

Лекция

Кручение

1. Основные понятия деформации кручения.
2. Закон Гука при кручении
3. Напряженное состояние при кручении
4. Напряжения при кручении
5. Условие прочности при кручении
6. Деформации при кручении. Условие жесткости при кручении

Основные понятия деформации кручения

Под **кручением** понимают такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса действует только один силовой фактор - это крутящий момент

Брус в поперечном сечении, которого действует крутящий момент, называется **валом**.

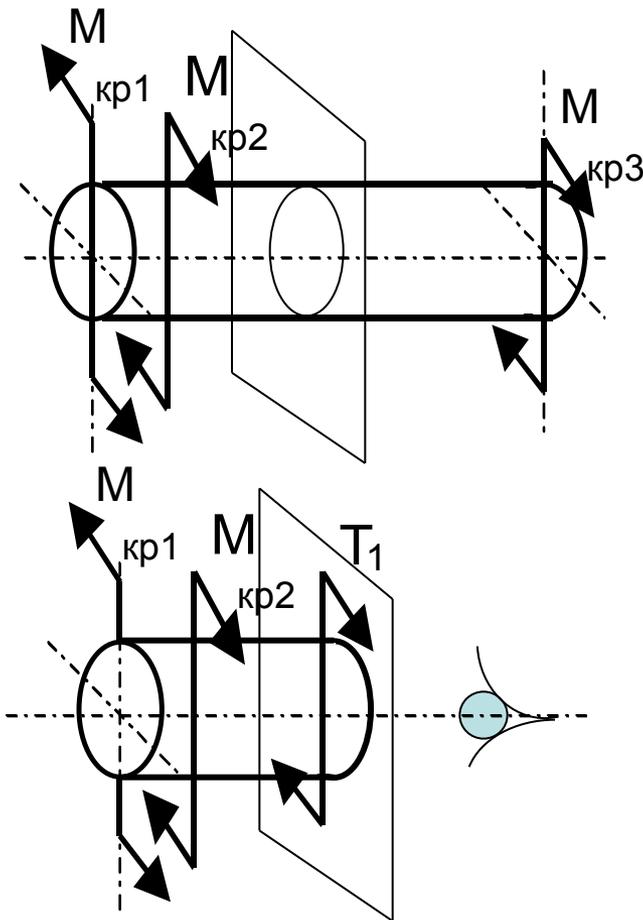
Крутящий момент определяется с помощью метода сечений.

Крутящий момент в рассматриваемом сечении равен алгебраической сумме всех внешних скручивающих моментов, приложенных к брусу по одну сторону от этого сечения.

$$T_1 = -M_{кр1} + M_{кр2}$$

Крутящий момент считается положительным, если при взгляде в торец вала со стороны сечения момент направлен по ходу часовой стрелки.

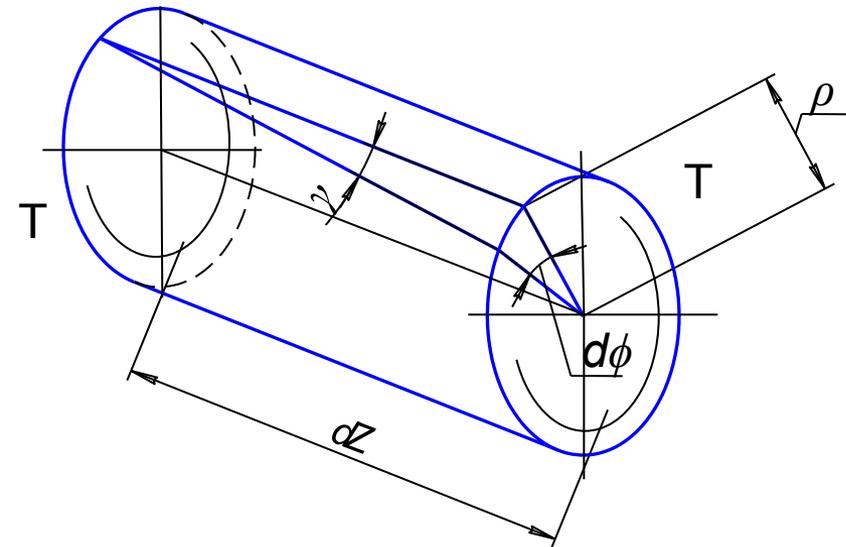
Например: Момент T_1 – отрицательный



Закон Гука при кручении

Теория кручения круглого бруса основывается на следующих допущениях:

1. Поперечные сечения вала, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси, и после деформации.
2. Радиусы поперечных сечений не искривляются и сохраняют свою длину.
3. Расстояния между поперечными сечениями не изменяются.



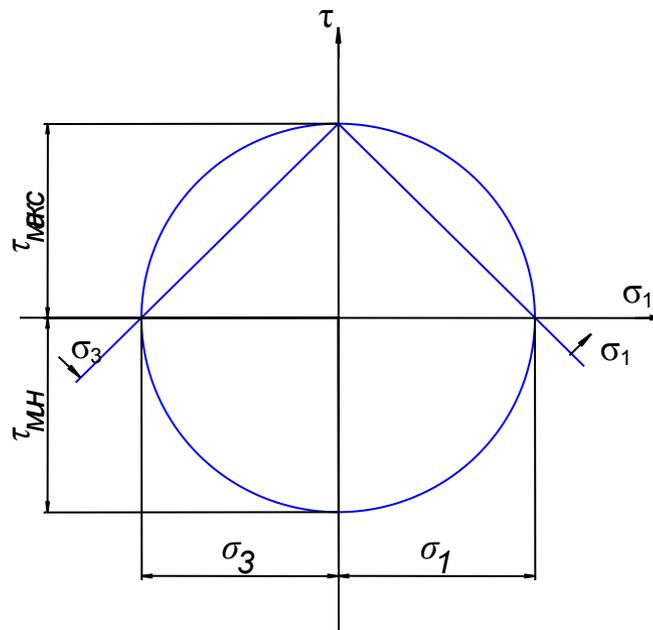
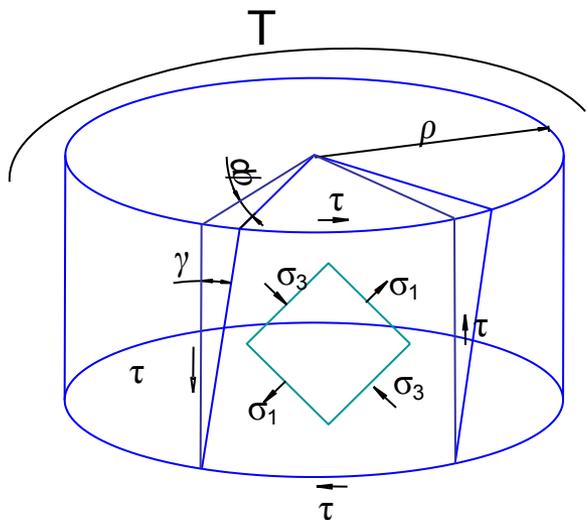
При кручении наблюдается плоское напряженное состояние чистого сдвига и соблюдается закон Гука при сдвиге:

$$\tau = G\gamma,$$

В поперечных сечениях вала возникают касательные напряжения, направление которых, в каждой точке перпендикулярно к радиусу, соединяющему эти точки с центром сечения, а величина прямо пропорциональна расстоянию точки от центра.

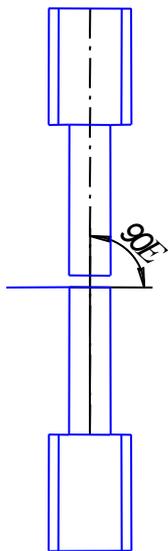
В центре касательные напряжения равны нулю, в точках же, расположенных в непосредственной близости от внешней поверхности вала, они наибольшие.

Напряженное состояние при кручении

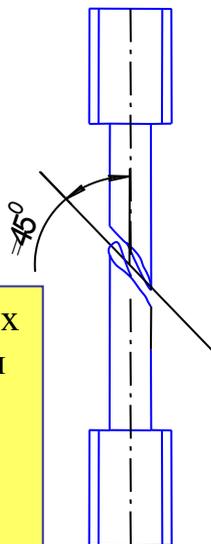


$$\sigma_1 = \tau; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = -\tau$$

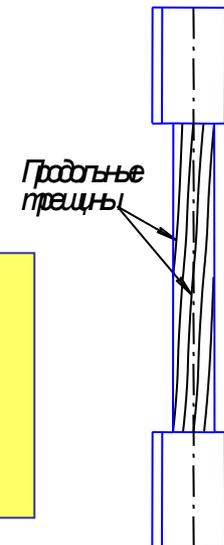
Возможны следующие варианты разрушения образцов



От действия касательных напряжений в плоскости поперечного сечения
Пластичные материалы

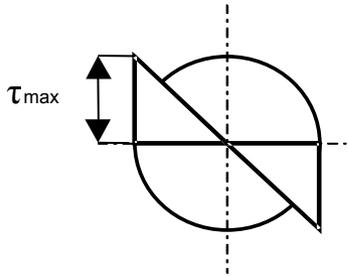


От действия главных напряжения в плоскости наклоненной под 45° к оси образца.
Хрупкие материалы (чугуны, закаленные стали)

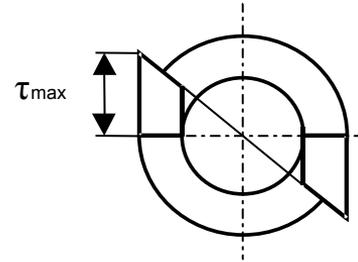


От действия касательных напряжений в плоскости параллельной оси образца
Анизотропные материалы (древесина)

Напряжения при кручении



$$\tau = \frac{T}{I_p} \rho$$



Полярный момент инерции характеризует, влияние размеров и форма поперечного сечения вала на его способность сопротивляться угловым деформациям

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}, \text{ Для круглого сечения}$$

$$I_p = \frac{\pi d^4 (1 - \alpha^4)}{32} \text{ Для трубчатого сечения}$$

$$2\pi \int_0^{d/2} \rho^3 d\rho = I_p$$

здесь $\alpha = d_1/d$, d_1 – внутренний диаметр трубы, d – наружный диаметр трубы
Полярный момент инерции выражается в м^4 (мм^4 , см^4).

Полярный момент сопротивления характеризует влияние геометрических размеров и формы поперечного сечения вала на его прочность.

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \text{ Для круглого сечения}$$

$$W_p = \frac{\pi d^3 (1 - \alpha^4)}{16} \text{ Для трубчатого сечения}$$

Максимальные касательные напряжения τ_{\max} прямо пропорциональны крутящему моменту T в опасном сечении и обратно пропорциональны полярному моменту сопротивления сечения W_p :

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p}$$

Условие прочности при кручении

Наибольшие касательные напряжения, возникающие в скручиваемом брусе не должны превышать соответствующих допускаемых значений

$$\tau = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq [\tau_{кр}]$$

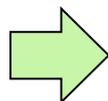
Допускаемые
напряжения

$$[\tau_{кр}] = \frac{[\sigma]}{2} \quad \text{по 3 теории прочности}$$

$$[\tau_{кр}] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \quad \text{по 4 теории прочности}$$

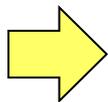
Из условия прочности вытекает три типа **задач при кручении**

. Задача проектного расчета



$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{\max}}{\pi[\tau_p]}}$$

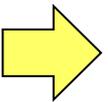
Для круглого сечения



$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{\max}}{\pi(1-\alpha^4)[\tau_p]}}$$

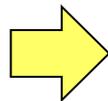
Для трубчатого сечения

. Задача проверочного расчета



$$\tau = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq [\tau_{кр}]$$

. Определение допускаемого момента



$$[T] \leq [\tau_{кр}] W_p$$

Деформации при кручении.

Условие жесткости при кручении

При кручении различают угол закручивания φ и относительный угол закручивания θ

Закон Гука при кручении

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \theta \cdot \rho$$

Напряжения при кручении

$$\tau = \frac{T}{I_p} \rho$$

$$\theta = \frac{T}{GI_p}$$

Угол закручивания

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p}$$

Условие жесткости при кручении.

Наибольший относительный угол закручивания, возникающий в скручиваемом брусе не должен превышать соответствующих допускаемых значений

$$\theta_{\max} \leq [\theta]$$

Где $[\theta]$ – допускаемы относительный угол закручивания. $[\theta]=0,0045 \dots 0,02$ рад/м