

# ЭП в веществе

До сих пор: ЭП только от зарядов в вакууме.

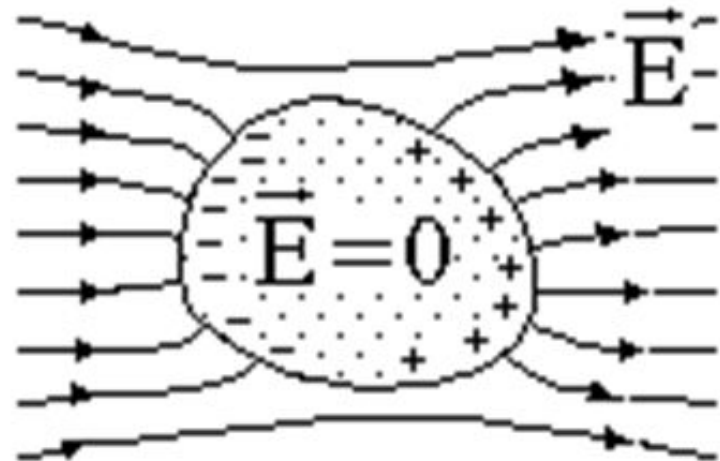
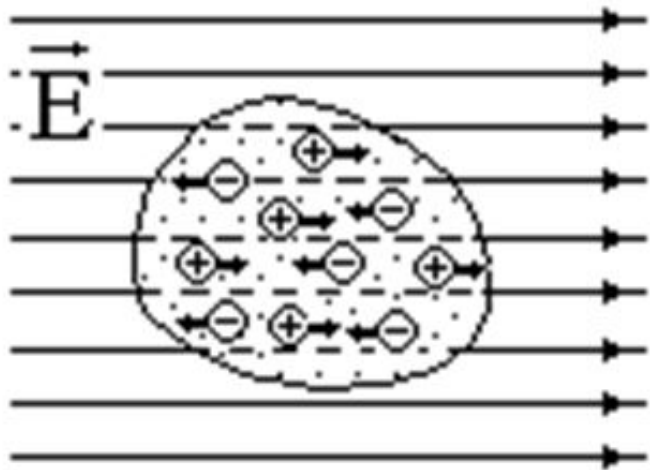
В присутствии вещества возможны 2 подхода:

- учитывать все заряды  $\Rightarrow$  нужно знать положения всех ядер и электронов;
- влияние вещества описывается в общем, с помощью *феноменологических параметров*, напр., в сплошном диэлектрике:  $E = q/(4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2)$  – в знаменателе безразмерный множитель  $\epsilon$ , кот. показывает во сколько раз ЭП в диэлектрике слабее, чем в вакууме.

С т. з. поведения в ЭП поле вещества удобно разделять на проводники и диэлектрики.

# Проводники во внешнем ЭП

Проводники  $\Rightarrow$  имеются свободные (подвижные) заряды, кот. могут перемещаться по объему проводника.

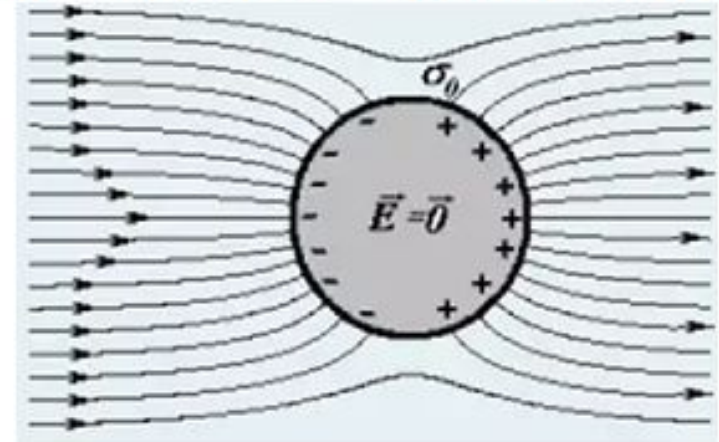


В ЭП, созданном внешними зарядами, свободные заряды начинают перемещаться так, чтобы скомпенсировать своим ЭП внешнее поле.

В результате:

## Проводники во внешнем ЭП (2)

1. внутри проводника  $E = 0$ , иначе получается вечный двигатель первого рода;
2. плотность заряда  $\rho = 0$  внутри проводника, т.к.  
 $\rho = \epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = \epsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{0} = 0$
3. индуцированные заряды находятся только на внешних поверхностях проводника;
4. т.к.  $E = 0$  внутри проводника, то весь проводник имеет **один потенциал**;
5. т.к. поверхность проводника эквипотенциальна, то  $\vec{E}$  снаружи от проводника направлен по нормали к поверхности, а  $E = \sigma/\epsilon_0$



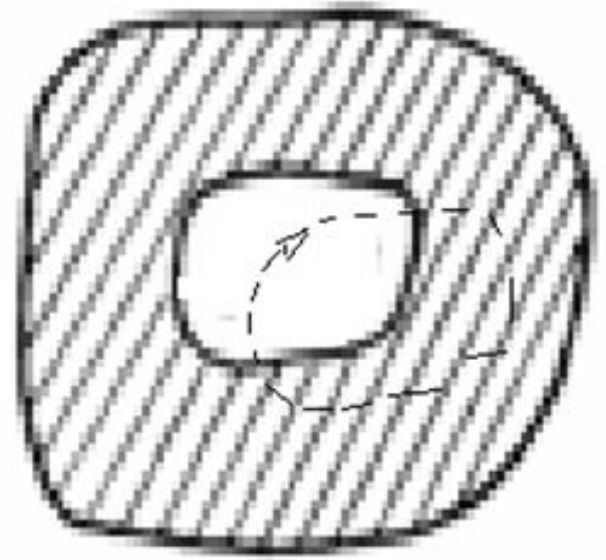
## Проводники во внешнем ЭП (3)

6.  $E = 0$  внутри полостей проводника

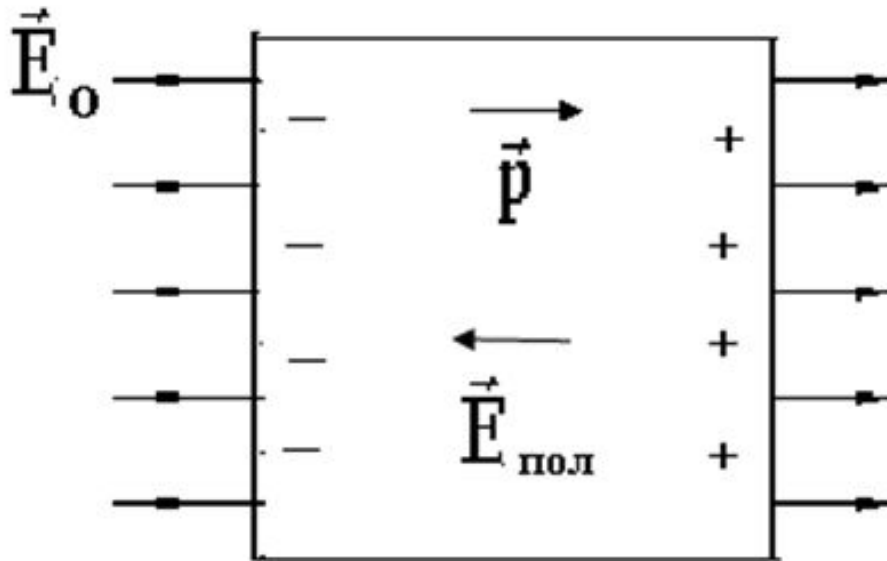
От противного: ЭП в полости ненулевое  $\Rightarrow$  можно выбрать одну из ЭСЛ и сделать ее частью контура для вычисления  $\text{Cir} \vec{E} \Rightarrow$  замыкающая часть контура внутри тела проводника.

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0 = \int (\text{по полости}) + \int (\text{по проводнику}) = \int (\text{по полости})$$

$\int (\text{по полости})$  может быть  $= 0$ , только если  $(\vec{E}, d\vec{l}) \equiv 0$ , а т.к.  $\cos \alpha \equiv 1$ , то  $E \equiv 0$



# Диэлектрики во внешнем ЭП



Диэлектрики  $\Rightarrow$  свободных (= подвижных) зарядов нет, но есть *связанные* в атомах. Каждый объем нейтрален, но в нем «+» связанные заряды могут смещаться отн. «-».

Это явление наз. *поляризацией диэлектрика*.

ЭП внешних зарядов  $\mathbf{E}_0 \Rightarrow$  «-» заряды «выступают» на одной стороне объема диэлектрика, а «+» – на другой. Смещенные связанные заряды образуют *индуцированный дипольный момент*  $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{E}_0$ .

# Вектор поляризации и ЭП поляризационных зарядов

Индукцированный момент  $\vec{p} \sim$  объему, это характеристика куска диэлектрика.

$\vec{P} = \vec{p} / \Delta V$  – наз. *вектором поляризации*, он равен ДМ единицы объема, это характеристика состояния вещества.

$p = \sigma_{\text{пол}} S l = \sigma_{\text{пол}} \Delta V \Rightarrow P = \sigma_{\text{пол}} \Rightarrow [P] = [\sigma] = \text{Кл/м}^2$   
 $\sigma_{\text{пол}}$  – плотность поляризационных (связанных) зарядов на границах образца.

Эти заряды создают свое поле поляризационных зарядов  $E_{\text{пол}}$ , направленное против внешнего поля.

$$E_{\text{пол}} = \sigma_{\text{пол}} / \epsilon_0 = P / \epsilon_0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{пол}} \Rightarrow E = E_0 - E_{\text{пол}} = E_0 - P / \epsilon_0 \Rightarrow E < E_0$$

# Вектор электростатической индукции (электрического смещения)

$$\operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div} \vec{E}_0 - \frac{\operatorname{div} \vec{P}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div} \left( \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} \right) = \operatorname{div} \vec{E}_0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$\rho$  – плотность свободных (несвязанных, внешних по отн. к в-ву диэлектрика) зарядов, они определяют поле  $\vec{E}_0$ .

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho$$

Векторная величина  $\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  наз. вектором электростатической индукции, или вектором электрического смещения.

$$[D] = \text{Кл} / \text{м}^2$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

# Теорема Гаусса для вектора смещения

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

Это - теорема Гаусса для вектора смещения в дифференциальной форме.

Она же в интегральной форме имеет вид:

$$\oiint (\vec{D}, d\vec{S}) = Q$$

где  $Q$  – величина свободного заряда внутри замкнутой поверхности  $S$ .



# Векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$

Сравнение  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  в диэлектрике:

$\vec{E}$	$\vec{D}$
$\vec{F} = q \vec{E}$ $div \vec{E} \neq \rho / \epsilon_0$	$q \vec{D} \neq \vec{F}$ $div \vec{D} = \rho$
происходит от любых зарядов	зависит только от свободных зарядов
В / м	Кл / м <sup>2</sup>

Связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  упрощается, если  $\vec{P} \sim \vec{E}$ :

$$\vec{P} = k \epsilon_0 \vec{E}$$

$k$  (каппа) – безразмерная величина, наз. диэлектрической восприимчивостью.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + k \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$\epsilon = 1 + k$  – диэлектрическая проницаемость.

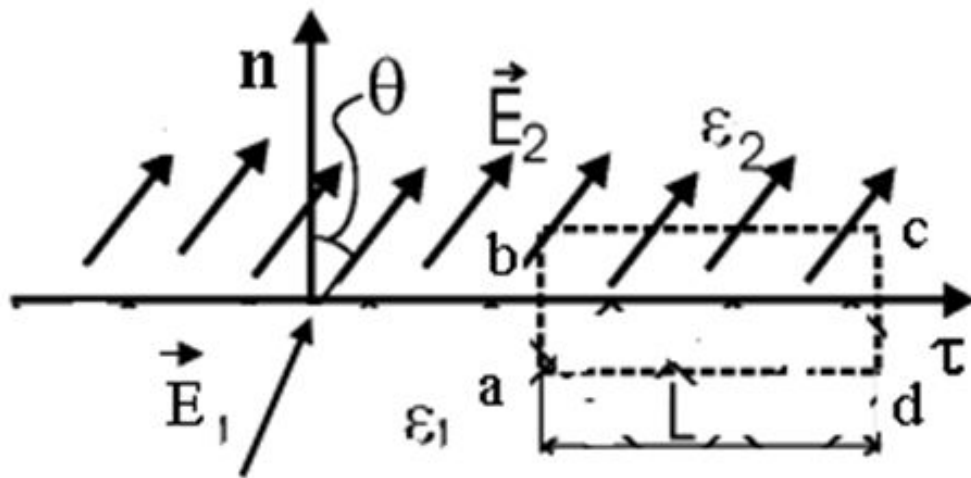
$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

# Векторы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ на границе раздела 2

## спал

Векторы  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$   $\downarrow\uparrow$  при переходе из одной среды в другую: нормальные и тангенциальные компоненты по-разному.

Тангенциальная компонента вектора  $\vec{E}$ :



вычислим  $\text{Cir } \vec{E}$  по  
прямоуг. контуру в  
плоскости,  
содержащей оба  
вектора  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ , и  
охватывающему  
границу раздела.

По т. о циркуляции:

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = \int(\text{по } ab) + \int(\text{по } bc) + \int(\text{по } cd) + \int(\text{по } da) = 0$$

$$\int(\text{по } bc) = E_{\tau 2} L; \quad \int(\text{по } da) = -E_{\tau 1} L;$$

$\int(\text{по } ab)$  и  $\int(\text{по } cd)$  оба  $\sim$  высоте прямоугольника,  
которую устремим к 0.

# Векторы $D$ и $E$ на границе раздела 2 сред (2)

$$\int(\text{по } bc) + \int(\text{по } da) = E_{\tau 2} L - E_{\tau 1} L = 0 \Rightarrow \\ E_{\tau 2} - E_{\tau 1} = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_{\tau 2} = \mathbf{E}_{\tau 1}$$

- тангенциальная компонента вектора  $\vec{E}$  сохраняется при переходе из одной среды в другую.

Для тангенциальных компонент вектора  $\vec{D}$  действует соотношение:

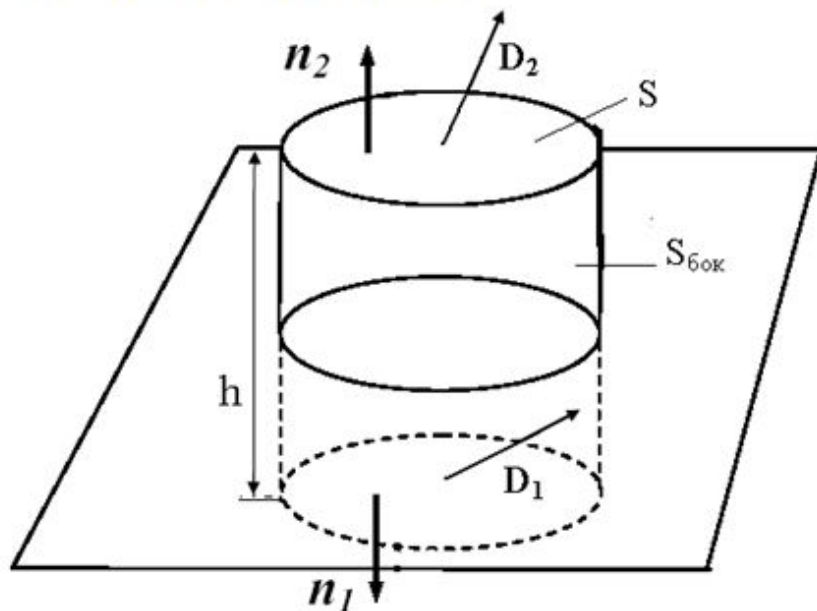
$$D_{\tau 2} / \epsilon_2 = D_{\tau 1} / \epsilon_1$$

# Векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ на границе раздела 2 сред

(3)

Нормальная компонента вектора  $\vec{D}$ :

вычислим поток  $\vec{D}$  через пов-ть цилиндра, пересеченного границей раздела.



$$\oiint (\vec{D}, d\vec{S}) = Q$$

$$D_{n2} S + \iint (\text{по } S_{\text{бок}}) - D_{n1} S = \rho S h + \sigma S$$

$$h \rightarrow 0 \Rightarrow \iint (\text{по } S_{\text{бок}}) \rightarrow 0 \text{ и } \rho S h \rightarrow 0.$$

$$D_{n2} S - D_{n1} S = \sigma S$$

$$D_{n2} - D_{n1} = \sigma$$

$\sigma$  – плотность свободных зарядов на границе раздела.

Если  $\sigma = 0$ , то:  $D_{n2} = D_{n1}$

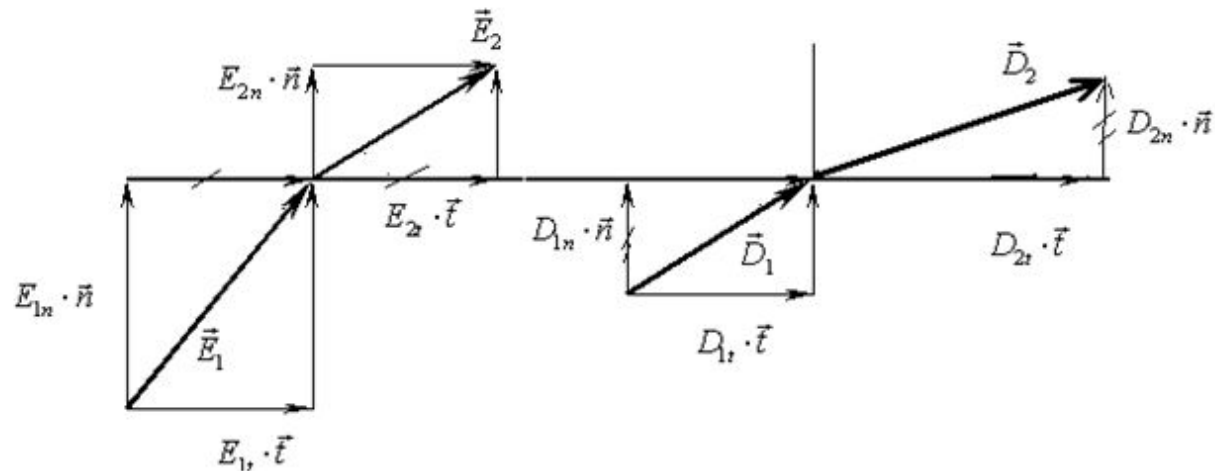
т.е. нормальная проекция вектора  $\vec{D}$  сохраняется.

Для нормальной компоненты вектора  $\vec{E}$  условия следующие:

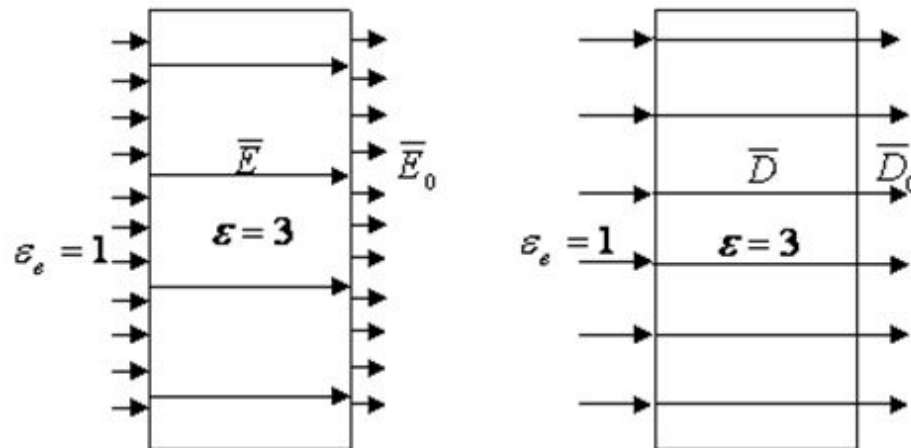
$$\epsilon_2 E_{n2} = \epsilon_1 E_{n1}$$

# Векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ на границе раздела 2 сред

(1)



Сохранение  $\underline{D}_n$  и скачок  $E_n \Rightarrow$  линии вектора  $\vec{D}$  непрерывны, а линии вектора  $\vec{E}$  могут прерываться на границе раздела.



# Механизмы поляризации

- *электронная* (упругая) поляризация — смещение эл. оболочек атомов во внешнем ЭП, время поляризации до  $10^{-15}$  с, не связана с потерями энергии;
- *ионная* — смещение ионов в узлах крист. решетки во внешнем ЭП, время протекания  $10^{-13}$  с, без потерь.
- *дипольная* (ориентационная) — ориентация собственных диполей во внешнем ЭП, потери на преодоление сил связи и внутреннего трения;
- *самопроизвольная* (спонтанная) — возникает в некот. кристаллах (сегнетоэлектриках) благодаря силам химической связи, характеризуется нелинейностью свойств и высокими значениями  $\epsilon$ .

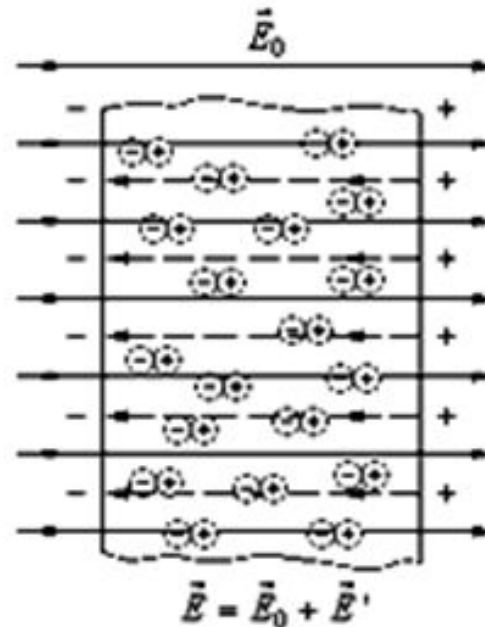
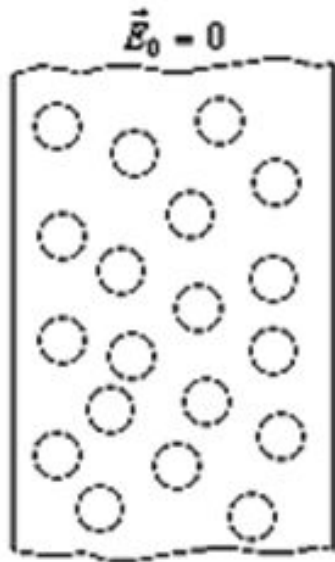
# Неполярные диэлектрики

Неполярные диэлектрики - электронная и ионная

поляризация,  
м.б. в крист-ком,  
жидком и  
газообразном  
сост.

Значения  $\epsilon$  от 1  
до неск. единиц.

При  $E = 0$   
значение  $p = 0$



для каждого атома или молекулы.

$E \neq 0 \Rightarrow$  смещение эл-ных оболочек или ионов  $\Rightarrow$   
индуцированный ДМ.

# Неполярные диэлектрики (2)

Индукцированный ДМ атома:

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E} \text{ (направлен по полю).}$$

$\alpha$  - поляризуемость атома.

Вектор поляризации:  $\mathbf{P} = n\mathbf{p} = n\alpha \mathbf{E}$

Диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость:

$$\kappa = n\alpha/\epsilon_0 \text{ и } \epsilon = 1 + n\alpha/\epsilon_0$$

Значения  $\kappa \lesssim 1 \Rightarrow \alpha \lesssim \epsilon_0/n = 10^{-11} / 10^{22} = 10^{-39} \text{ Ф}\cdot\text{м}^2$

Признаки: 1)  $\kappa \lesssim 1$ ;

2)  $\kappa$  не зависит от температуры;

3)  $\kappa$  не зависит от частоты ЭП до  $10^{15}$  ( $10^{11}$ ) Гц (в скобках для ионной поляризации).



# Полярные диэлектрики

Полярные

диэлектрики

- дипольная

(ориентационная)

поляризация, м.б.

кристаллическими,

жидкими и

газообразными.

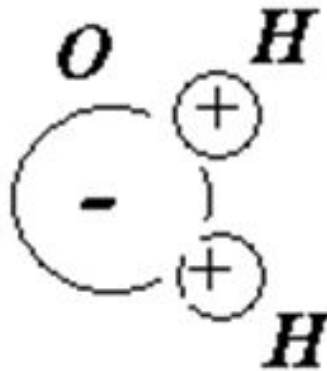
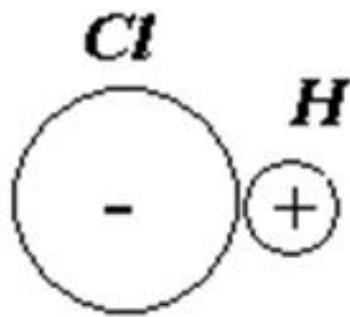
Значения  $\epsilon$  до

неск. десятков (в

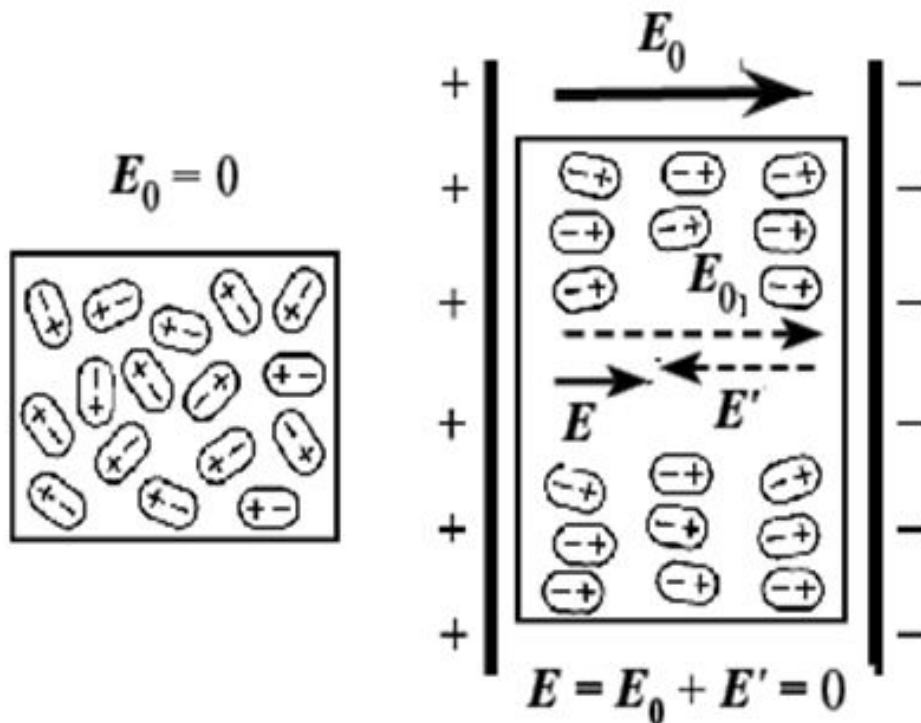
жидкостях и кристаллах при комн. температуре).

Молекулы полярных диэлектриков имеют собственный (не наведенный) ДМ.

ЭП поворачивает диполи  $p_0$  вдоль линий поля, их ДМ складываются и создают поляризацию вещества.



# Полярные диэлектрики (2)



$$\kappa = \frac{np_0^2}{3kT} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = 1 + \frac{np_0^2}{3kT}$$

кТ в знаменателе  $\leftarrow$   
 тепловое движение  
 нарушает ориентацию  
 диполей вдоль ЭП.  
 Признаки:

- 1)  $\kappa > 1$  ( $\varepsilon = 81$  для воды при комнатной температуре);
- 2)  $\varepsilon$  зависит от частоты -  $\downarrow$  с  $\uparrow f$ , т.к. молекулы не успевают развернуться
- 3) зависит от температуры -  $\downarrow$  с  $\uparrow t^\circ$

# Полярные диэлектрики (3)

