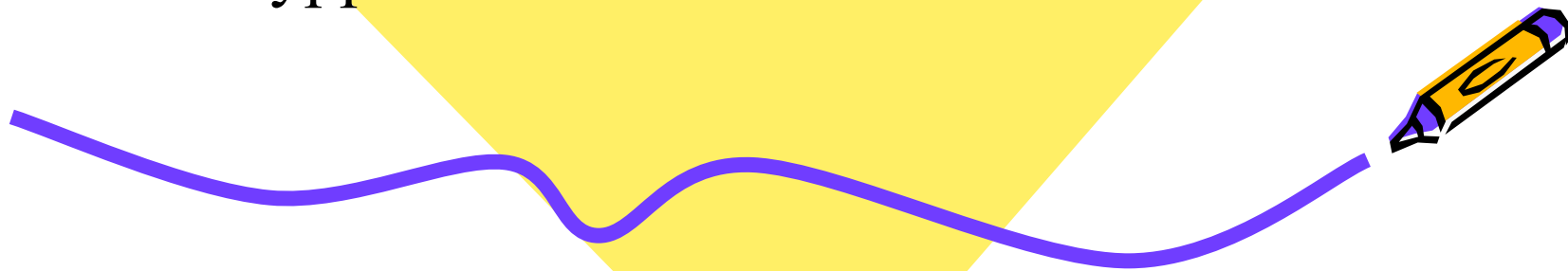




теория управляемых процессов

Рекуррентные соотношения Беллмана

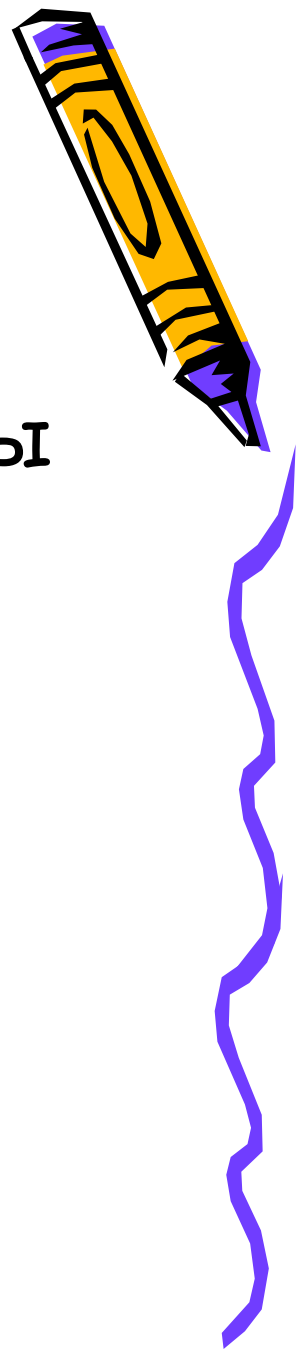


Введение

- Метод динамического программирования – один из наиболее мощных и широко известных математических методов современной теории управления, был предложен в конце 50-х годов американским математиком Р. Беллманом
- Используется для процессов в экологии и управлении качеством с дискретным значениям времени для многошаговых процессов управления, которым могут отвечать дни, месяцы или годы



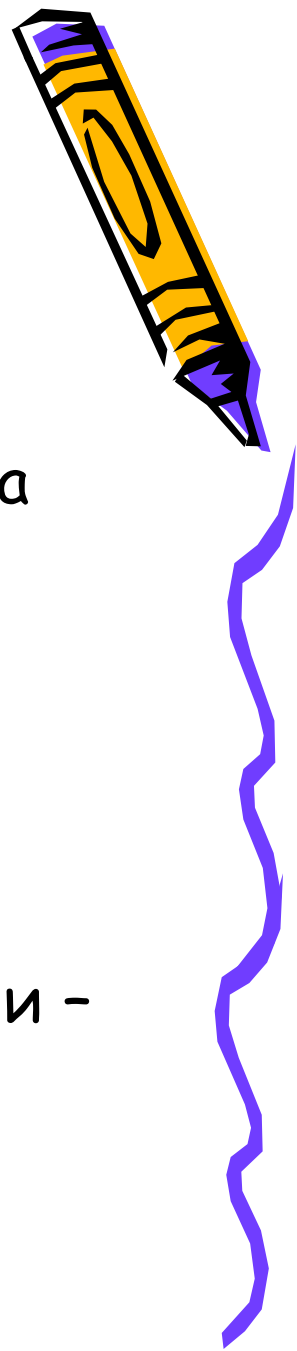
Рассматриваемые вопросы



- Параметры управляемой системы
- Расчет соотношений Беллмана (прямой ход)
- Расчет управляющих коэффициентов (обратный ход)
- Расчет эффективности вектора управления



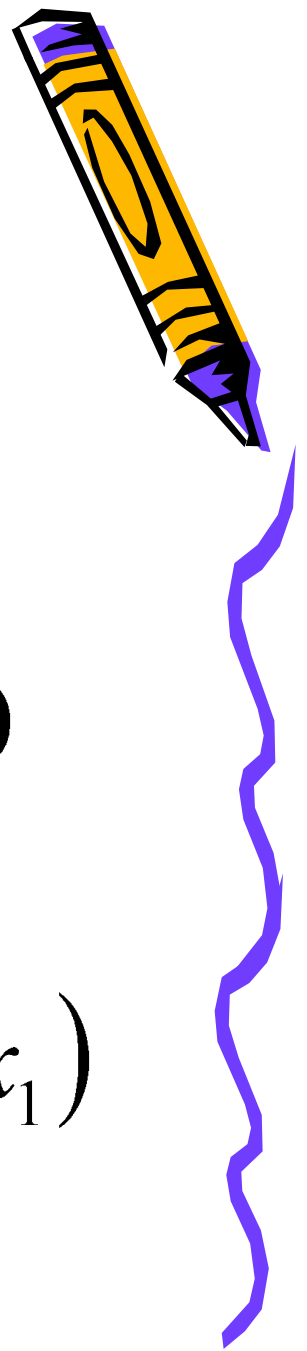
Параметры управляемой системы



- Эффективное управление реконструкцией производства - увеличение объемов выпуска продукции за счет замены устаревшего оборудования более производительным
- Исходные данные
 - Периодов реконструкции - 6
 - Средства на реконструкцию - S
 - Замена оборудования - 600 рублей
 - Дополнительная прибыль - 200 рублей
- Доля средств на продолжение реконструкции - $X_i = ?$, $i = 1, 2, \dots, 6$



Расчет соотношений Беллмана (прямой ход)



- Первый период - расчет
- Новых станков
- Дополнительной прибыли
- Средства на продолжение реконструкции
- Накопление средств

$$n_1 = \frac{S}{600}$$

$$q_1 = n_1 \cdot 200$$

$$f_1 = q_1 \cdot x_1$$

$$w_1 = q_1 \cdot (1 - x_1)$$



Второй период

- Новых станков - n_2
- Дополнительная прибыль - q_2
- Продолжение реконструкции - f_2
- Накопление средств - w_2

$$n_2 = n_1 + \frac{f_1}{600} \Rightarrow n_2 = n_1 + \frac{q_1 \cdot x_1}{600} \Rightarrow n_1 + \frac{n_1 \cdot 200 \cdot x_1}{600} \Rightarrow n_1 + \frac{1}{3} \cdot x_1 \cdot n_1$$

$$n_2 = n_1 + \frac{1}{3} \cdot x_1 \cdot n_1$$

$$q_2 = n_2 \cdot 200$$

$$f_2 = q_2 \cdot x_2$$

$$w_2 = q_2 \cdot (1 - x_2) \Rightarrow n_2 \cdot 200 \cdot (1 - x_2)$$




Третий период



- Новых станков - n_3
- Накопление средств - w_3

$$n_3 = n_2 + \frac{1}{3} \cdot x_2 \cdot n_2$$


$$w_3 = n_3 \cdot 200 \cdot (1 - x_3)$$



Остальные периоды (соотношения Беллмана)



- Новых станков - n_i
- Накопление средств - w_i

$$n_i = n_{i-1} + \frac{1}{3} \cdot x_{i-1} \cdot n_{i-1}$$

$$w_i = n_i \cdot 200 \cdot (1 - x_i)$$



Расчет коэффициентов (обратный ход)



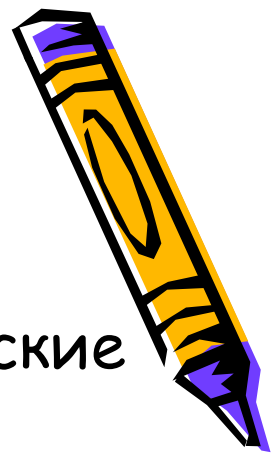
- Шестой период - расчет
- Накопление средств
- Значение управляющего коэффициента x_6
 - $x_6=0$ - только накопление

$$w_6 = n_6 \cdot 200 \cdot (1 - x_6) \Rightarrow 200 \cdot n_6 \quad \overline{\square} \quad \underbrace{200 \cdot n_6 \cdot x_6}_{0 \Rightarrow x_6=0}$$

$$w_6 = 200 \cdot n_6$$
$$x_6 = 0$$



Пятый период



- Накопление средств
- Раскрываем скобки и проводим алгебраические преобразования
- Значение управляющего коэффициента x_5
 - $x_5=0$ - только накопление

$$w_5 = n_5 \cdot 200 \cdot (1 - x_5) + 200 \cdot \left(n_5 + \frac{1}{3} \cdot x_5 \cdot n_5 \right)$$

$$w_5 = n_5 \cdot 200 \cdot (1 - x_5) + 200 \cdot \left(n_5 + \frac{1}{3} \cdot x_5 \cdot n_5 \right)$$

$$w_5 = n_5 \cdot 200 - n_5 \cdot 200 \cdot x_5 + 200 \cdot n_5 + \frac{200}{3} \cdot x_5 \cdot n_5$$

$$w_5 = 400 \cdot n_5 - \frac{400}{3} \cdot x_5 \cdot n_5 \Rightarrow w_5 = 400 \cdot n_5$$

$0 \Rightarrow x_5 = 0$



Четвертый период



- Накопление средств
- Раскрываем скобки и проводим алгебраические преобразования
- Значение управляющего коэффициента x_4
 - $x_4=0$ - только накопление

$$w_4 = n_4 \cdot 200 - n_4 \cdot 200 \cdot x_4 + 400 \cdot n_4 + \frac{400}{3} \cdot x_4 \cdot n_4$$

$$w_4 = 600 \cdot n_4 - \frac{200}{3} \cdot x_4 \cdot n_4 \Rightarrow w_4 = 600 \cdot n_4$$



$$0 \Rightarrow x_4 = 0$$



Третий период



- Накопление средств
- Раскрываем скобки и проводим алгебраические преобразования
- Значение управляющего коэффициента x_3
 - $0 \leq x_3 \leq 1$ - любой допустимый вариант

$$w_3 = n_3 \cdot 200 - n_3 \cdot 200 \cdot x_3 + 600 \cdot n_3 + \frac{600}{3} \cdot x_3 \cdot n_3$$

$$w_3 = 800 \cdot n_3$$



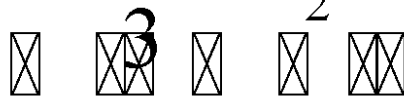
Второй период



- Накопление средств
- Раскрываем скобки и проводим алгебраические преобразования
- Значение управляющего коэффициента x_2
 - x_2 - только реконструкция

$$w_2 = n_2 \cdot 200 - n_2 \cdot 200 \cdot x_2 + 800 \cdot n_2 + \frac{800}{3} \cdot x_2 \cdot n_2$$

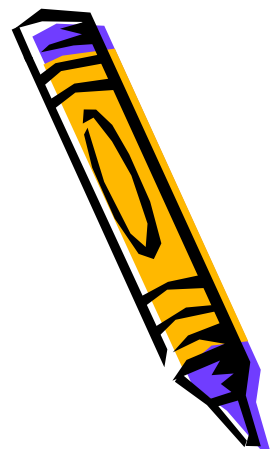
$$w_2 = 1000 \cdot n_2 + \frac{200}{3} \cdot x_2 \cdot n_2 \Rightarrow w_2 = \frac{3200}{3} \cdot n_2$$



$$x_2 = 1$$



Первый период



- Накопление средств
- Раскрываем скобки и проводим алгебраические преобразования
- Значение управляющего коэффициента x_1
 - x_1 - только реконструкция

$$w_1 = n_1 \cdot 200 - n_1 \cdot 200 \cdot x_1 + \frac{3200}{3} \cdot n_1 + \frac{3}{3} \cdot x_1 \cdot n_1$$

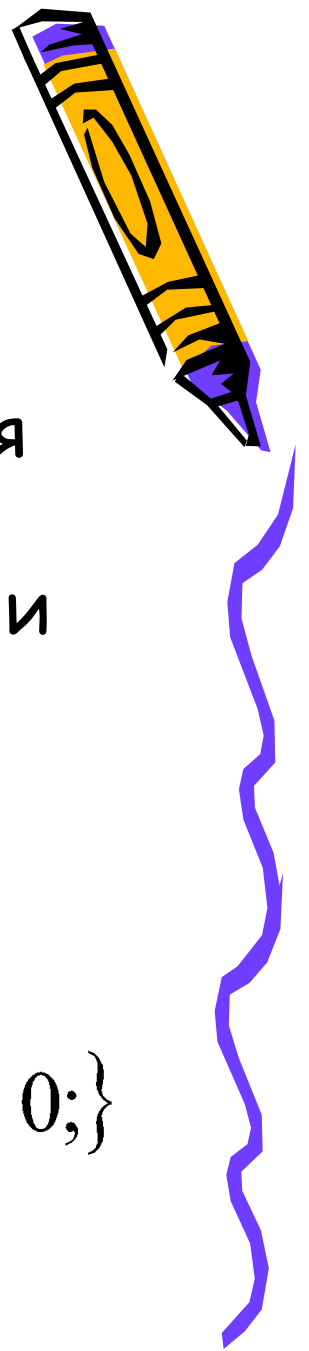
$$w_1 = \frac{3800}{3} \cdot n_1 + \frac{1400}{9} \cdot x_1 \cdot n_1 \Rightarrow w_1 = \frac{12800}{9} \cdot n_1$$

$$\begin{array}{ccccccc} \boxtimes & \boxtimes \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes \\ & \text{9} & & & \end{array}$$

$$x_1 = 1$$



Расчет эффективности вектора управления



- Определяем эффективность вложения средств
- Определяем периоды реконструкции и накопления

$$w_1 = \frac{12800}{9} \cdot \underbrace{A_1}_{S/600} \Rightarrow w_1 = \frac{64}{27} \cdot S$$

$$\{x_1 = 1; x_2 = 1; x_3 = 0,5; x_4 = 0; x_5 = 0; x_6 = 0;\}$$



Варианты заданий



Вариант	1	Вариант	2	Вариант	3	Вариант	4
Замена оборудования	25	Замена оборудования	36	Замена оборудования	27	Замена оборудования	32
Дополнительная прибыль	49	Дополнительная прибыль	53	Дополнительная прибыль	41	Дополнительная прибыль	53
Вариант	5	Вариант	6	Вариант	7	Вариант	8
Замена оборудования	36	Замена оборудования	37	Замена оборудования	23	Замена оборудования	33
Дополнительная прибыль	51	Дополнительная прибыль	51	Дополнительная прибыль	43	Дополнительная прибыль	47
Вариант	9	Вариант	10	Вариант	11	Вариант	12
Замена оборудования	23	Замена оборудования	35	Замена оборудования	29	Замена оборудования	23
Дополнительная прибыль	43	Дополнительная прибыль	49	Дополнительная прибыль	44	Дополнительная прибыль	47

