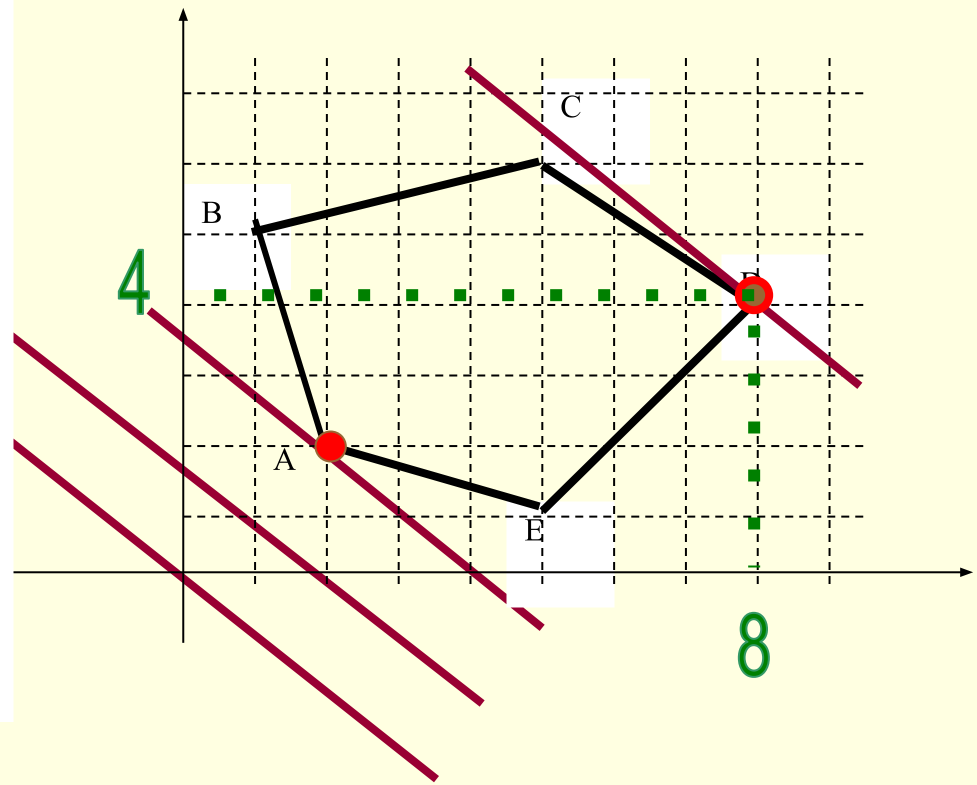
$3x_1 + x_2 \geq 8$

$x_1 - 4x_2 \leq 19$

$2x_1 + 3x_2 \leq 28$

$x_1 - x_2 \leq 4$

$x_1 + 3x_2 \geq 8$



СПОСОБ ЖОРДАНОВЫХ ИСКЛЮЧЕНИЙ (СИМПЛЕКСНЫЙ)

Симплексный метод требует преобразования имеющейся модели к каноническому виду.

1)каждое неравенство должно быть приведено к виду **≥0**,

2)уравнение – **приравнено** к **0**.

3)целевая функция должна **стремиться к минимуму.**

Последовательное преобразование Жордановой таблицы

Задача считается решенной, если коэффициенты при переменных в **целевой** строке **не отрицательны**, и при этом все **свободные члены** дополнительных переменных также **не отрицательны**.

	X_1	X_2	1
Y_1			81
Y_2			19
Y_3			2/8
Y_4			4
Y_5			18
Z	1/5	11	0

Все преобразования таблиц основаны на так называемых разрешающих элементах.

Правила выбора разрешающего элемента

1. Разрешающий элемент не может находиться в столбце свободных членов и в строке целевой функции. Он не может быть равным нулю.

2. Любой **отрицательный элемент в столбце свободных членов** определяет возможную разрешающую **строку**.

Наименьшее отношение соответствующего свободного элемента ко всем **положительным** элементам этой же строки определит разрешающий элемент. Следует учесть все такие строки, если их несколько.

3. Любой **отрицательный элемент целевой строки** определяет возможный разрешающий **столбец**. **Наибольшее** из всех возможных отношений соответствующих свободных членов к **отрицательным** элементам такого столбца и определит разрешающий элемент.

После выбора разрешающего элемента ячейки Жордановой таблицы пересчитывают также по определенным правилам и переходят к следующей таблице.

Предыдущая таблица

Последующая таблица

Предыдущая таблица **Последующая таблица**

		x_j	
	a	b	c
y_i	d	R	e
	f	g	h

Предыдущая таблица **Последующая таблица**

		x_j	
	a	b	c
y_i	d	R	e
	f	g	h

		y_i	
x_j			

Меняем заголовки строки и столбца, соответствующие R

Предыдущая таблица **Последующая таблица**

		x_j	
	a	b	c
y_i	d	R	e
	f	g	h

		y_i	
x_j		$\frac{1}{R}$	

На место R ставим **обратную** величину

Предыдущая таблица

		x_j	
	a	b	c
y_i	d	R	e
	f	g	h

Последующая таблица

		y_i	
		$\frac{b}{R}$	
x_j		$\frac{1}{R}$	
		$\frac{g}{R}$	

Разрешающий столбец делим на R

Предыдущая таблица **Последующая таблица**

		x_j	
	a	b	c
y_i	d	R	e
	f	g	h

		y_i	
		$\frac{b}{R}$	
x_j	$\frac{d}{-R}$	$\frac{1}{R}$	$\frac{e}{-R}$
		$\frac{g}{R}$	

Разрешающую строку делим на число, **противоположное** R

Предыдущая таблица

		x_j	
	a	b	c
y_i	d	R	e
	f	g	h

Последующая таблица

		y_i	
	$\frac{a \cdot R - b \cdot d}{R}$	$\frac{b}{R}$	$\frac{c \cdot R - b \cdot e}{R}$
x_j	$\frac{d}{-R}$	$\frac{1}{R}$	$\frac{e}{-R}$
	$\frac{f \cdot R - d \cdot g}{R}$	$\frac{g}{R}$	$\frac{h \cdot R - g \cdot e}{R}$

Остальные элементы находим по ***правилу прямоугольника***

Основная форма представления задачи линейного программирования

Исходная форма Каноническая форма

$Z=x_1+x_2 \rightarrow \min$

$3x_1+x_2 \geq 8$

$x_1-4x_2 \leq 19$

$2x_1+3x_2 \leq 28$

$x_1-x_2 \leq 4$

$x_1+3x_2 \geq 8$

Основная форма представления задачи линейного программирования

Исходная форма	Каноническая форма
$Z=x_1+x_2\rightarrow min$	$Z=x_1+x_2\rightarrow \mathbf{min}$
$3x_1+x_2\geq 8$	$3x_1 + x_2 - 8 \geq 0$
$x_1-4x_2\leq 19$	$x_1 - 4x_2 - 19 \leq 0$
$2x_1+3x_2\leq 28$	$2x_1+3x_2-28 \leq 0$
$x_1-x_2\leq 4$	$x_1 - x_2 - 4 \leq 0$
$x_1+3x_2\geq 8$	$x_1+3x_2 - 8 \geq 0$

Основная форма представления задачи линейного программирования

Исходная форма	Каноническая форма
$Z=x_1+x_2\rightarrow min$	$Z=x_1+x_2\rightarrow \mathbf{min}$
$3x_1+x_2\geq 8$	$3x_1+x_2-8\geq 0$
$x_1-4x_2\leq 19$	$-x_1+4x_2+19\geq 0$
$2x_1+3x_2\leq 28$	$-2x_1-3x_2+28\geq 0$
$x_1-x_2\leq 4$	$-x_1+x_2+4\geq 0$
$x_1+3x_2\geq 8$	$x_1+3x_2-8\geq 0$

Основная форма представления задачи линейного программирования

Исходная форма	Каноническая форма
$Z=x_1+x_2\rightarrow\min$	$Z=x_1+x_2\rightarrow\min$
$3x_1+x_2\geq 8$	$\mathbf{y_1}=3x_1+x_2-8$
$x_1-4x_2\leq 19$	$\mathbf{y_2}=-x_1+4x_2+19$
$2x_1+3x_2\leq 28$	$\mathbf{y_3}=-2x_1-3x_2+28$
$x_1-x_2\leq 4$	$\mathbf{y_4}=-x_1+x_2+4$
$x_1+3x_2\geq 8$	$\mathbf{y_5}=x_1+3x_2-8$

Все коэффициенты канонической формы заносят в Жорданову таблицу

- В заголовках столбцов этой таблицы ставят имена определяемых переменных: x_1 , x_2,
  а также заголовок столбца свободных членов всех ограничений или, его еще называют столбцом единиц.

- В заголовках строк таблицы записывают имена введенных, дополнительных переменных: y_1, y_2,y_3, y_4, y_5 и имя целевой функции Z.

- При заполнении таблицы обязательно учитывать знаки каждого коэффициента.

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Для нашей задачи таблица будет выглядеть следующим образом

	X_1	X_2	1
Y_1	3	1	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Рассмотрим первую таблицу нашей задачи

	X_1	X_2	1
Y_1	3	$\boxed{1}$	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

Находим разрешающий элемент: -8/3, **-8/1**, **-8/1**,-8/3

Меняем заголовки

	X_1	X_2	1
Y_1	**3**	**1**	-8
Y_2	**-1**	**4**	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2			
Y_2	-1*1-3*4		19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)		28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1		4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3		-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1		0*1-1*(-8)

На место разрешающего элемента пишем обратный

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2		1/1	
Y_2	-1*1-3*4		19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)		28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1		4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3		-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1		0*1-1*(-8)

Столбец делим на разрешающий элемент

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{Y_1}$	**1**
$\mathbf{X_2}$		**1/1**	
$\mathbf{Y_2}$	-1*1-3*4	**4/1**	19*1-4*(-8)
$\mathbf{Y_3}$	-2*1-3*(-3)	**-3/1**	28*1-(-3)*(-8)
$\mathbf{Y_4}$	-1*1-3*1	**1/1**	4/1-1*(-8)
$\mathbf{Y_5}$	1*1-3*3	**3/1**	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	**1/1**	0*1-1*(-8)

Сроку делим на (– R)

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	**3**	**1**	-8
Y_2	**-1**	**4**	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
$\mathbf{X_2}$	**-3/1**	**1/1**	**-(-8)/1**
$\mathbf{Y_2}$	**(-1*1-3*4)/1**	**4/1**	
$\mathbf{Y_3}$		**-3/1**	
$\mathbf{Y_4}$		**1/1**	
Y_5		**3/1**	
Z		**1/1**	

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	**3**	**1**	-8
Y_2	**-1**	**4**	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	**4**
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	(-1*1-3*4)/1	4/1	
Y_3		-3/1	
Y_4		1/1	(4*1-1*(-8))/1
Y_5		3/1	
Z		1/1	

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4*1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4*1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника

	X_1	X_2	1
Y_1	3	**1**	-8
Y_2	-1	4	19
Y_3	-2	-3	28
Y_4	-1	1	4
Y_5	1	3	-8
Z	1	1	0

	X_1	Y_1	1
X_2	-3/1	1/1	-(-8)/1
Y_2	-1*1-3*4	4/1	19*1-4*(-8)
Y_3	-2*1-3*(-3)	-3/1	28*1-(-3)*(-8)
Y_4	-1*1-3*1	1/1	4/1-1*(-8)
Y_5	1*1-3*3	3/1	-8*1-3*(-8)
Z	1*1-3*1	1/1	0*1-1*(-8)

Вторая таблица:

	X_1	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
Y_5	-8	3	16
Z	**-2**	1	8

Есть отрицательный элемент в последней строке

Наибольшее из всех возможных отношений соответствующих свободных членов к **отрицательным** элементам такого столбца

	X_1	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
Y_5	-8	3	16
Z	-2	1	8

-8/3

Наибольшее из всех возможных отношений соответствующих свободных членов к **отрицательным** элементам такого столбца

	X_1	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
Y_5	-8	3	16
Z	-2	1	8

-51/13, -8/3

Наибольшее из всех возможных отношений соответствующих свободных членов к **отрицательным** элементам такого столбца

	X_1	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
Y_5	-8	3	16
Z	-2	1	8

-12/4, -51/13, -8/3

Наибольшее из всех возможных отношений соответствующих свободных членов к **отрицательным** элементам такого столбца

	X_1	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
Y_5	-8	3	16
Z	-2	1	8

-16/8, -12/4, -51/13, -8/3; наибольшее число **-16/8=-2**

Разрешающий элемент (– 8)

	$\mathbf{X_1}$	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
$\mathbf{Y_5}$	-8	3	16
Z	-2	1	8

Третья таблица:

	Y_5	Y_1	1
X_2			2
Y_2			25
Y_3			18
Y_4			4
X_1	-1/8	3/8	2
Z	2/8	2/8	4

Третья таблица:

	Y_5	Y_1	1
X_2			2
Y_2			25
Y_3			18
Y_4			4
X_1	-1/8	3/8	2
Z	2/8	2/8	4

В последней таблице в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, поэтому она демонстрирует так называемое «допустимое» решение.

Кроме того, в последней таблице в строке целевой функции также нет отрицательных элементов, значит, имеющееся решение есть не только **допустимое**, но и **оптимальное**.

Заметив этот факт, мы не стали заполнять все остальные клетки таблицы, т.к. ответ уже получен.

Третья таблица:

	Y_5	Y_1	1
X_2			2
Y_2			25
Y_3			18
Y_4			4
X_1	-1/8	3/8	2
Z	2/8	2/8	4

В последней таблице в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, поэтому она демонстрирует так называемое «допустимое» решение.

Кроме того, в последней таблице в строке целевой функции также нет отрицательных элементов, значит, имеющееся решение есть не только **допустимое**, но и **оптимальное**.

Заметив этот факт, мы не стали заполнять все остальные клетки таблицы, т.к. ответ уже получен.

$$-2 / (-8) = 2/8$$

столбец делим на разрешающий элемент

Третья таблица:

	Y_5	Y_1	1
X_2			2
Y_2			25
Y_3			18
Y_4			4
X_1	-1/8	3/8	2
Z	2/8	2/8	4

	$\mathbf{X_1}$	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
$\mathbf{Y_5}$	-8	3	16
Z	-2	1	8

$$(1 * (-8) - 3 * (-2))/(-8) = (-8+6)/(-8) = -2/(-8) = 2/8$$

Третья таблица:

	Y_5	Y_1	1
X_2			2
Y_2			25
Y_3			18
Y_4			4
X_1	-1/8	3/8	2
Z	2/8	2/8	4

	X_1	Y_1	1
X_2	-3	1	8
Y_2	-13	4	51
Y_3	7	-3	4
Y_4	-4	1	12
Y_5	$\boxed{-8}$	3	16
Z	-2	1	8

Третья таблица:

	Y_5	Y_1	1
X_2			2
Y_2			25
Y_3			18
Y_4			4
X_1	-1/8	3/8	2
Z	2/8	2/8	4

В последней таблице в столбце свободных членов нет отрицательных элементов, поэтому она демонстрирует так называемое «допустимое» решение.

Кроме того, в последней таблице в строке целевой функции также нет отрицательных элементов, значит, имеющееся решение есть не только **допустимое**, но и **оптимальное**.

Оформление результата решения

Результат решения определяют из последней таблицы следующим образом:

- переменная, стоящая в заголовке строки равна свободному члену этой строки,
- переменная в заголовке столбца принимается равной нулю.

Таким образом, по нашей задаче решением будет следующий результат:

$$X_1=2,\ X_2=2,$$

$$Y_1=0,\ Y_2=25,\ Y_3=18,\ Y_4=4,\ Y_5=0,\ Z_{min}=4.$$

Проверка:

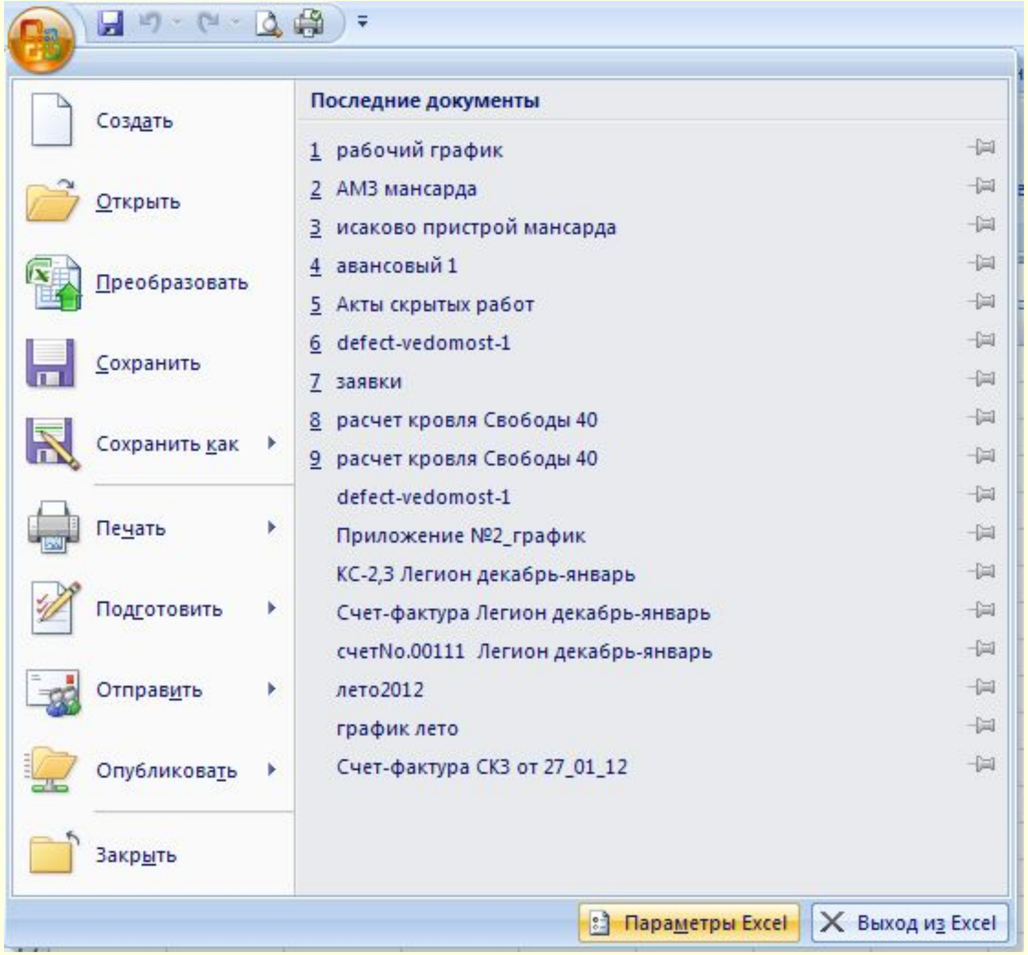
- 3*2+2=8, 8=8, различия левой и правой частей нет, значит $Y_1=0$, и в последней таблице Y_1 стоит в заголовке столбца.
- 2-4*2=-6<19, $Y_2=25$, но то же самое и по последней таблице.
- 2*2+3*2=10<28 на 18, следовательно, $Y_3=18$, так же и в таблице.
- 2-2=0<4 на 4, $Y_4=4$, что подтверждается таблицей.
- 2+3*2=8, 8=8, $Y_5=0$.
- Наконец, z=2+2=4, но и по таблице тот же результат.

Таким образом, полученное решение удовлетворяет **всем ограничениям** задачи и обеспечивает минимум целевой функции равный 4.

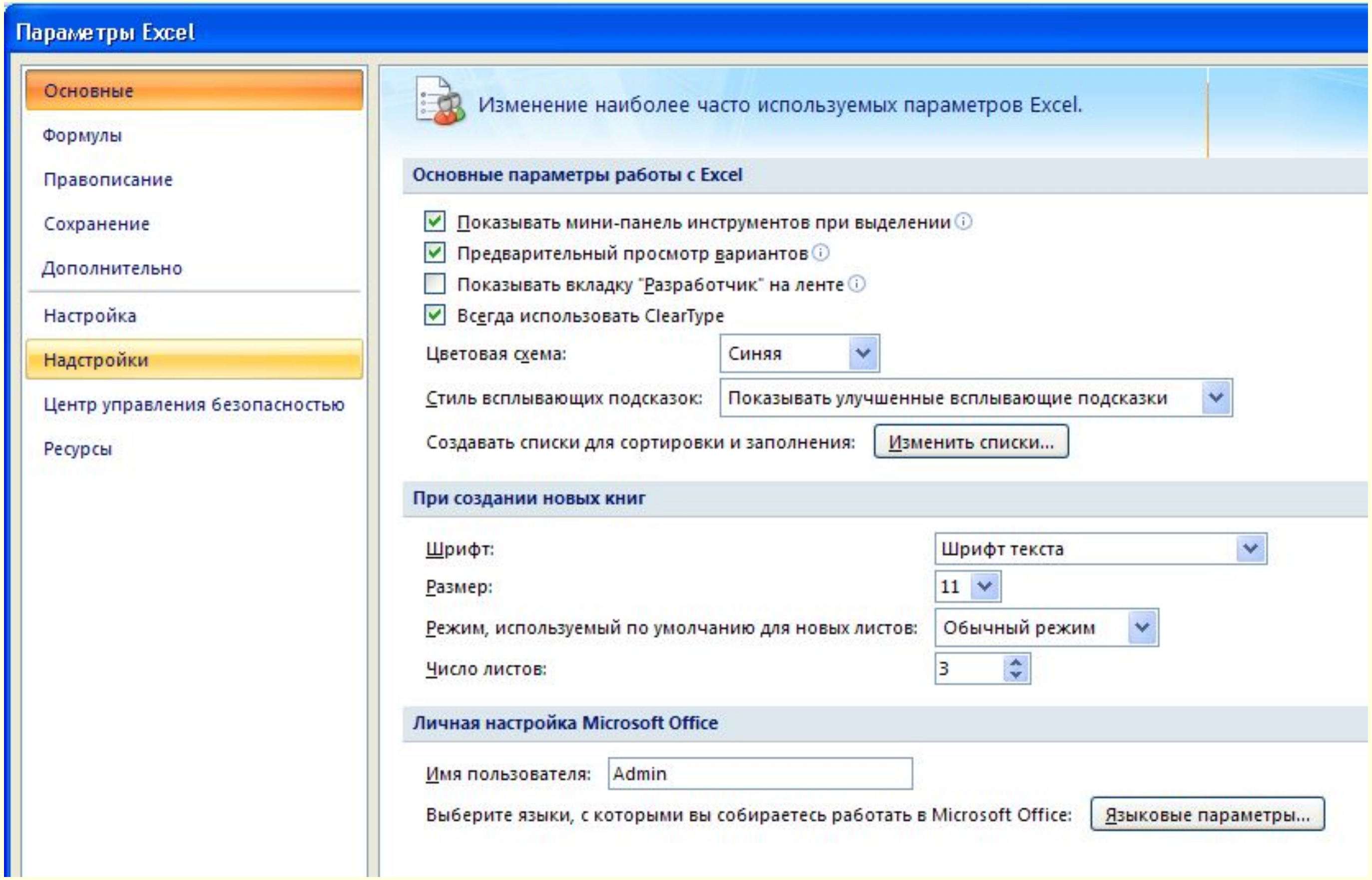
Решение задач линейного программирования в Excel

- В настоящее время наиболее мощным средством решения таких задач на компьютере является пакет Excel с его надстройкой «Поиск решения».
- Для решения задачи в Excel необходимо правильно поместить математическую модель по ячейкам электронной таблицы при этом целесообразно придерживаться примерно следующей схемы заполнения ячеек

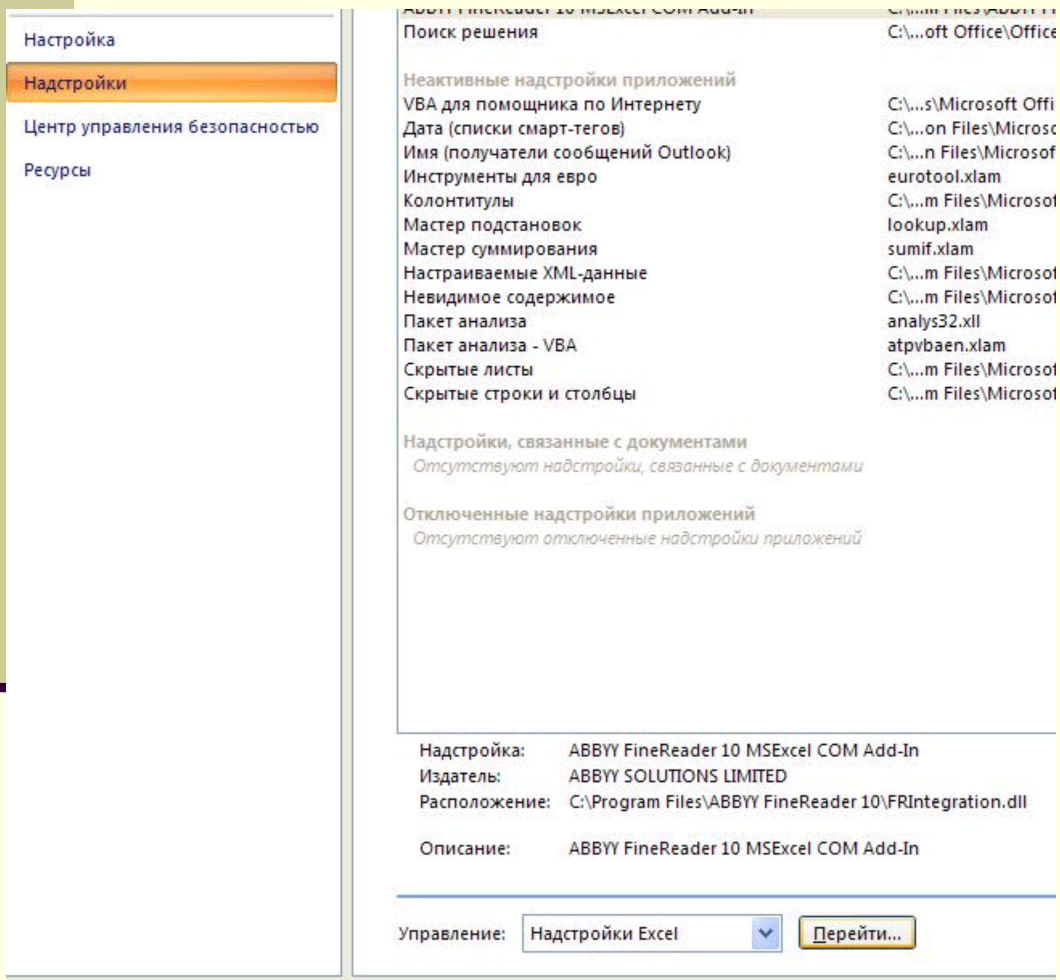
Установка Поиска решения

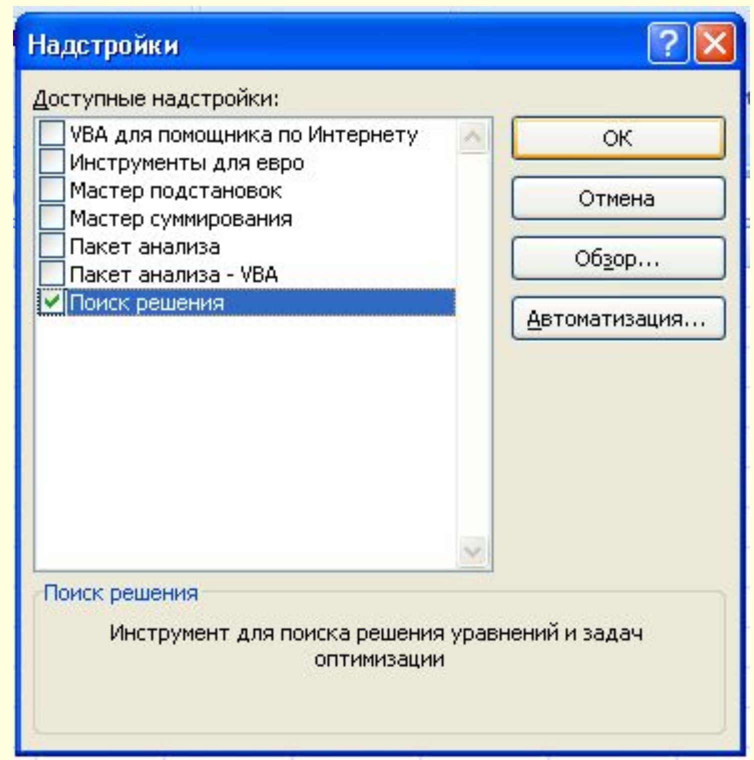


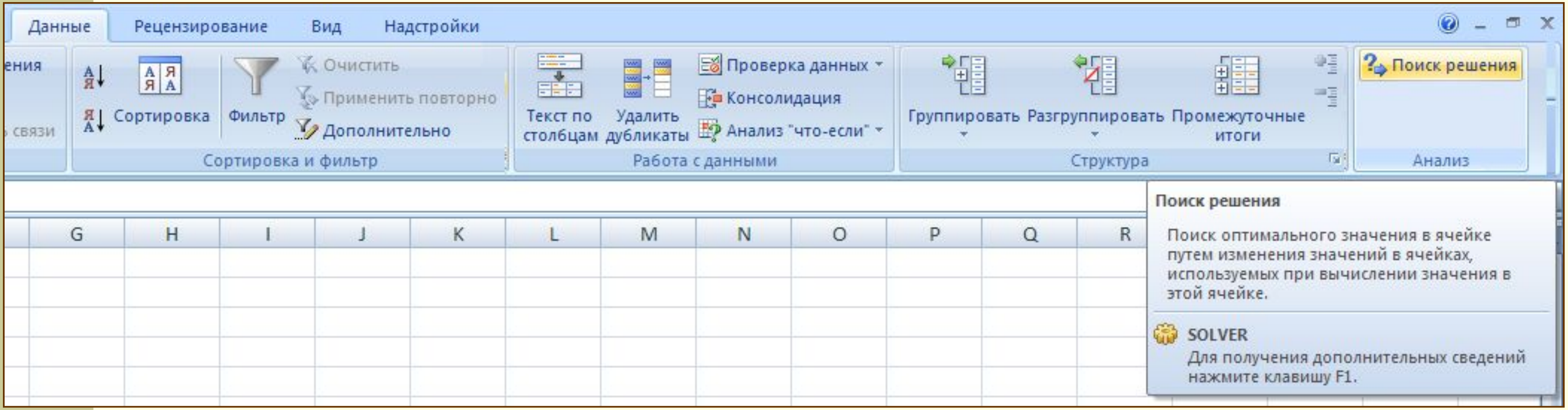
Установка Поиска решения

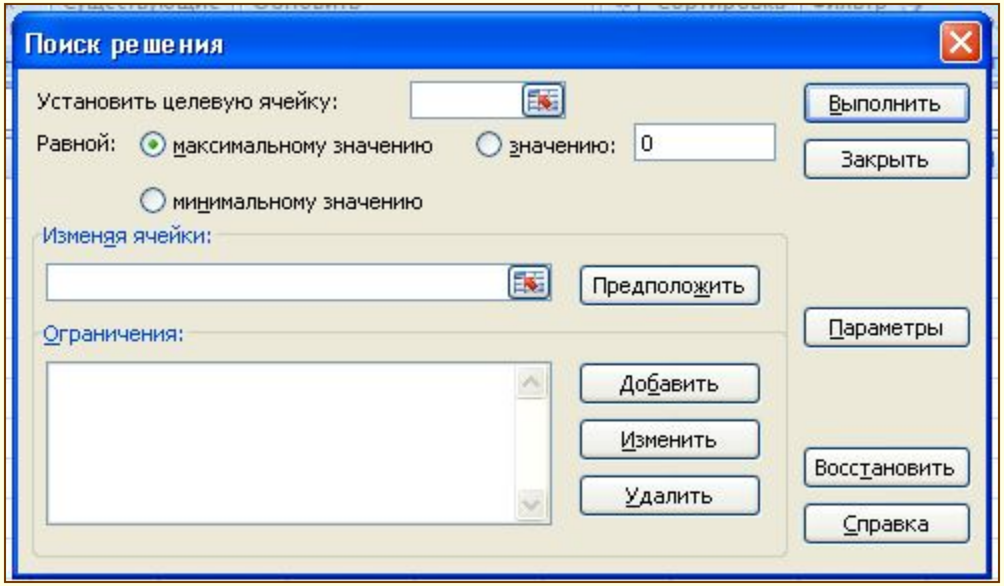


Установка Поиска решения

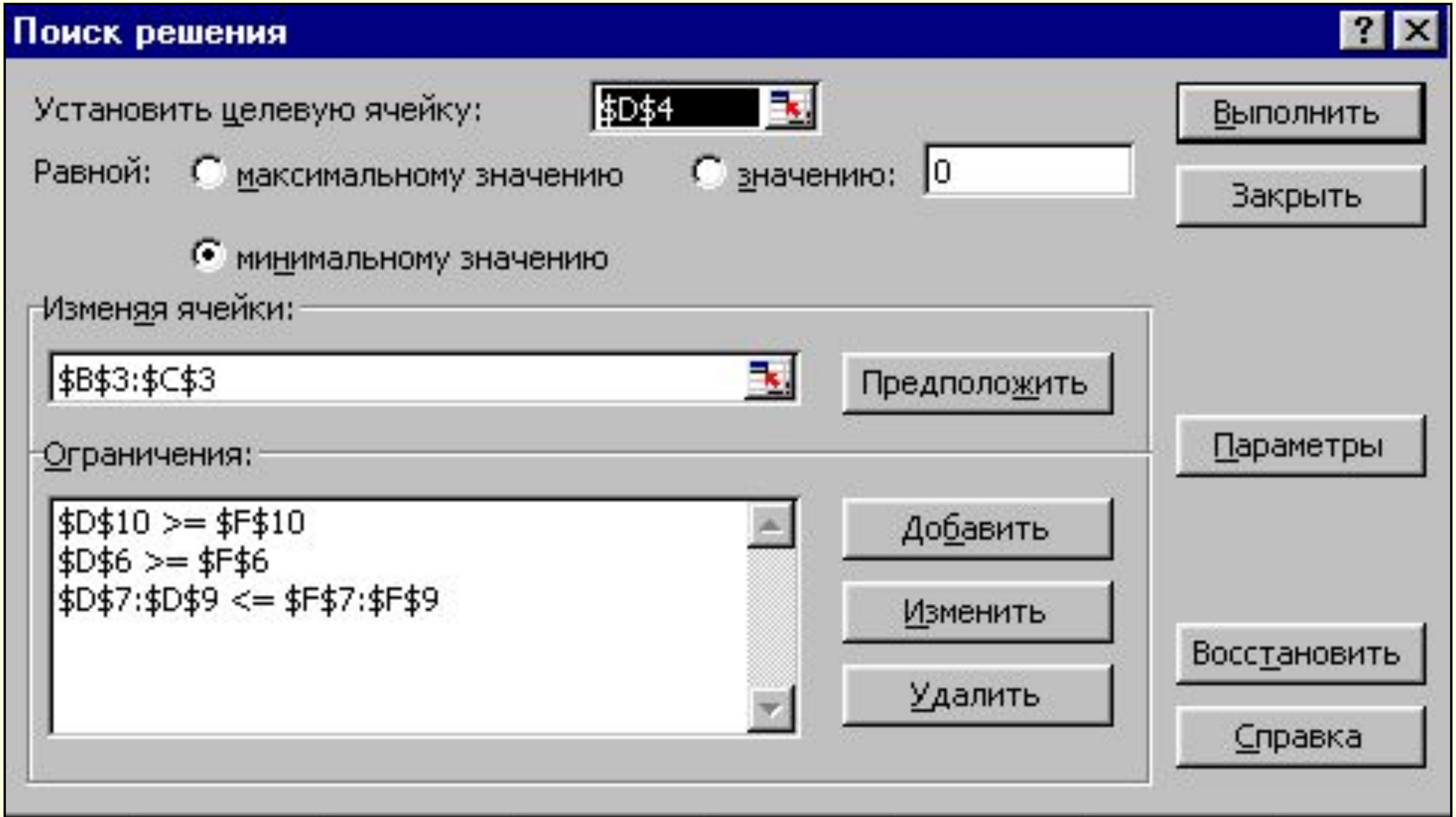





Данные
Рецензирование
Вид
Надстройки
Сортировка
Фильтр
Очистить
Применить повторно
Дополнительно
Сортировка и фильтр
Текст по столбцам
Удалить дубликаты
Проверка данных
Консолидация
Анализ "что-если"
Работа с данными
Группировать
Разгруппировать
Промежуточные итоги
Структура
Поиск решения
Анализ
Поиск решения
Поиск оптимального значения в ячейке путем изменения значений в ячейках, используемых при вычислении значения в этой ячейке.
SOLVER
Для получения дополнительных сведений нажмите клавишу F1.


Поиск решения
Установить целевую ячейку:
Выполнить
Равной:
максимальному значению
значению:
0
Закрыть
минимальному значению
Изменяя ячейки:
Предположить
Ограничения:
Параметры
Добавить
Изменить
Удалить
Восстановить
Справка

Окно Поиска решения



Результат

	A	B	C	D	E	F
1	Задача					
2	переменнь	X1	X2			
3	значения	2	2	Z		
4	коэф.	1	1	4		
5		ограничения		формулы	знак	Объем
6	1-ое	3	1	8	>=	8
7	2-ое	1	-4	-6	<=	19
8	3-е	2	3	10	<=	28
9	4-ое	1	-1	0	<=	4
10	5-ое	1	3	8	>=	8

- В ячейке D4 имеем минимальное значение целевой функции равное 4. Оптимальные значения переменных в ячейках B3 и C3 равны по 2.
- Все ограничения выполняются. В частности, 2-ое ограничение: по его формуле результат равен –6, а его объем равен 19, следовательно, левая часть меньше правой на 25, но именно такой же результат был получен и предыдущим способом.