

A bright yellow sticky note is partially visible on the left side of the image, overlapping the white card.

Математическое моделирование

Погрешности средств измерений

Инструментальные погрешности

Погрешности, зависящие от точности изготовления и градуировки измерительного прибора, называют инструментальными. Такие погрешности регламентируются ГОСТами.

В случае отсутствия сведений о допустимой погрешности (например, у линейки), в погрешность принимают равной половине цены деления прибора.

Инструментальные погрешности наиболее распространенных приборов

Инструменты	Пределы измерения	Цена деления	Погрешность
Линейки металлические с ценой деления 1 мм	до 300 мм	1 мм	0,1 мм
	до 1000 мм	1 мм	0,2 мм
Мензурка	до 250 мл	1 мл	1 мл
Штангенциркуль с нониусом 50 мкм	0,125 м	100 мкм	50 мкм
Микрометр	25 мм	10 мкм	5 мкм
Динамометр	4 Н	0,1 Н	0,05 Н
Секундомер	0–30 мин	0,2 с	1с за 30 мин
Барометр-анероид	720–780 мм рт.ст.	1 мм рт.ст	3 мм рт.ст
Термометр ртутный стеклянный типа ТЛ-2	0–100 °С	1 °С	1 °С
	100–200 °С		2 °С
	200–300 °С		3 °С
	300–400 °С		4 °С

Класс точности электроизмерительных приборов

0 Для стрелочных электроизмерительных приборов вводятся классы точности, определяющие допустимые значения погрешностей. Классы точности обозначаются на шкалах приборов числами 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0, которые обозначают процентное содержание абсолютной погрешности от полной шкалы прибора. Если на шкале обозначение отсутствует, приведенная погрешность прибора составляет более 4 %.

Если обозначить γ – класс точности, а A_{max} – максимальное значение шкалы прибора, абсолютная инструментальная погрешность определится как

$$\Delta_{ин} = \frac{\gamma A_{max}}{100}$$

Погрешность отсчета

При снятии показаний с прибора возникает погрешность отсчета .

Ее причиной является недостаточно точное отсчитывание показаний средств измерений.

В таком случае, принято принимать эту погрешность равной половине цены деления.

Полная абсолютная погрешность измерений

0 При прямых измерениях физической величины A нужно оценивать все погрешности: инструментальную, погрешность отсчета, случайную погрешность. При этом должна быть проведена предварительная работа по исключению грубых и систематических ошибок измерений.

В результате общая абсолютная погрешность определится как

$$\Delta_{\text{общ}} = \Delta_{\text{ин}} + \Delta_{\text{отс}} + \Delta_{\text{сл}}$$

Результат измерения физической величины A рекомендуется записывать в виде

$$A = A_{\text{ср}} \pm \Delta_{\text{общ}}, \delta = \frac{\Delta_{\text{общ}}}{A_{\text{ср}}} 100\%$$

Здесь $A_{\text{ср}}$ – значение физической величины, полученное экспериментально. Для серии одинаковых измерений записывается среднее арифметическое;

Если проводится обработка результатов косвенных измерений физической величины, которая связана с величинами A , B и C , первоначально вычисляется относительная погрешность косвенного измерения δ , а затем абсолютная ошибка.

Итоговый результат записывается аналогично прямым измерениям.

Пример

0 Необходимо определить погрешность измерения коэффициента трения бруска, равномерно перемещаемого с помощью динамометра по горизонтальной плоскости. Измеряемая сила равна силе трения скольжения. Вес бруска $N = 1,82$ Н.

Коэффициент трения скольжения можно определить как $\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N}$

Динамометром определим силу трения $F_{\text{тр}} = 0,61$ Н, тогда коэффициент трения составит $\mu = 0,33$.

Инструментальная погрешность динамометра равна $\Delta_{\text{ин}}F = 0,05$ Н, погрешность отсчета (половина цены деления) составит $\Delta_{\text{отс}}F = 0,05$ Н.

Абсолютная погрешность определения веса $\Delta N = 0,1$ Н.

Относительную косвенную погрешность измерения можно вычислить по зависимости

$$\delta = \frac{\Delta_{\text{ин}}F + \Delta_{\text{отс}}F}{F} + \frac{\Delta N}{N} = \frac{0,05 + 0,05}{1,82} + \frac{0,1}{0,61} = 0,22$$

Соответственно абсолютная погрешность косвенного измерения μ составит

$$\mu = 0,33 \pm 0,22 \cdot 0,33 = 0,33 \pm 0,07, \quad \delta = 22\%$$

Практическое занятие №1

0 Задание 3. Определить величину ускорения свободного падения при помощи маятников и найти косвенные погрешности вычислений.

Период колебания рассчитывается как

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Откуда можно вычислить ускорение свободного падения:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Погрешность вычислений g складывается из инструментальных погрешностей в определении длины маятника, инструментальной погрешности секундомера и случайной погрешности замера времени колебаний.

Практическое занятие №1

0 Инструментальную погрешность измерения длины нити можно определить как сумму погрешности прибора 0,2 мм и погрешности отсчетов, равной половине цены деления прибора 0,5 мм. Таким образом, $\Delta_{\text{ин}} l = \pm 0,7 \text{ мм} = \pm 0,0007 \text{ м}$.

Инструментальной погрешностью секундомера по условиям задачи пренебрегаем, но учитываем погрешность отсчета $\Delta_{\text{отс}} T = \pm 0,005 \text{ с}$.

Общая погрешность определения периода колебаний выразится как $\Delta T = \Delta_{\text{отс}} T + \Delta_{\text{сл}} T$

Число π примем равным $\pi = 3,142$ с погрешностью $\Delta \pi = 0,0005$.

Практическое занятие №1

0 Так как для сложной функции $u = f(x_1, x_2 \dots x_n)$ относительная погрешность определяется как

$$\delta = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln u \right| \Delta x_i,$$

вычислим натуральный логарифм ускорения свободного падения:

$$\ln g = \ln 4 + 2 \ln \pi + \ln l - 2 \ln T,$$

Соответственно

$$\delta = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T}$$

С учетом известных погрешностей

$$\delta = 2 \frac{0,0005}{3,142} + \frac{0,0007}{l} + 2 \frac{0,005 + \Delta_{\text{сл}} T}{T}$$

Подставив неизвестные значения из обработки опыта, можно записать результат вычисления в виде

$$g = g_{\text{эксп}} \pm \Delta g$$

В итоге можно сравнить полученный результат с известным значением

$$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$$