

Корень n -ной степени



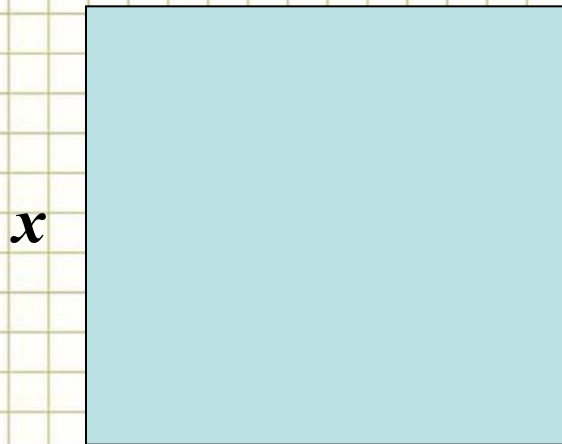
Повторение

**Квадратный корень.
Арифметический
квадратный корень.**



Решите задачу

Площадь квадрата равна 144 см^2 . Чему равна длина стороны этого квадрата?



$$x^2 = 144$$

$$x_1 = 12; x_2 = -12$$

Квадратные корни

12 см – длина стороны квадрата

Арифметический квадратный корень



Арифметический квадратный корень числа 144

$$\sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{a} = b \quad \text{если} \quad b^2 = a$$
$$b \geq 0$$

Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число b , квадрат которого равен a .

При $a < 0$ выражение \sqrt{a} не имеет смысла

$\sqrt{-25}$ - не имеет смысла



$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{625} = 25$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{441} = 21$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$\sqrt{-81} \text{ Не имеет}$$

$$\text{смысла}$$

$$\sqrt{784} = 28$$



$$\left(\sqrt{4}\right)^2 = 2^2 = 4$$

Основное свойство
арифметического
квадратного корня

$$\left(\sqrt{25}\right)^2 = 5^2 = 25$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

$$\left(\sqrt{64}\right)^2 = 64$$



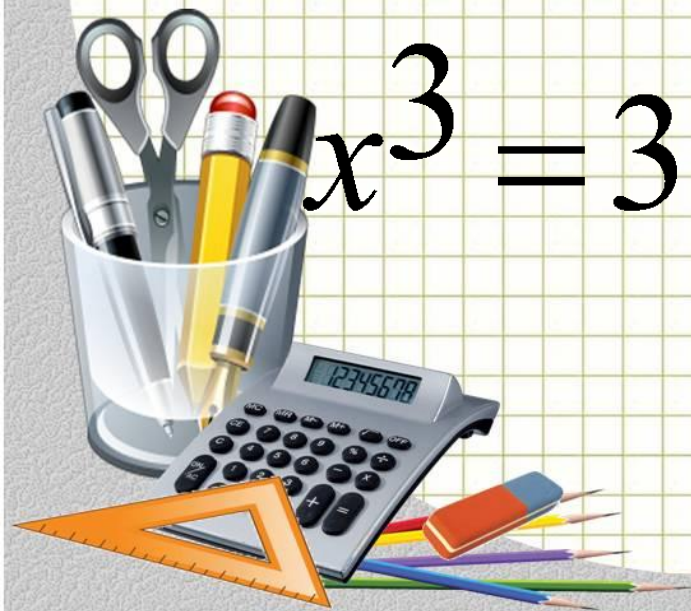
Уравнения

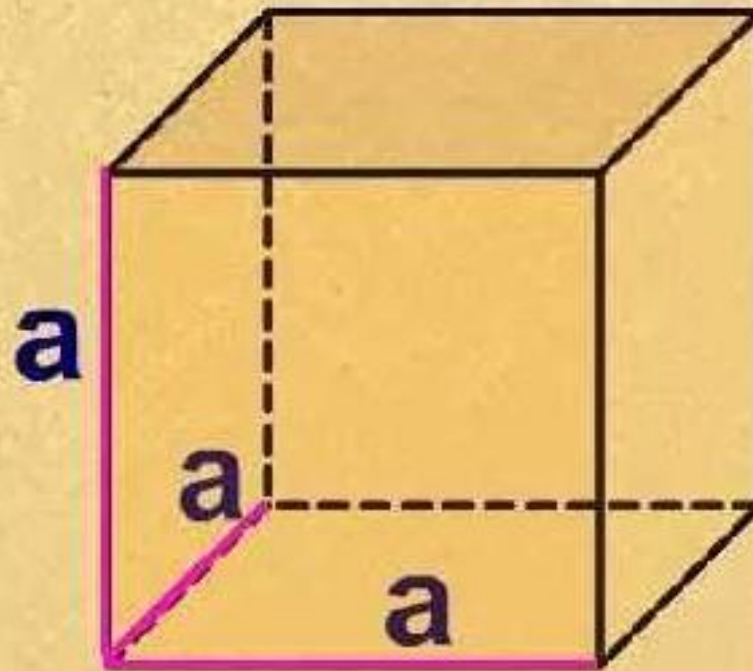
$$x^3 = 27$$

$$x^4 = 16$$

$$x^3 = 3$$

$$x^4 = 7$$





$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$V = a^3$$



ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРНЯ

Корнем n -ой степени из числа a называется такое число, n -ая степень которого равна a .

ОБОЗНАЧАЮТ :

$$\sqrt[n]{a}$$



- знак корня

n

- показатель корня

a

- подкоренное выражение



Замечания:

1. $\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$ (одна и та же зависимость)
2. Операцию нахождения корня из неотрицательного числа называют **извлечением корня**. Она является обратной по отношению к **возведению в соответствующую степень**

Возведение в степень

$$5^2 = 25$$

$$10^3 = 1000$$

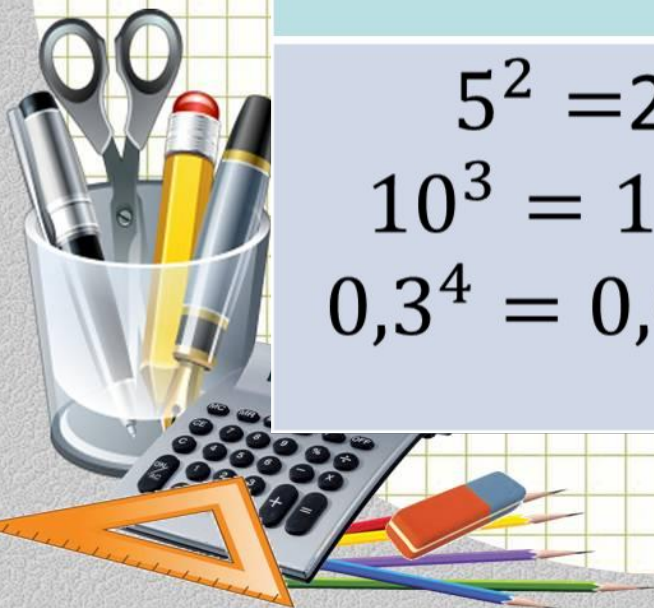
$$0,3^4 = 0,0081$$

Извлечение корня

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt[3]{1000} = 10$$

$$\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$$



Замечание:

Корень четной степени имеет смысл только для неотрицательного подкоренного числа; корень нечетной степени имеет смысл для любого подкоренного числа



Имеет ли смысл выражения

$$\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[4]{-4}$$

$$\sqrt[5]{-6}$$



Свойства корня n-ой степени



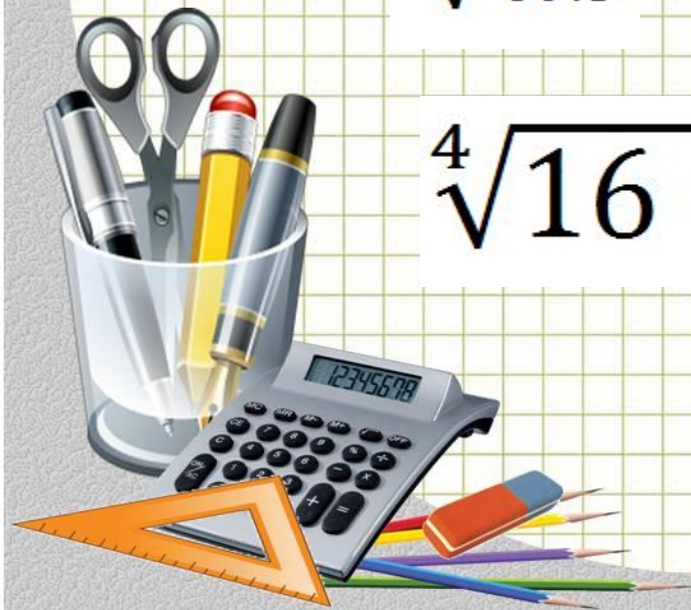
1. Корень n -степени ($n=2,3,4,5, \dots$) из произведения двух неотрицательных чисел равен...

произведению корней n -степени из этих чисел:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[4]{16 * 81} = \sqrt[4]{16} \sqrt[4]{81}$$

$$= 2 \cdot 3 = 6$$



2. Если $a \geq 0$, $b > 0$ и $n=2,3,4,5,\dots$ то справедливо равенство

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

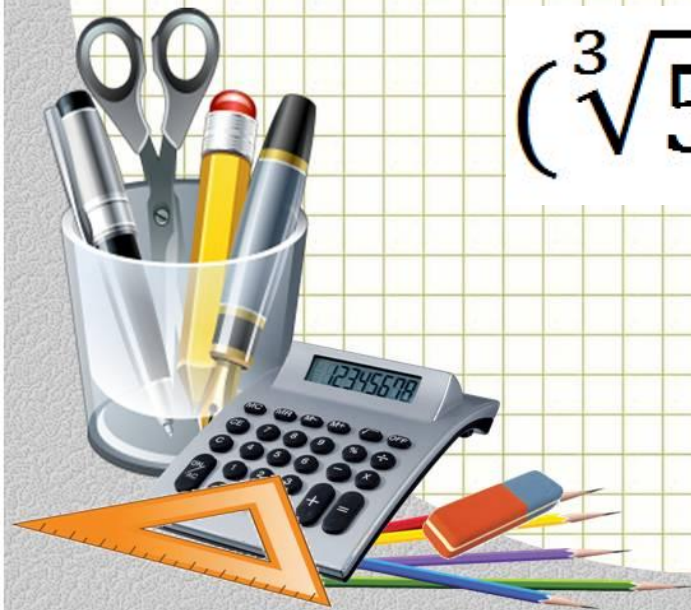
$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$



3. Если $a \geq 0$, $n=2,3,4,5,\dots$ и k любое натуральное число, то справедливо равенство

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

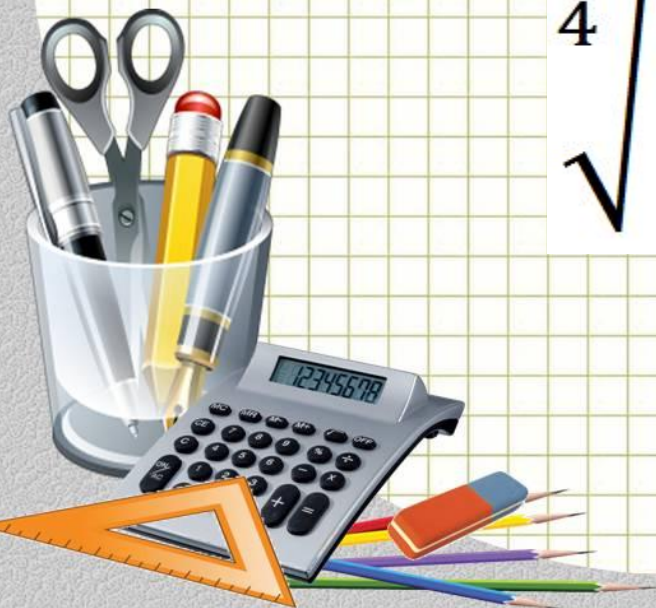
$$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$$



4. Если $a \geq 0$, n и k - натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[12]{6}$$

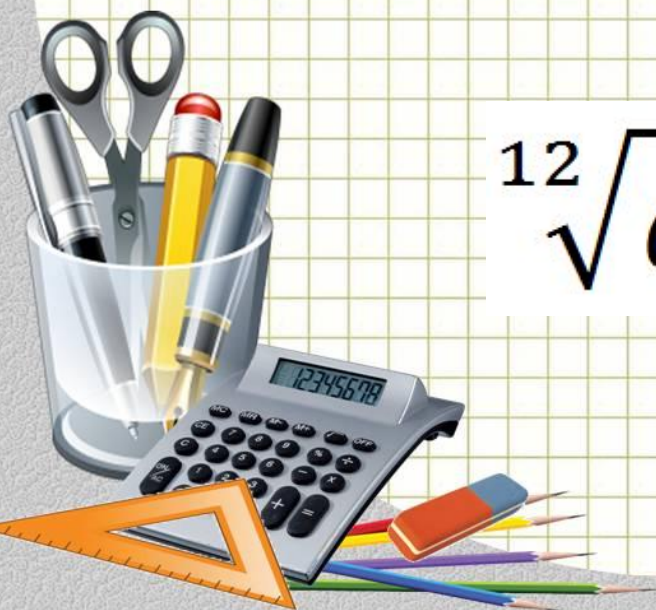


5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то...

значение корня не изменится

$$\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt{12} a^8 = \sqrt[3]{a^2}$$



Найдите значение числового выражения

1) $\sqrt[4]{0,0081 * 625} = 1,5$

2) $\sqrt[4]{4} \sqrt[4]{4} = 2$

3) $\frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}} = 2$



4)

$$\sqrt[6]{\frac{729}{64}} = \frac{3}{2}$$

5)

$$\sqrt[4]{\frac{0,0625}{256}} = \frac{1}{8}$$

6)

$$\frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt[5]{192}} = \frac{1}{2}$$



сравните

1) $\sqrt[3]{2} > \sqrt[6]{3}$

2) $\sqrt[4]{5} < \sqrt[3]{4}$

3) $\sqrt[3]{7} > \sqrt[6]{48}$



Задания открытого банка

задач

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$$

Решение

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\frac{10 \cdot 16}{5}} = \sqrt[5]{32} = 2.$$

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$$

Решение

$$\frac{\sqrt[18]{7^2} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[18]{7^3}} = \sqrt[18]{\frac{7^2 \cdot 7}{7^3}} = \sqrt[18]{\frac{7^3}{7^3}} = \sqrt[18]{1} = 1.$$



Задания открытого банка задач

Найдите значение выражения

$$\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$$

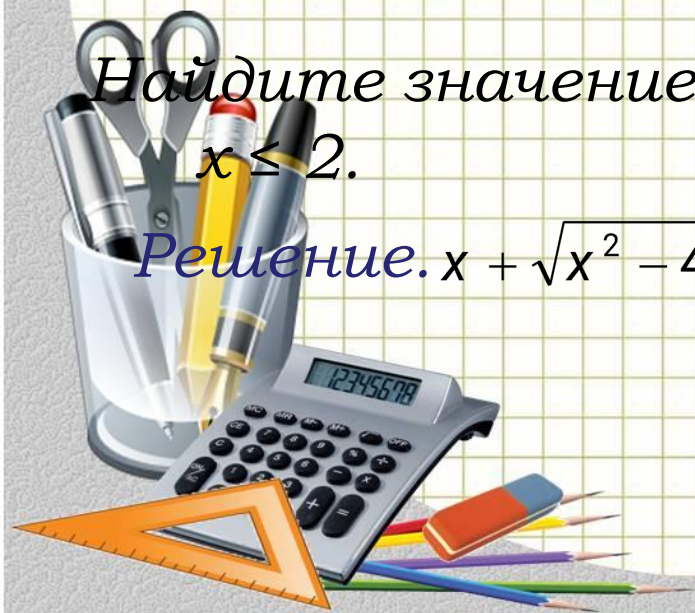
Решение.

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} &= \frac{\sqrt{13}^2 + 2\sqrt{13}\sqrt{7} + \sqrt{7}^2}{10 + \sqrt{91}} = \frac{13 + 2\sqrt{91} + 7}{10 + \sqrt{91}} = \\ &= \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = \frac{2(10 + \sqrt{91})}{10 + \sqrt{91}} = 2. \end{aligned}$$

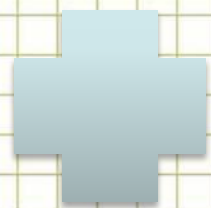
Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.

Решение. $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = x + \sqrt{(x - 2)^2} = x + |x - 2| = x - x + 2 = 2,$

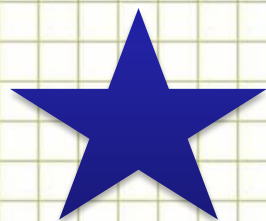
Т.к. при $x \leq 2$ $|x - 2| = -x + 2$.



? – мне есть над чем работать



– всё понял (а)



– Ура! Всё супер



Свойства арифметического корня

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt{mn}{a}$$

$$\sqrt{2k}{a^{2k}} = |a|,$$

$$\sqrt{mk}{a^{nk}} = \sqrt{m}{a^n}$$

где $a \geq 0, b \geq 0, m \geq 2, n \geq 2, m, n, k \in \mathbb{N}$



**«Вы - талантливые дети!
Когда –нибудь вы сами приятно
поразитесь, какие вы умные, как
много вы сумеете, если будете
постоянно работать над собой...»**

Жан-Жак Руссо

