Протокол Диффи — Хеллмана

Подготовил: Жембловский Алексей

4 курс 9 группа

Протокол

Функция:

Формирование общего секретного ключа при аутентифицируемом канале

Параметры:

G - циклическая группа

g – образующий группы, $G = < g >$

q – порядок группы, $|G| = q$:

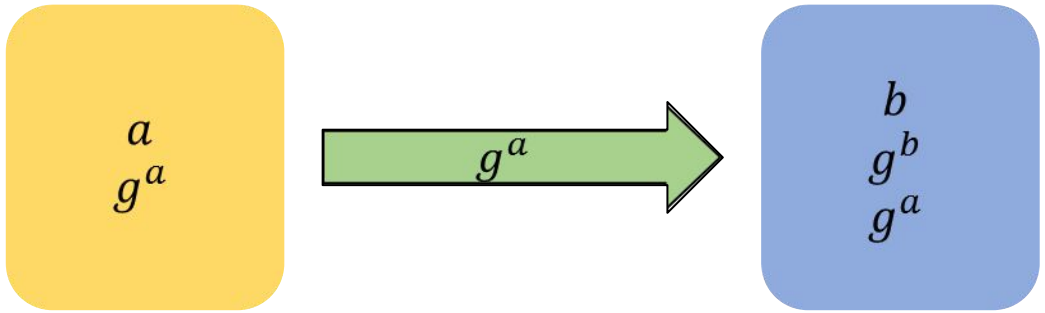
$G = \{g^0 = e,\ g^1,\ \dots,\ g^{q-1}\}$,

$g^q = g^0 = e, g^{q+1} = g^1, \dots$

Протокол

- *Стороны*: A (Алиса), B (Боб), V – злоумышленник Виктор
- *Шаги*:

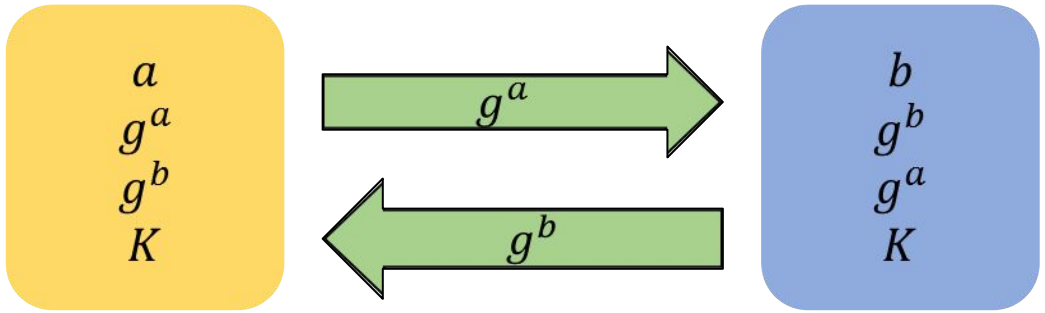
1. A: $a \xleftarrow{R} \{1, 2, \ldots, q-1\}$, g^a (a- секретный ключ A, g^a – открытый ключ A)
2. B: $b \xleftarrow{R} \{1, 2, \ldots, q-1\}$, g^b (b - секретный ключ B, g^b – открытый ключ B)
3. $A \xrightarrow{\text{АКС}} B$: g^a.



Протокол

4. $A \overset{\text{АКС}}{\longleftarrow} B{:}g^b$.
5. $A{:}\ K \leftarrow \left(g^b\right)^a$.
6. $B{:}\ K \leftarrow (g^a)^b$.

- *Корректность*: $K = \left(g^b\right)^a = (g^a)^b = g^{ab}$.



Противник

Знает:

- Описание G, g
- g^a, g^b

Должен узнать:

- K

$(g, g^a, g^b) \rightarrow g^{ab}$ - вычислительная задача Диффи-Хеллмана

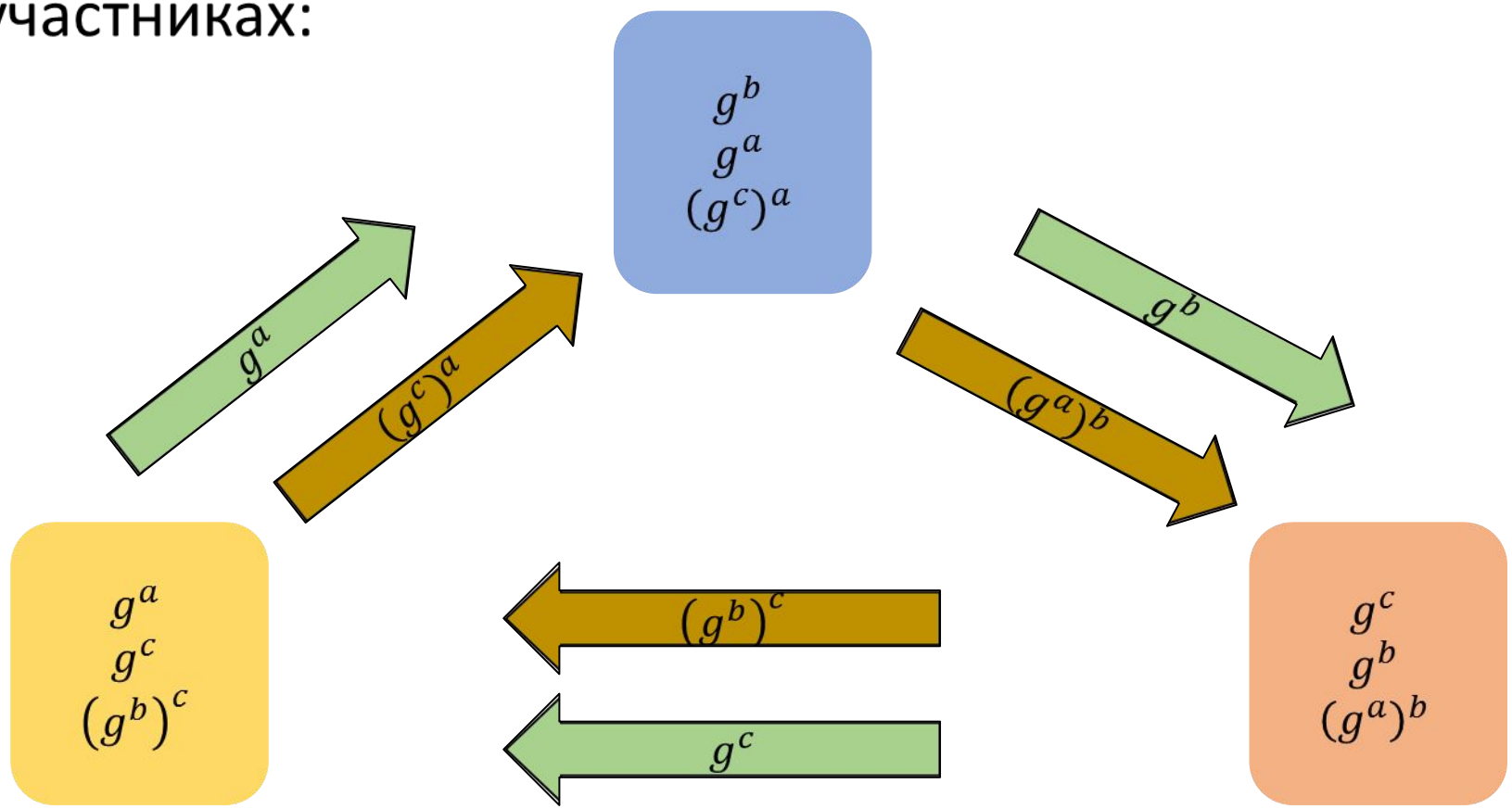
Сложность

Участники	задача	Сложность*
A, B		
V	вычислительная задача Диффи-Хеллмана	

* - При криптографическиправильном выборе G

Масштабируемость

При трёх участниках:



К = g^{abc}

Атака «противник посередине»

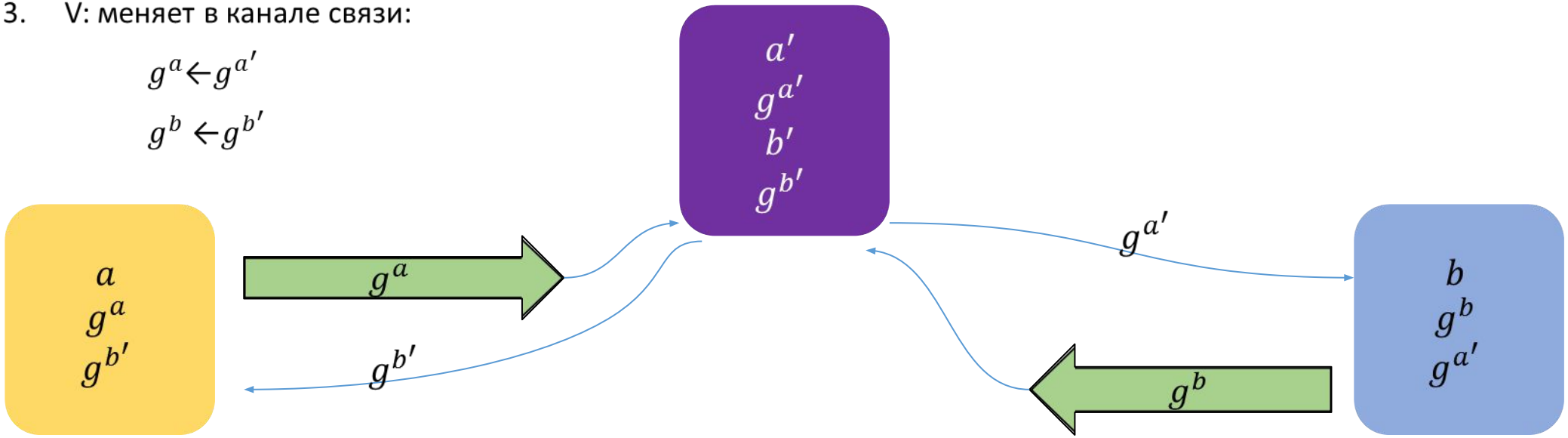
Можно ли вместо АКС использовать **ОКС**? Нет.

Атака :

1. V: $a' \overset{R}{\leftarrow} \{1, 2, \ldots, q - 1\}$, $g^{a'}$
2. V: $b' \overset{R}{\leftarrow} \{1, 2, \ldots, q - 1\}$, $g^{b'}$
3. V: меняет в канале связи:

$g^a \leftarrow g^{a'}$

$g^b \leftarrow g^{b'}$



Атака «противник посередине»

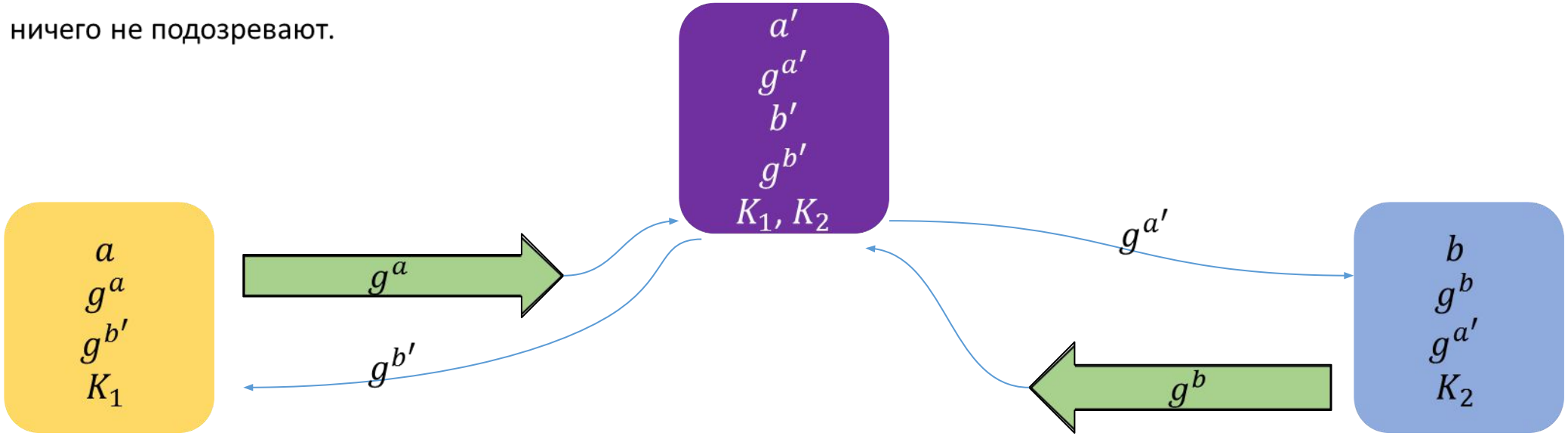
4. A: $K_1 \leftarrow \left(g^{b'}\right)^a$

5. B: $K_2 \leftarrow \left(g^{a'}\right)^b$.

6. V: получает $K_1 = \left(g^{b'}\right)^a$, $K_2 = \left(g^{a'}\right)^b$

A и B обмениваются сообщениями,

ничего не подозревают.



Пример реализации атаки

(система *CAPTCHA*)

Стороны: A (Сайт), B (Пользователь), V (Сайт злоумышленник).

Шаги:

1. A: $I_A \leftarrow T_A$ (I_A – изображение текста, T_A – ключевой текст)
2. V: $I_B \leftarrow I_A$
3. V ← B: $T_A \leftarrow I_B$
4. V → A: T_A

Реализация протокола

$F_p = \{0, 1, \dots, p-1\} \, mod \, p$ – простое поле

F_p^* - мультипликативная группа $< F_p \setminus \{0\}, \ * >$

Теорема. F_p^* - циклическая группа

Алгоритм построения примитивного элемента

Вход: p – простое, $\mathrm{p} - 1 = \prod_{i=1}^{k} p_i^{l_i}$

Выход: $\propto$ – примитивный элемент F_p^*

Шаги:

1. $\propto \overset{R}{\leftarrow} F_p^*$
2. *Для* $i = 1, \ldots, k$:
    1. *Если* $\propto^{\frac{p-1}{p_i}} \equiv 1 \; mod \; p$, *то шаг 1.*
3. *Возвращаем* $\propto$

Алгоритм генерации G $\subseteq F_p^*$

Вход: p – простое, $\propto -$ примитивный элемент F_p^*, $q \mid (p-1)$

Выход: $g \in F_p^*, ord(g) = q, G =< g >$

Шаги:

1. $g \leftarrow \propto^{\frac{p-1}{q}} mod\ p$
2. *Возвращаем* g

Алгоритм генерации группы простого порядка

Вход: p – простое, q – простое, $q \mid (p-1)$

Выход: $g \in F_p^*, ord(g) = q, G =< g >$

Шаги:

1. $\propto \overset{R}{\leftarrow} F_p^*$
2. $g \leftarrow \propto^{\frac{p-1}{q}} \ mod\ p$
3. *Если* $g = 1$, *то возвращаемся к шагу 1.*
4. *Возвращаем* g

Спасибо за просмотр