Понятия о многогранном угле, геометрическом теле

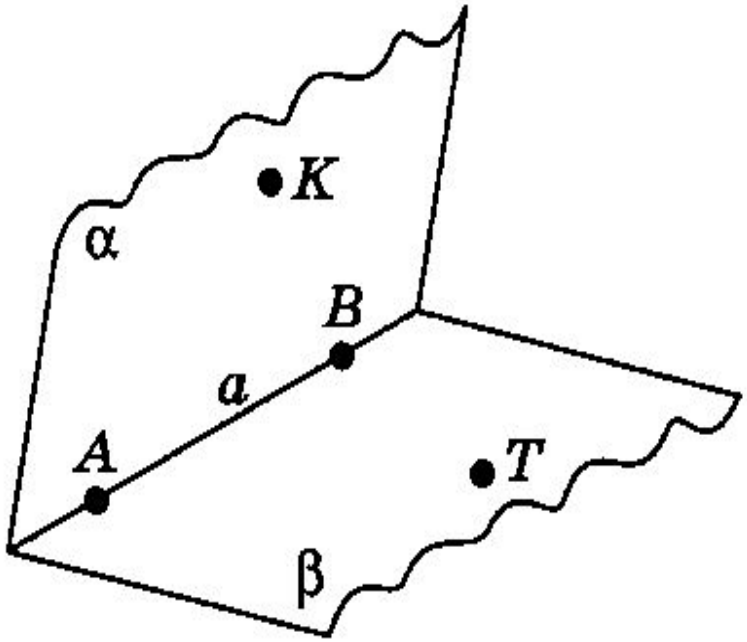
Цели обучения:

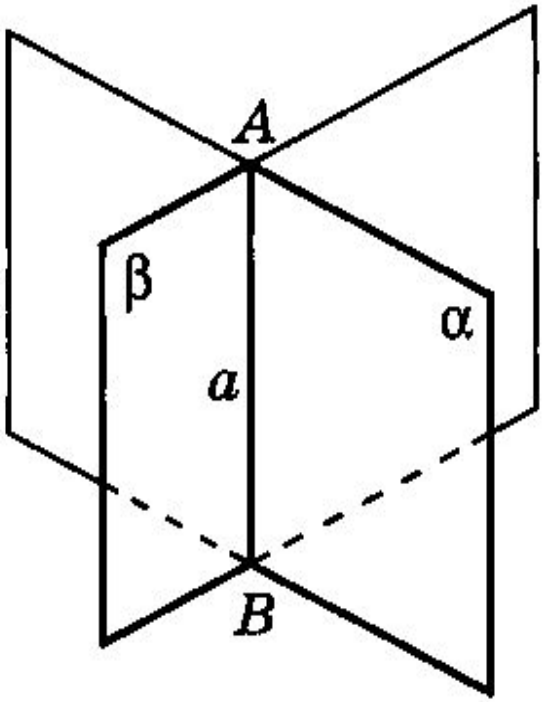
11.1.1

-знать понятие многогранного угла и геометрического тела;

-уметь изображать их на плоскости;

Какие фигуры изображены на картинке?
Как они расположены?
Где расположены точки А, В, К, Т ?





Составьте определение из этих ключевых слов

- Прямая,
- граница,
- Общая,
- полуплоскость

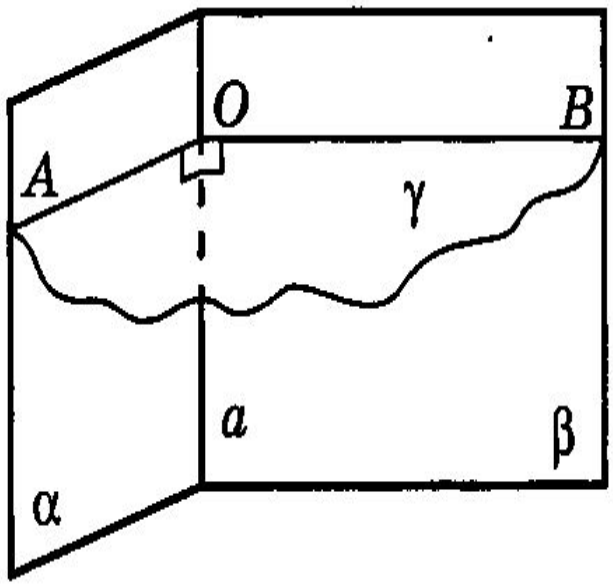
Определение

Двугранным углом называется фигура , образованная прямой ***a*** и двумя полуплоскостями с общей границей ***a,*** не принадлежащими одной плоскости . Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его *гранями* , прямая ***a*** –общая граница полуплоскостей - называется *ребром* двугранного угла.

Двугранный угол с гранями α, β и ребром a обозначают $\alpha a \beta$.

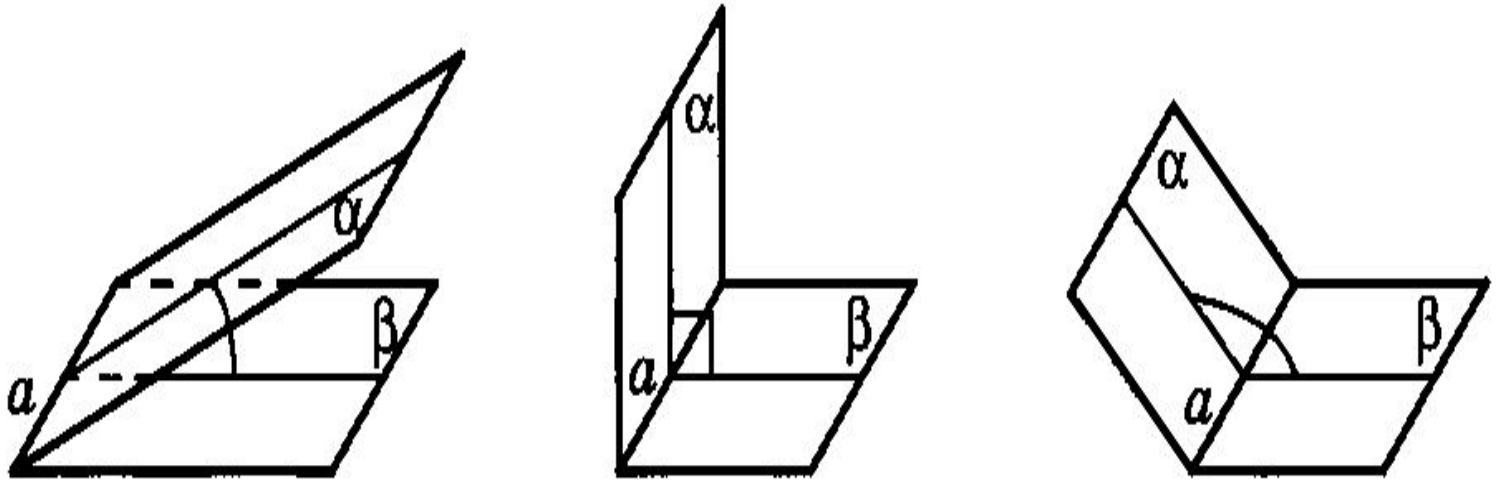
Определение. **Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.**

.



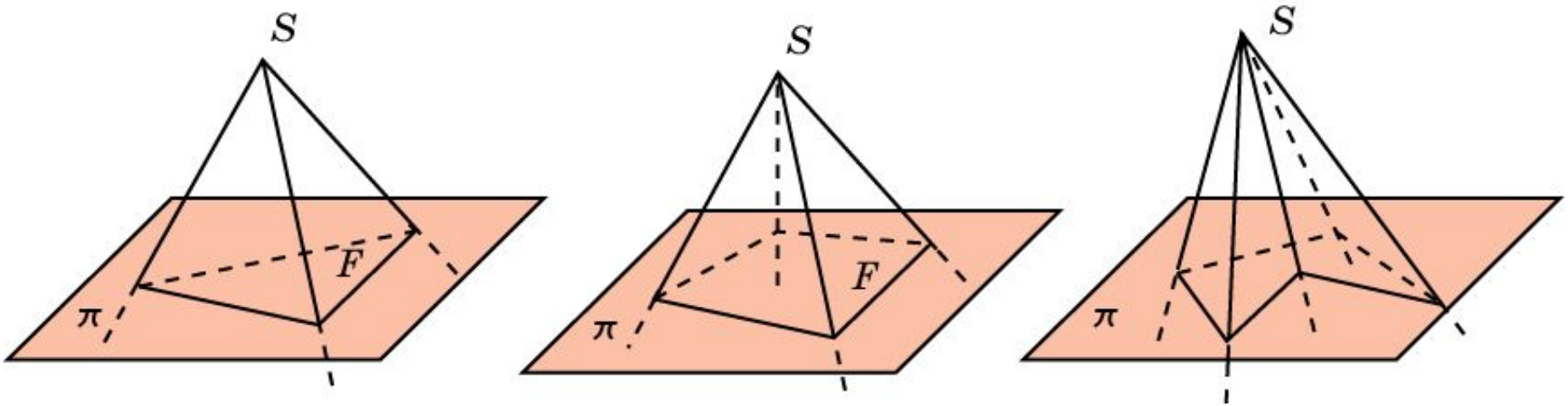
Двугранный угол является *острым*, *прямым* или *тупым*, если его линейный угол соответственно острый, прямой или тупой.

.



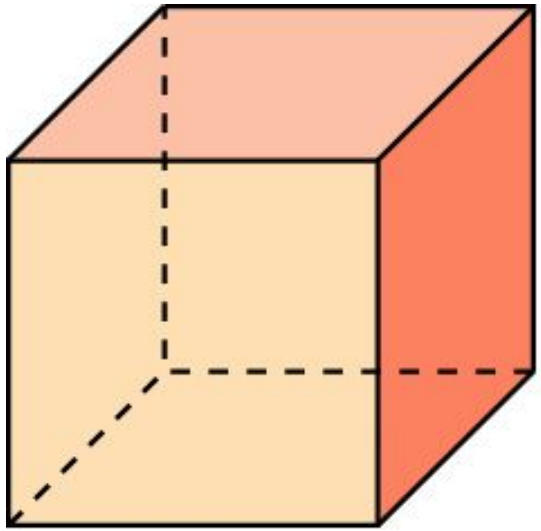
МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ

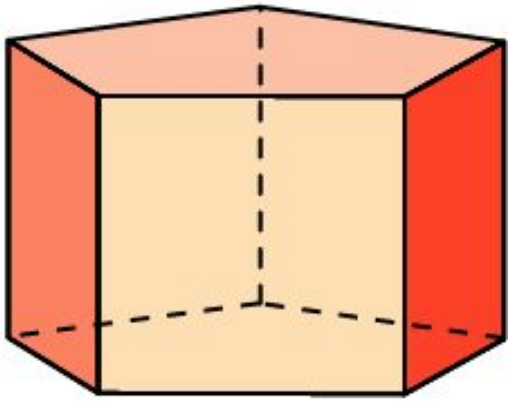
В зависимости от числа граней многогранные углы бывают трехгранными, четырехгранными, пятигранными и т. д.



Измерение многогранных углов

Поскольку градусная величина развернутого двугранного угла измеряется градусной величиной соответствующего линейного угла и равна 180°, то будем считать, что градусная величина всего пространства, которое состоит из двух развернутых двугранных углов, равна 360°. Величина многогранного угла, выраженная в градусах, показывает какую часть пространства занимает данный многогранный угол. Например, трехгранный угол куба занимает одну восьмую часть пространства и, значит, его градусная величина равна 360°:8 = 45°. Трехгранный угол в правильной n-угольной призме равен половине двугранного угла при боковом ребре. Учитывая, что этот двугранный угол равен $\frac{180°(n-2)}{n}$, получаем, что трехгранный угол призмы равен $\frac{90°(n-2)}{n}$.





Упражнение 1

Может ли быть трехгранный угол с плоскими углами: а) 30°, 60°, 20°; б) 45°, 45°, 90°; в) 30°, 45°, 60°?

Ответ: а) Нет; б) нет; в) да.

Упражнение 2

Два плоских угла трехгранного угла равны 70° и 80°. В каких границах находится третий плоский угол?

Ответ: $10^{o} < \phi < 150^{o}$.

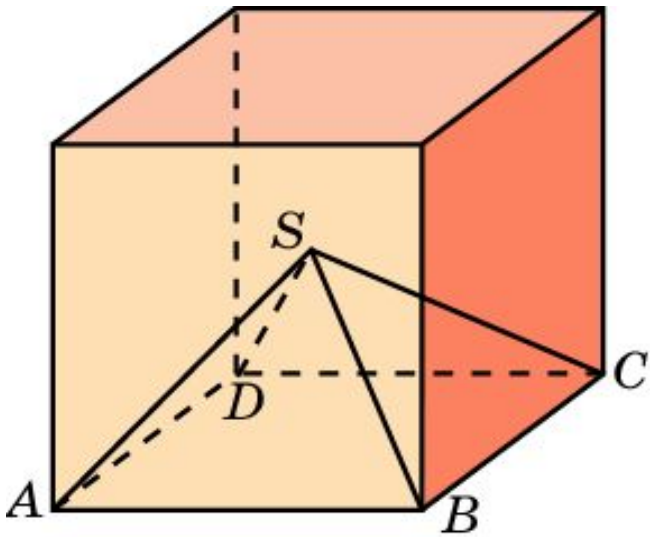
Упражнение 3

В трехгранном угле два плоских угла равны по 45°; двугранный угол между ними прямой. Найдите третий плоский угол.

Ответ: 60°.

Упражнение 4

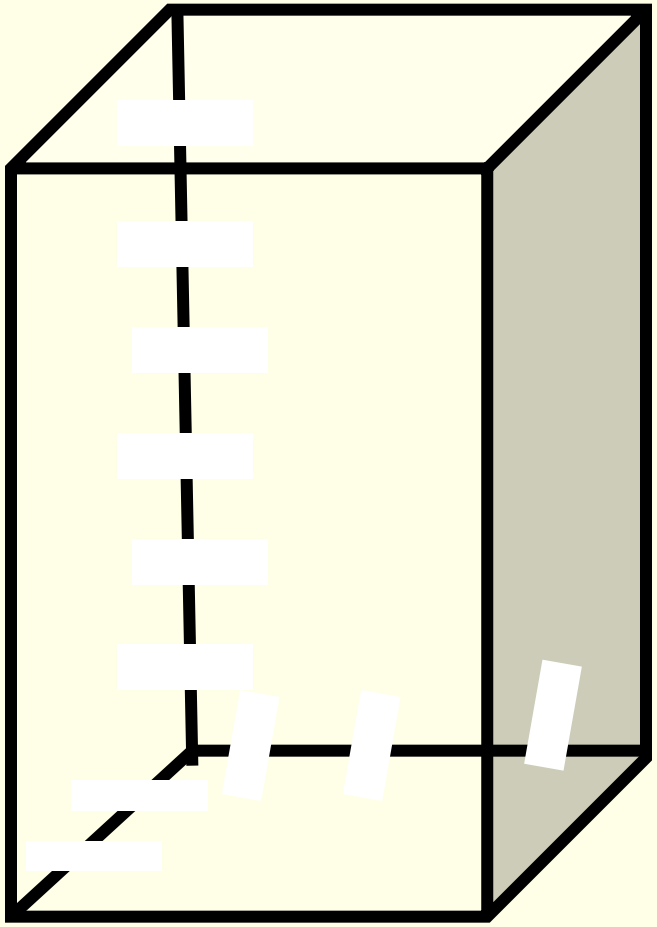
В правильной четырехугольной пирамиде *SABCD* сторона основания равна 2 см, высота 1 см. Найдите четырехгранный угол при вершине этой пирамиды.



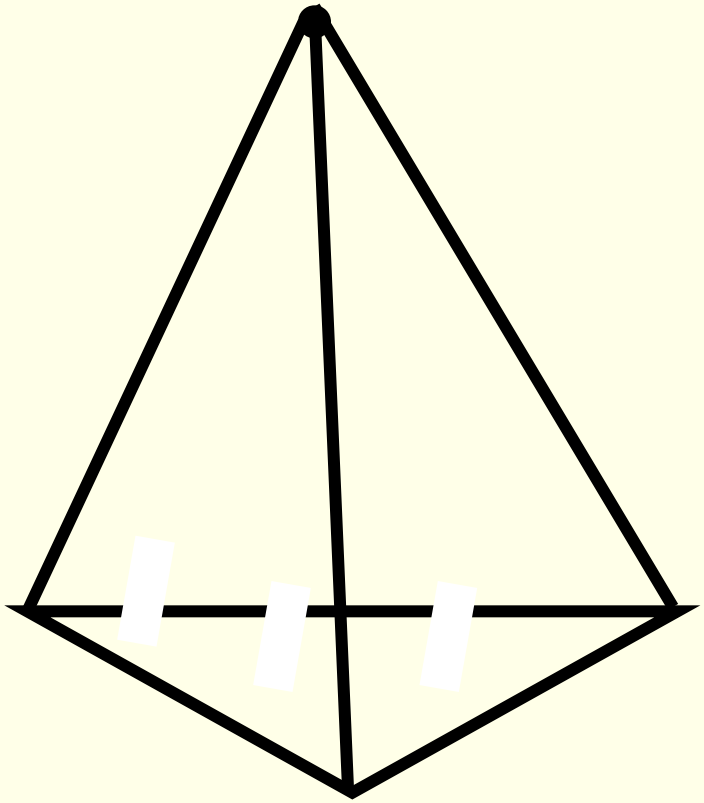
Решение: Указанные пирамиды разбивают куб на шесть равных пирамид с вершинами в центре куба. Следовательно, 4-х гранный угол при вершине пирамиды составляет одну шестую часть угла в 360°, т.е. равен 60°.

Ответ: 60°.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



ТЕТРАЭДР

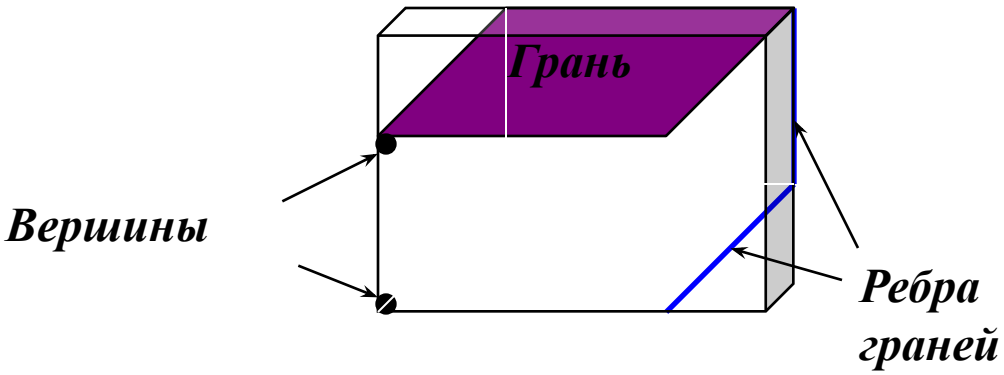


Компоненты многогранника

Общую часть плоскости многоугольника и поверхности выпуклого многогранника называют ***гранью многогранника.***

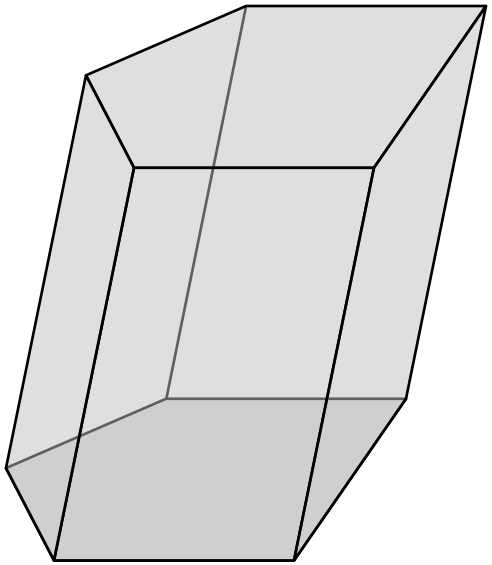
Стороны граней- называются ***ребрами многогранника***

Вершины граней- называются ***вершинами многогранника***



Призма

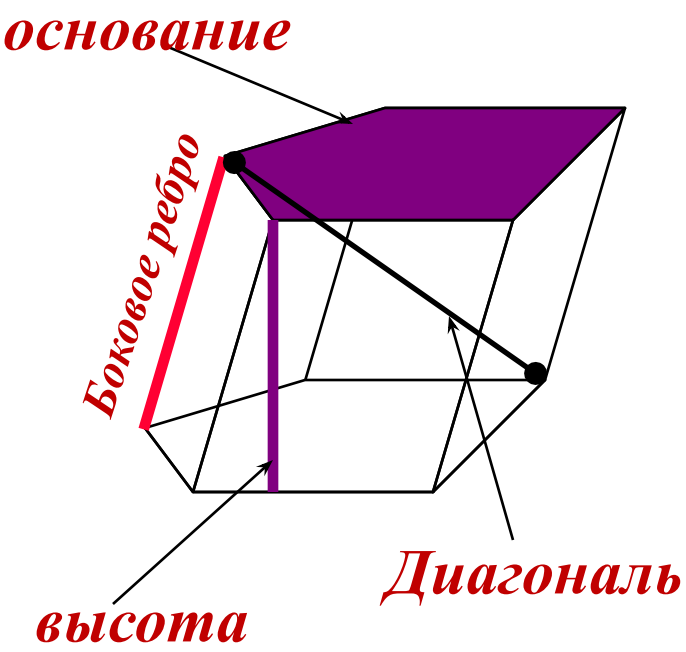
Призмой **называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников.**



Элементы призмы

Многоугольники являются ***основания призмы***

Отрезки, соединяющие соответствующие вершины оснований называются ***боковыми ребрами призмы*.**

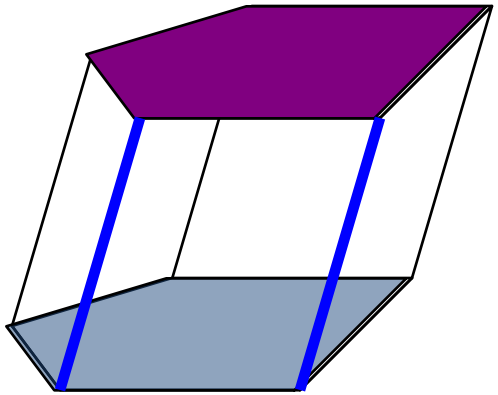


Высота призмы- расстояние между плоскостями оснований призмы.

Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется ***диагональю призмы.***

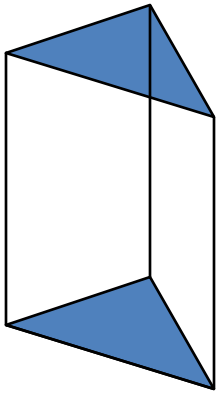
Основные свойства призмы:

- ***основания равны***
- ***основания лежат в параллельных плоскостях***
- ***боковые ребра параллельны и равны***

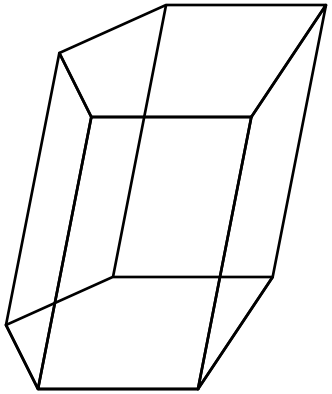


Виды призм

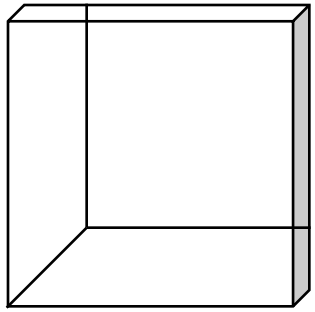
Прямая призма- боковые ребра перпендикулярны основаниям.



Наклонная призма- боковые ребра не перпендикулярны основаниям.



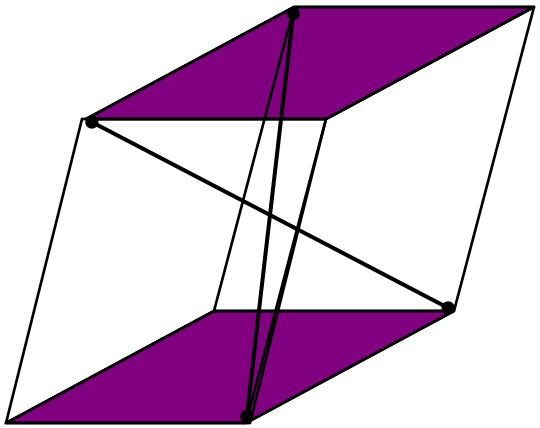
Правильная призма- прямая призма, основания которой правильные многоугольники.



Свойства параллелепипеда :

- *У параллелепипеда противолежащие грани параллельны и равны.*

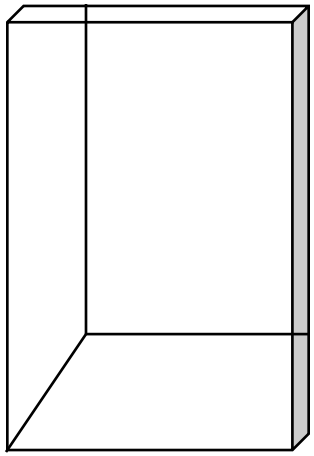
- *Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.*



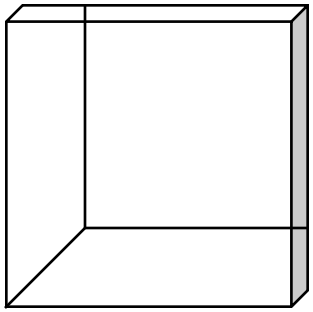
- *Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.*

Виды параллелепипеда.

Прямоугольный параллелепипед- ***прямой параллелепипед, в основании которого лежит прямоугольник .***

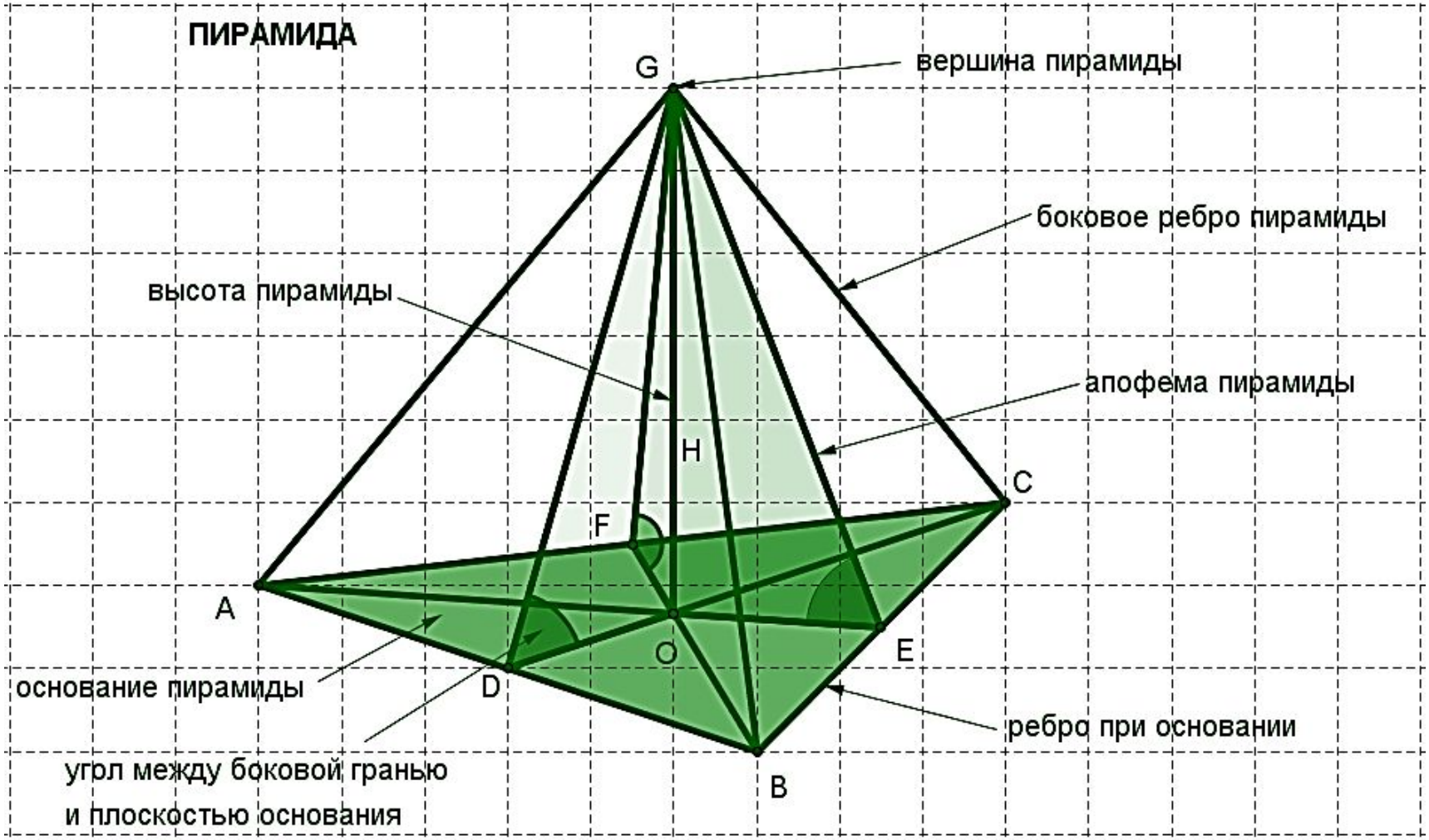


Куб – ***прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны.***

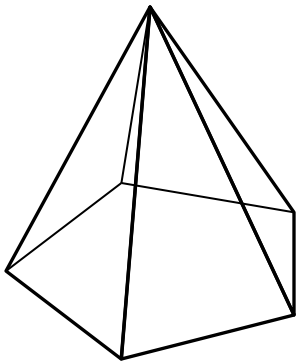
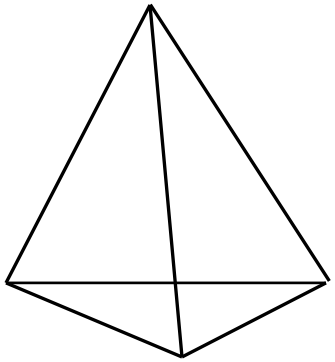
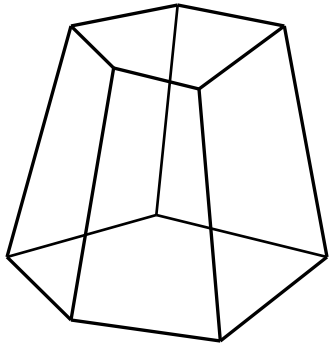


Пирамида

Пирамидой называется многогранник, который состоит из ОСНОВАНИЯ пирамиды (плоского многоугольника), ВЕРШИНЫ пирамиды и всех отрезков, соединяющих их.

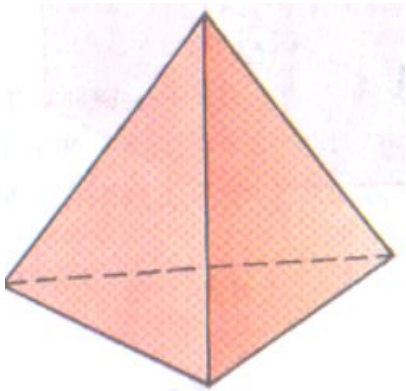


Виды пирамиды

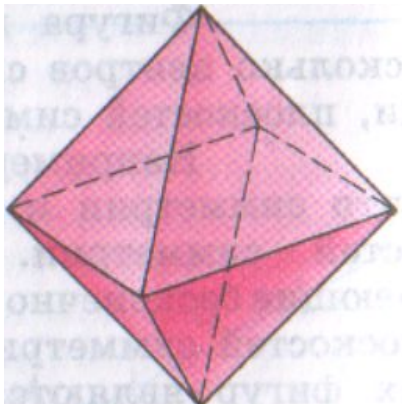
Пирамида называется n-угольной ***если ее основанием является n-угольник.*** 	***Правильная пирамида*** ***– основания правильные многоугольники, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.*** 	***Усеченная пирамида-*** ***многогранник, полученный при пересечении пирамиды плоскостью, параллельной основанию и пересекающей ее боковые ребра*** 

Дворец мира и согласия — здание пирамидальной формы, созданное архитектором сэром Норманом Фостером в Нур-Султане, столице Казахстана, специально для проведения «Конгресса лидеров мировых и традиционных религий». Она заключает в себе пропорции золотого сечения: грани основания имеют длину 62 метра, и высота равна 62 метрам. Площадь боковой поверхности пирамиды равна(15376 м^2)

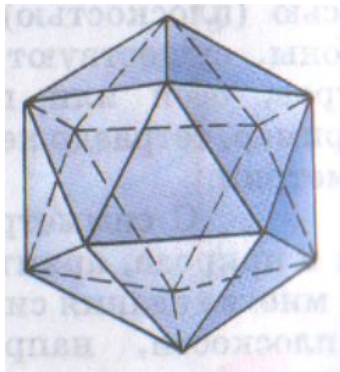
Правильные многогранники



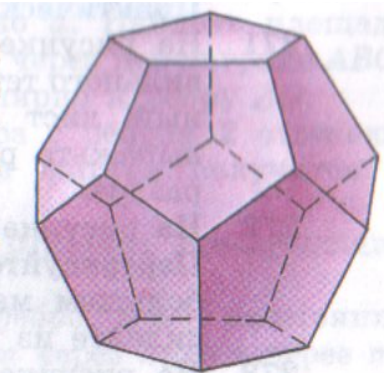
Тетраэдр



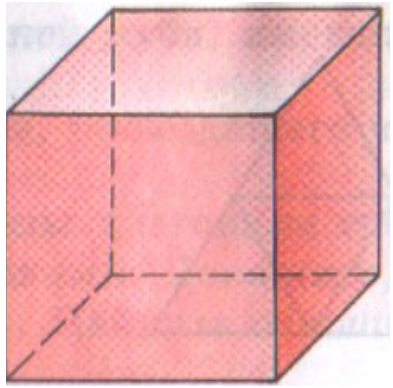
Октаэдр



Икосаэдр



Додекаэдр

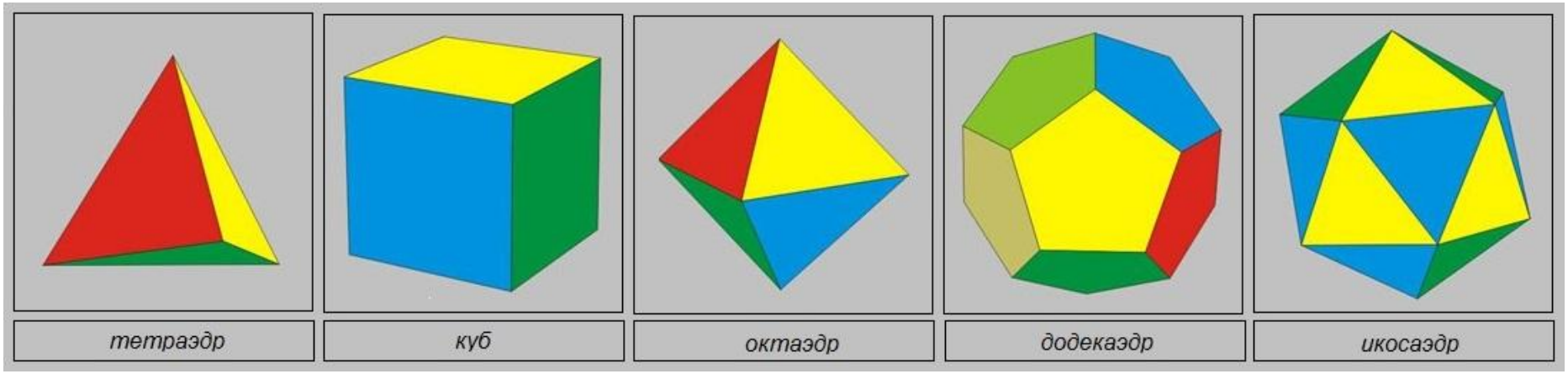


Куб

Теорема Эйлера

Число граней + число вершин– число ребер= 2.

Правильные многогранники	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	додекаэдр	куб
Число граней	4	8	20	12	6
Число вершин	4	6	12	20	8
Число ребер	6	12	30	30	12



Теорема Эйлера:

<u>Выпуклый многогранник</u>

Теорема Эйлера для призм:

$$(В + Г – Р) = 2$$

<u>Ребра:</u> $3n$

<u>Вершины:</u> $2n$

<u>Грани:</u> $n + 2$

<u>Диагонали:</u> $n\cdot(n – 3)$

Теорема Эйлера для пирамид:

$$(В + Г – Р) = 2$$

<u>Ребра:</u> $2n$

<u>Вершины:</u> $n + 1$

<u>Грани:</u> $n + 1$

№1.

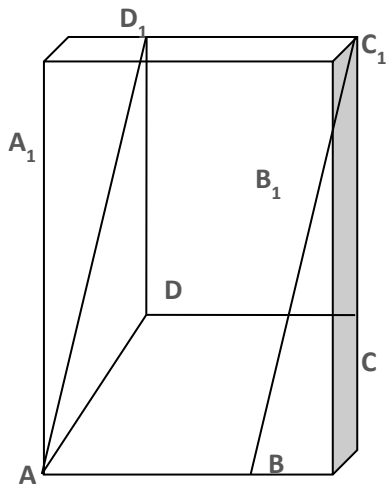
В данном геометрическом теле три ребра обозначьте как *a*, *b*, *c*,

а) покажите, что диагональ вычисляется по формуле: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

б) Вычислите диагонали геометрического тела.

с) если a=3см, b=5см и см, найдите значение с.

№2. **Высота прямоугольного параллелепипеда равна 8 см, а стороны основания равны – 5см и 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через меньшую сторону нижнего основания и противолежащую ей сторону верхнего основания.**



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямой параллелепипед;
$AB = 5$ см; $BC = 6$ см; $A_1A = 8$ см
Найти: S_{ABC1D1}.

Решение: по теореме о трех перпендикулярах: если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$

Ответ: 50 см^2.

3.В прямой треугольной призме стороны основания равны – 10 см, 17см и 21 см, а высота призмы равна 18 см. Найдите площадь сечения, проходящего через боковое ребро и меньшую высоту основания.

Решение: по теореме о трех перпендикулярах:
если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$

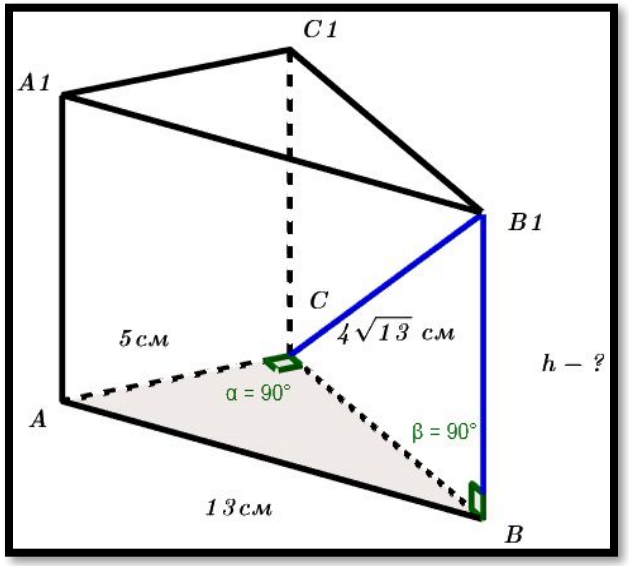
Ответ: 50 см^2.

Решение задач

4.Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетом 5см и гипотенузой 13 см. Диагональ боковой грани, содержащей наибольший катет треугольника, равна

$4\sqrt{13}$ см. Найдите высоту призмы.

Решение:



Решение: по теореме о трех перпендикулярах: если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$

Ответ: 50 см^2.

Решение: по теореме о трех перпендикулярах: если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

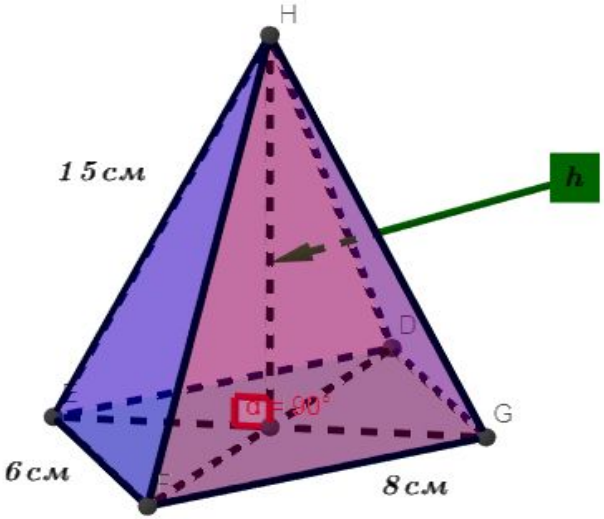
$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$

Ответ: 50 см^2.

Ответ: 8 см

Решение задач

5. Основание пирамиды лежит прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см, а боковые рёбра равны 15 см. Найдите высоту пирамиды.



Решение:

Решение: по теореме о трех перпендикулярах: если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$

Ответ: 50 см^2.

Решение: по теореме о трех перпендикулярах: если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$

Ответ: 50 см^2.

Решение: по теореме о трех перпендикулярах: если $AB \perp AD$, то $AB \perp D_1A$ и $AB \perp C_1B \Rightarrow AD_1C_1B$ – прямоугольник,

$D_1A = C_1B = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

$S_{\text{сечения}} = AB \cdot C_1B = 5 \cdot 10 = 50.$