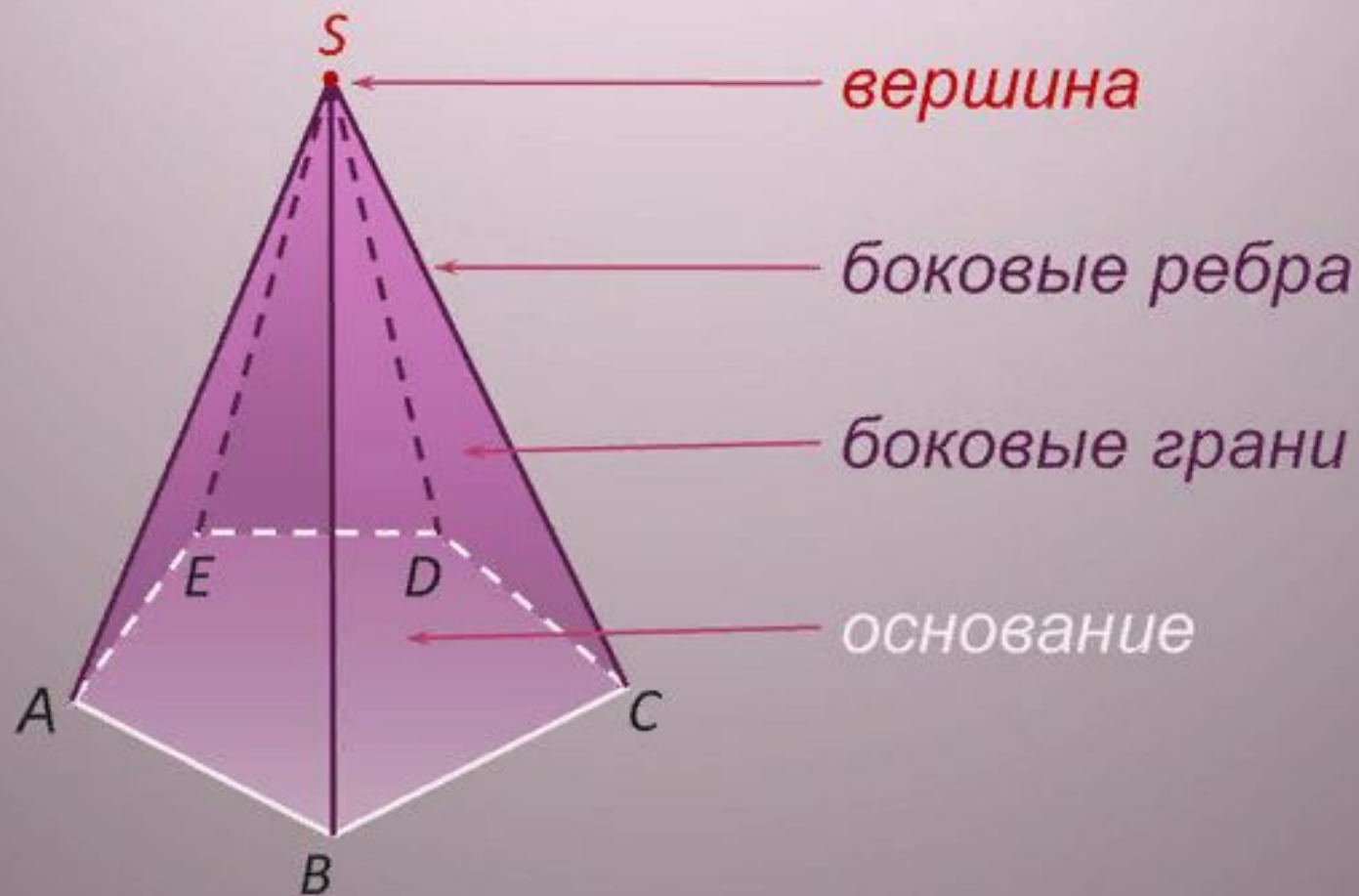


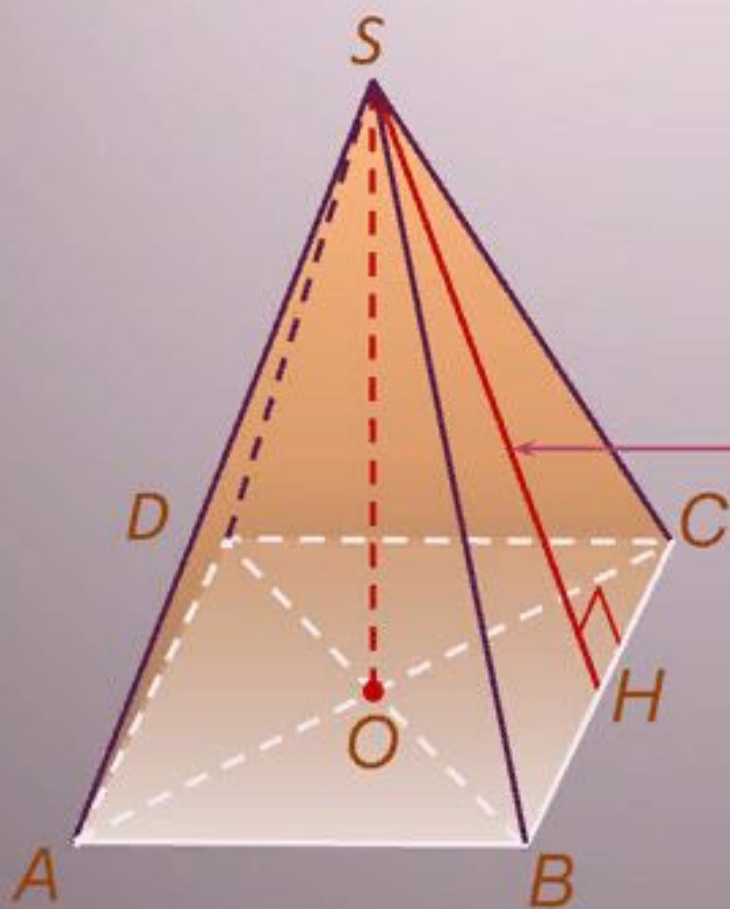
Пирамиды

Сделать конспект и выполнить самостоятельную работу,
скинуть мне в вк.

Пирамида (др. греч. πυραμίς) – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину



Пирамида называется *правильной*, если основанием её является *правильный многоугольник*, а вершина проецируется в *центр основания*.



В правильной пирамиде все боковые грани – *равные равнобедренные треугольники*.

Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды.

Правильная пирамида



Признаки правильной пирамиды

- 1) В основании правильный многоугольник*
- 2) Проекция вершины на плоскость основания совпадает с центром основания*

Правильная пирамида



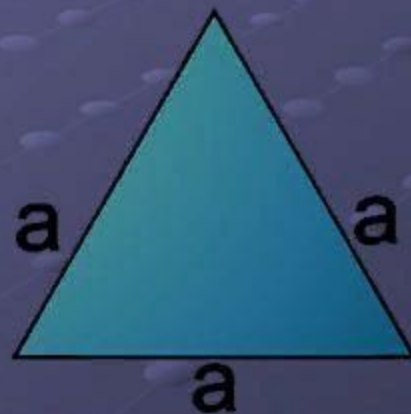
Признаки правильной пирамиды

- 3) Все боковые ребра равны*
- 4) Все боковые грани – равнобедренные треугольники*
- 5) Все апофемы равны*

Апофема – это высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды

Правильная пирамида

треугольная



В основании – правильный
треугольник

Классификация пирамид

Пирамида

/ \

Прямая

Наклонная



Признак прямой пирамиды:

Проекция вершины пирамиды на плоскость основания совпадает с центром основания

Формулы площади поверхности пирамиды

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

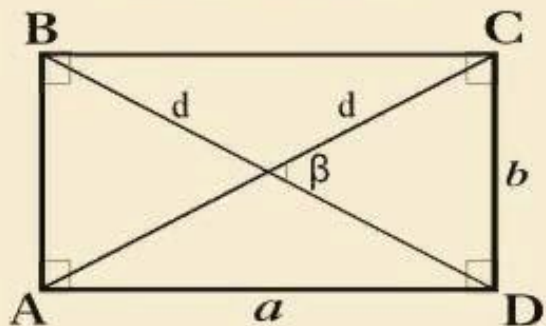
$$S_{\text{осн}} = S_{\text{многоугольника}}$$

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} Ph$$

где P – периметр основания,
 h – апофема

ПЛОЩАДИ ФИГУР

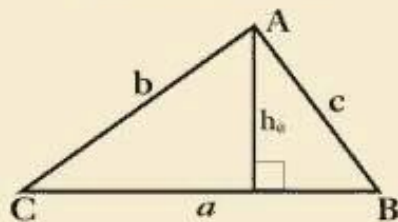
ПРЯМОУГОЛЬНИК



$$S_{пр.} = ab$$

$$S_{пр.} = \frac{1}{2} d^2 \sin \beta$$

ТРЕУГОЛЬНИК



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ah_a$$

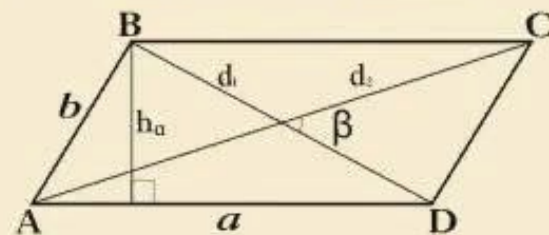
$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S_{\Delta} = pr, \text{ где } r - \text{ радиус вписанной окружности}$$

$$S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}, \text{ где } R - \text{ радиус описанной окружности}$$

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

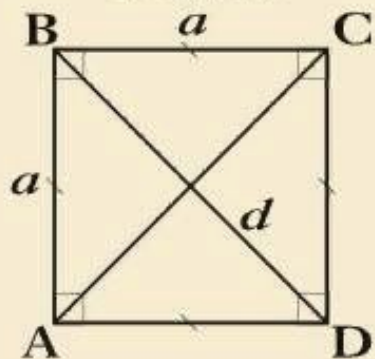


$$S_{ПАР.} = ah_a$$

$$S_{ПАР.} = ab \sin A$$

$$S_{ПАР.} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$

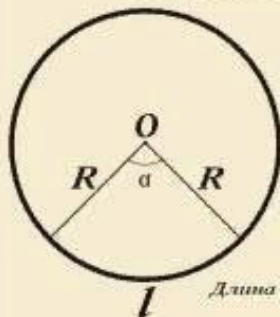
КВАДРАТ



$$S_{кв.} = a^2$$

$$S_{кв.} = \frac{1}{2} d^2$$

ОКРУЖНОСТЬ. КРУГ



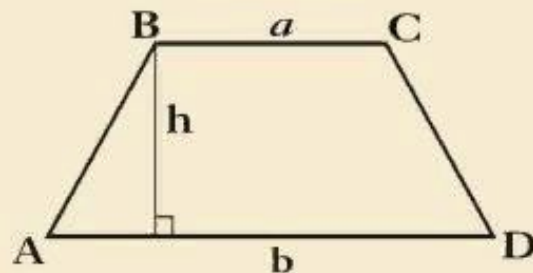
Длина дуги $l = \frac{\pi R}{180} \alpha$

Длина окружности $C = 2 \pi R$

Площадь сектора $S = \frac{\pi R^2}{360} \alpha$

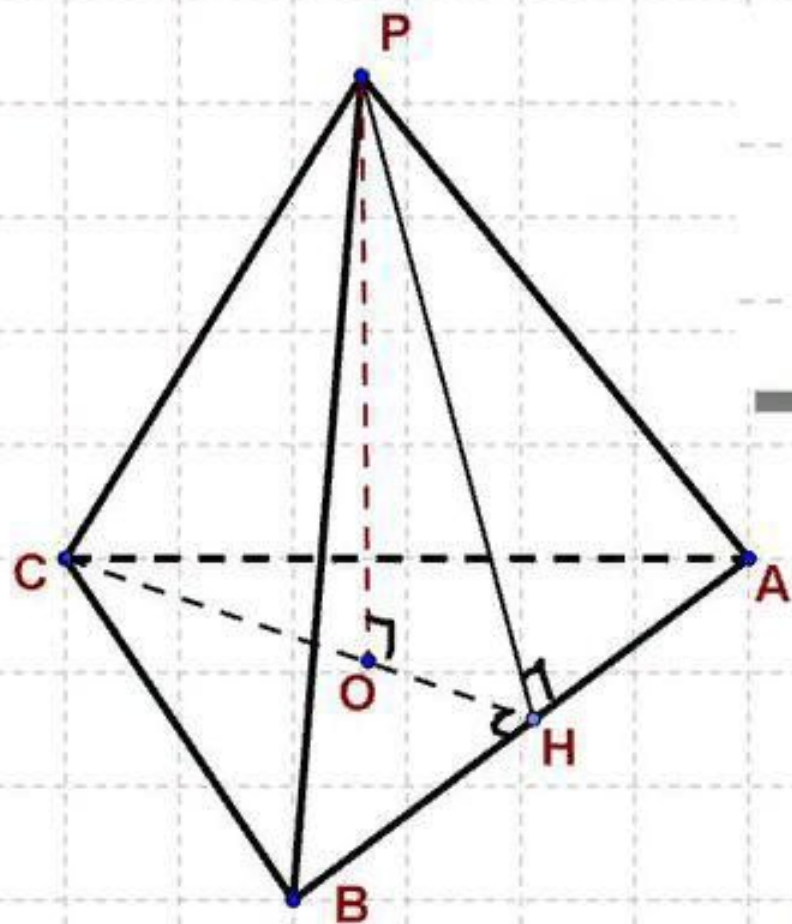
Площадь круга $S = \pi R^2$

ТРАПЕЦИЯ



$$S_{тр.} = \frac{a+b}{2} h$$

В правильной треугольной пирамиде $PABC$ H – середина AB ,
площадь боковой поверхности равна 45, $PH = 5$. Найдите
сторону основания.



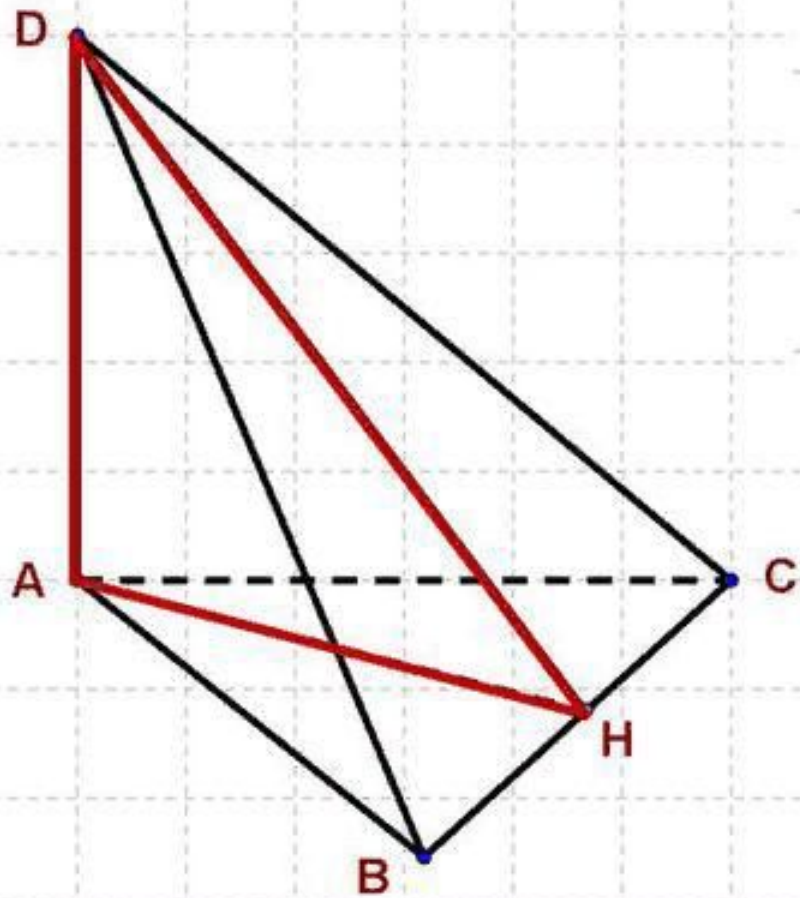
$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot d$$

d - апофема

$$P_{\text{осн}} = \frac{2S_{\text{бок}}}{PH}$$

$$P_{\text{осн}} = \frac{2 \cdot 45}{5} = 18$$

$$AB = 18 : 3 = 6$$



Дано: DABC - пирамида
 $AB = AC = 13$ см, $BC = 10$ см
 $AD \perp (ABC)$, $AD = 9$ см

Найти: $S_{\text{бок}}$.

$DA \perp (ABC) \Rightarrow$
 ΔDAC , ΔDAB - прямоугольные
 $AC = AB$, DA - общая \Rightarrow
 $\Delta DAC = \Delta DAB$
 $DC = DB \Rightarrow \Delta DBC$ -
 равнобедренный

ΔABH - прямоуг.

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

ΔADH - прямоуг.

$$DH^2 = AD^2 + AH^2$$

$$S_{\text{бок}} = 2S_{ABD} + S_{BCD}$$

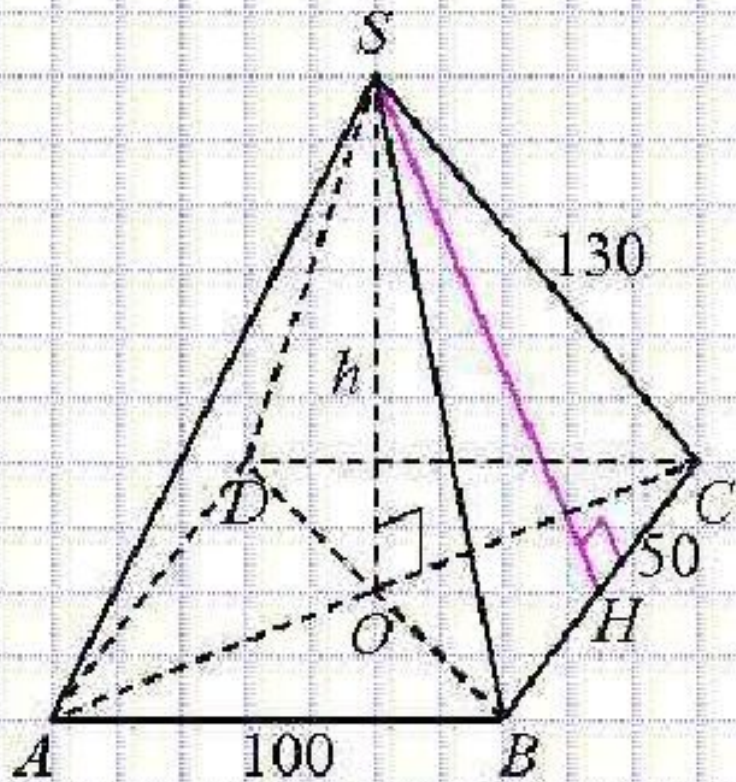
$$S_{ABD} = \frac{AD \cdot AB}{2}$$

$$S_{BCD} = \frac{BC \cdot DH}{2}$$



№1 Задача 5.

Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 100, боковые ребра равны 130. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Решение.

В правильной пирамиде боковые грани – равнобедренные треугольники.

SH – высота и медиана одного из них.

В п/у $\triangle SHC$ по т. Пифагора

$$SH^2 = SC^2 - HC^2$$

$$SH^2 = 130^2 - 50^2 = 120^2$$

$$SH = 120$$

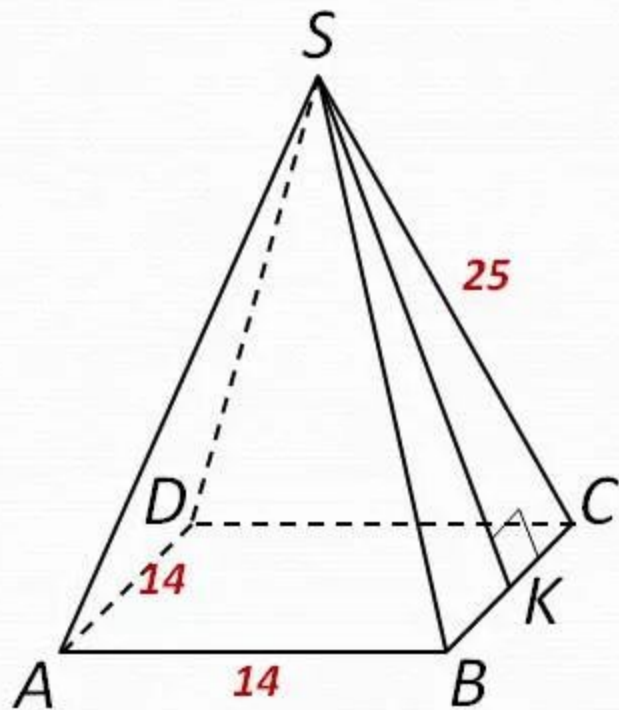
$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot SH$$

$$P_{\text{осн.}} = 4AB = 4 \cdot 100 = 400$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 120 = 24000.$$

Ответ: 24000.

Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 14, боковые ребра равны 25.
Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Решение:

Площадь поверхности пирамиды равна

$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$$

$$S_{\text{осн.}} = a^2 = 14^2 = 196$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 14 \cdot l = 28 \cdot l.$$

l – апофема (высота боковой грани SK), которую найдем из п/у $\triangle SKC$ по теореме

Пифагора

$$l^2 = SK^2 = SC^2 - CK^2 = 25^2 - (\frac{1}{2} \cdot 14)^2$$

$$l^2 = 576 \Rightarrow l = 24$$

$$S_{\text{пов.}} = 196 + 28 \cdot 24 = 868.$$

Ответ: 868.

Самостоятельная работа

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 10, а боковое ребро равно 13. Найти апофему, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности пирамиды.