# Математическое моделирование

Погрешности средств измерений

# Инструментальные погрешности

Погрешности, зависящие от точности изготовления и градуировки измерительного прибора, называют инструментальными. Такие погрешности регламентируются ГОСТами.

*В случае отсутствия сведений о допустимой погрешности (например, у линейки), в погрешность принимают равной* ***половине цены деления*** *прибора.*

# Инструментальные погрешности наиболее распространенных приборов

| Инструменты | Пределы измерения | Цена деления | Погрешность |
|---|---|---|---|
| Линейки металлические с ценой деления 1 мм | до 300 мм<br>до 1000 мм | 1 мм<br>1 мм | 0,1 мм<br>0,2 мм |
| Мензурка | до 250 мл | 1 мл | 1 мл |
| Штангенциркуль с нониусом 50 мкм | 0,125 м | 100 мкм | 50 мкм |
| Микрометр | 25 мм | 10 мкм | 5 мкм |
| Динамометр | 4 Н | 0,1 Н | 0,05 Н |
| Секундомер | 0–30 мин | 0,2 с | 1с за 30 мин |
| Барометр-анероид | 720–780 мм рт.ст. | 1 мм рт.ст | 3 мм рт.ст |
| Термометр ртутный стеклянный типа ТЛ-2 | 0–100 °С<br>100–200 °С<br>200–300 °С<br>300–400 °С | 1 °С | 1 °С<br>2 °С<br>3 °С<br>4 °С |

# *Класс точности электроизмерительных приборов*

- Для стрелочных электроизмерительных приборов вводятся классы точности, определяющие допустимые значения погрешностей. Классы точности обозначаются на шкалах приборов числами 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0, которые обозначают процентное содержание абсолютной погрешности от полной шкалы прибора. Если на шкале обозначение отсутствует, приведенная погрешность прибора составляет более 4 %.

Если обозначить $\gamma$ – класс точности, а $A_{max}$ – максимальное значение шкалы прибора, абсолютная инструментальная погрешность определится как

$$\Delta_{\text{ин}} = \frac{\gamma A_{max}}{100}$$

# *Погрешность отсчета*

При снятии показаний с прибора возникает погрешность отсчета .

Ее причиной является недостаточно точное отсчитывание показаний средств измерений.

В таком случае, принято принимать эту погрешность равной половине цены деления.

# *Полная абсолютная погрешность измерений*

0 При прямых измерениях физической величины $A$ нужно оценивать все погрешности: инструментальную , погрешность отсчета , случайную погрешность . При этом должна быть проведена предварительная работа по исключению грубых и систематических ошибок измерений.

В результате общая абсолютная погрешность определится как

$$\Delta_{\text{общ}} = \Delta_{\text{ин}} + \Delta_{\text{отс}} + \Delta_{\text{сл}}$$

Результат измерения физической величины $A$ рекомендуется записывать в виде

$$A = A_{\text{ср}} \pm \Delta_{\text{общ}}\,,\ \delta = \frac{\Delta_{\text{общ}}}{A_{\text{ср}}} 100\%$$

Здесь $A_{\text{ср}}$ – значение физической величины, полученное экспериментально. Для серии одинаковых измерений записывается среднее арифметическое;

Если проводится обработка результатов косвенных измерений физической величины, которая связана с величинами $A$, $B$ и $C$, первоначально вычисляется относительная погрешность косвенного измерения $\delta$, а затем абсолютная ошибка.

Итоговый результат записывается аналогично прямым измерениям.

# *Пример*

0 Необходимо определить погрешность измерения коэффициента трения бруска, равномерно перемещаемого с помощью динамометра по горизонтальной плоскости. Измеряемая сила равна силе трения скольжения. Вес бруска $N$ = 1,82 Н.

Коэффициент трения скольжения можно определить как $\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N}$

Динамометром определим силу трения $F_{\text{тр}}$ = 0,61 Н, тогда коэффициент трения составит μ = 0,33.

Инструментальная погрешность динамометра равна $\Delta_{ин}F$ = 0,05 Н, погрешность отсчета (половина цены деления) составит $\Delta_{отс}F$ = 0,05 Н.

Абсолютная погрешность определения веса $\Delta N$ = 0,1 Н.

Относительную косвенную погрешность измерения можно вычислить по зависимости

$$\delta = \frac{\Delta_{\text{ин}}F + \Delta_{\text{отс}}F}{F} + \frac{\Delta N}{N} = \frac{0{,}05 + 0{,}05}{1{,}82} + \frac{0{,}1}{0{,}61} = 0{,}22$$

Соответственно абсолютная погрешность косвенного измерения μ составит

$$\mu = 0{,}33 \pm 0{,}22 \cdot 0{,}33 = 0{,}33 \pm 0{,}07, \qquad \delta = 22\%$$

# Практическое занятие №1

0 **Задание 3.** Определить величину ускорения свободного падения при помощи маятников и найти косвенные погрешности вычислений.

Период колебания рассчитывается как

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Откуда можно вычислить ускорение свободного падения:

$$\mathrm{g} = 4\pi^2\frac{l}{T^2}$$

Погрешность вычислений $g$ складывается из инструментальных погрешностей в определении длины маятника, инструментальной погрешности секундомера и случайной погрешности замера времени колебаний.

# Практическое занятие №1

0 Инструментальную погрешность измерения длины нити можно определить как сумму погрешности прибора 0,2 мм и погрешности отсчетов, равной половине цены деления прибора 0,5 мм. Таким образом, $\Delta_{ин} l = \pm 0{,}7$ мм $= \pm 0{,}0007$ м.

Инструментальной погрешностью секундомера по условиям задачи пренебрегаем, но учитываем погрешность отсчета $\Delta_{отс} T = \pm 0{,}005$ с.

Общая погрешность определения периода колебаний выразится как $\Delta T = \Delta_{отс} T + \Delta_{сл} T$

Число $\pi$ примем равным $\pi = 3{,}142$ с погрешностью $\Delta\pi = 0{,}0005$.

# Практическое занятие №1

0 Так как для сложной функции $u = f(x_1, x_2 \cdots x_n)$ относительная погрешность определяется как

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln u \right| \Delta_{x_i},$$

вычислим натуральный логарифм ускорения свободного падения:

$$\ln g = \ln 4 + 2\ln\pi + \ln l - 2\ln T\ ,$$

Соответственно

$$\delta = 2\frac{\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta T}{T}$$

С учетом известных погрешностей

$$\delta = 2\frac{0{,}0005}{3{,}142} + \frac{0{,}0007}{l} + 2\frac{0{,}005 + \Delta_{\text{сл}} T}{T}$$

Подставив неизвестные значения из обработки опыта, можно записать результат вычисления в виде

$$g = g_{\text{эксп}} \pm \Delta g$$

В итоге можно сравнить полученный результат с известным значением

$$g = 9{,}80665\ \text{м/с}^2$$