

ЧЕЛЯБИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Сеточный следящий алгоритм решения задачи линейного программирования

Выполнил: Капустин Д.В., МПМаг - 202

Научный руководитель: Соколинская И.М.,
доцент, к.ф. - м.н.

Цель работы

- Изучить сеточный следящий алгоритм решения задач линейного программирования.
- Изучить теорию фейеровских отображений.
- Выполнить программную реализацию сеточного следящего алгоритма.
- Протестировать работу алгоритма на модельных примерах.

Постановка задачи

- $$\max\{\langle c, x \rangle \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$$

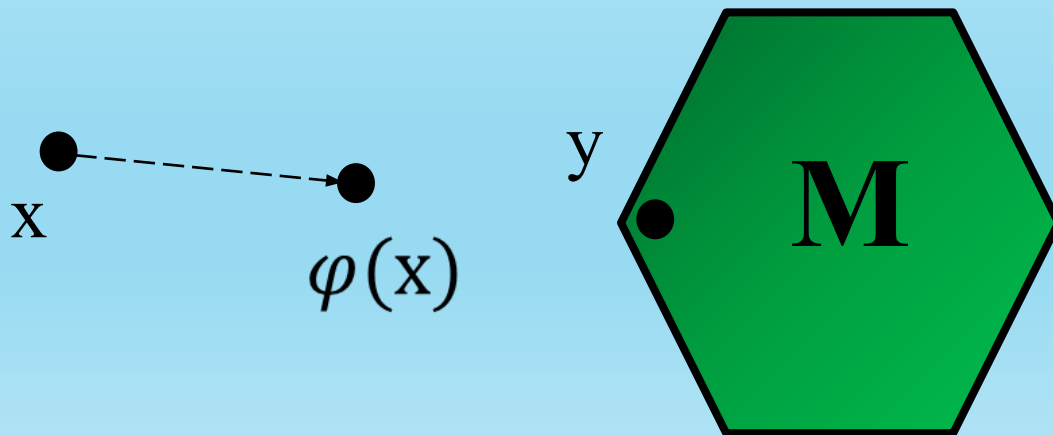
$$\varphi(x) = x - \sum_{i=1}^n \alpha_i \lambda_i \frac{\max\{\langle a_i, x \rangle - b_i, 0\}}{\|a_i\|^2} \cdot a_i$$

Фейеровское отображение

Фейеровское отображение $\varphi \in \{R^n \rightarrow R^n\}$ –
M-фейеровское, если

$$\varphi(y) = y, \quad \forall y \in M;$$

$$\|\varphi(x) - y\| < \|x - y\|, \quad \forall y \in M, \quad \forall x \notin M$$



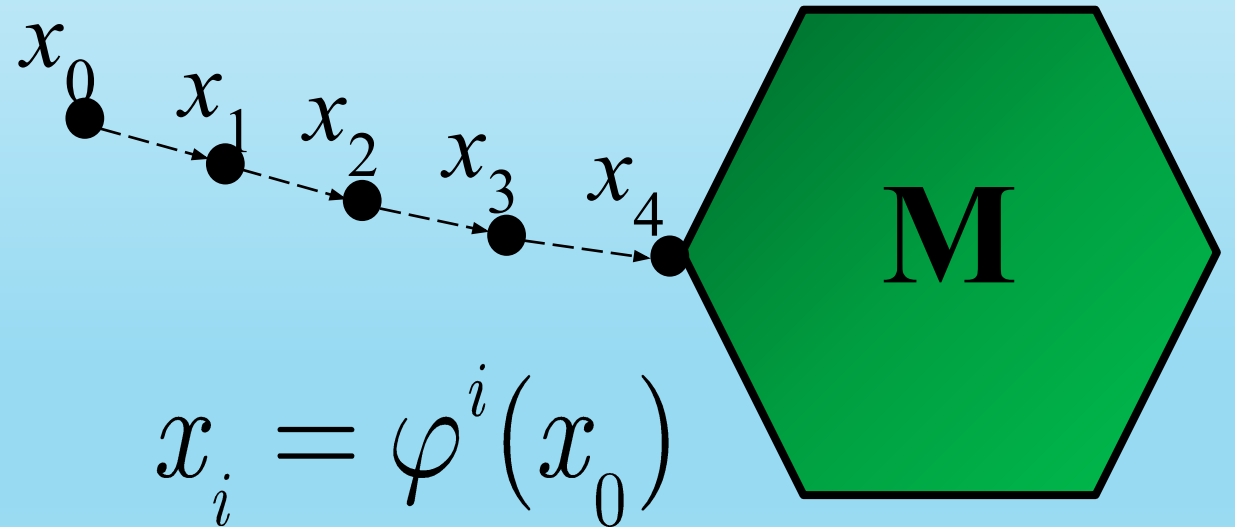
Фейеровский процесс

•

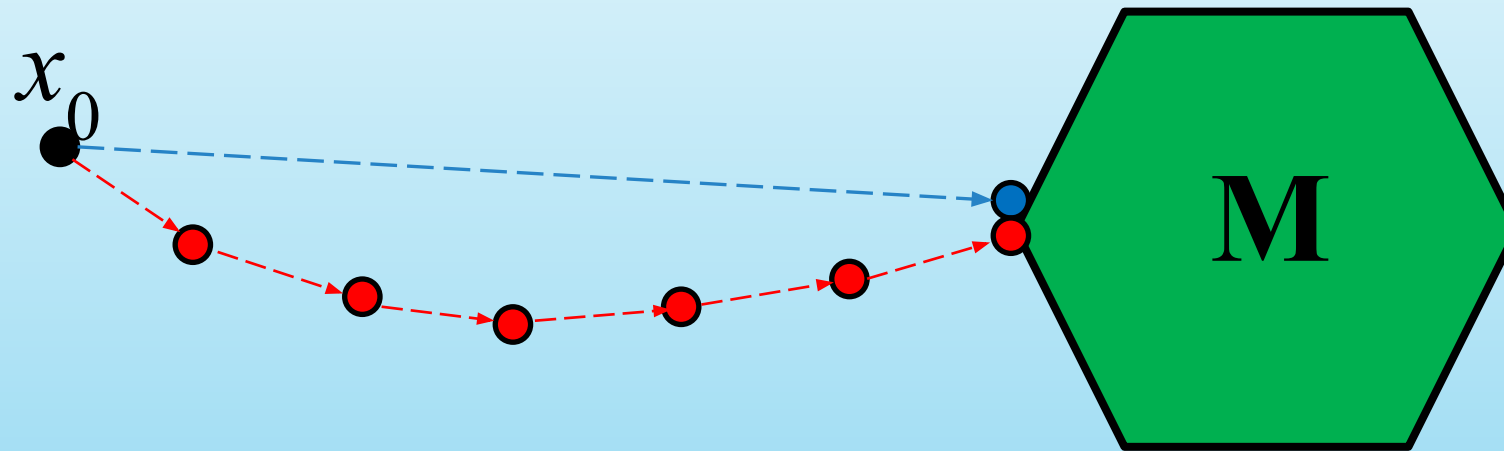
$$\varphi^s(x) = \varphi \dots \varphi(x).$$

$$x_0 \in R^n$$

$$\{\varphi^s(x_0)\}_{s=0}^{+\infty}$$



Псевдопроектирование

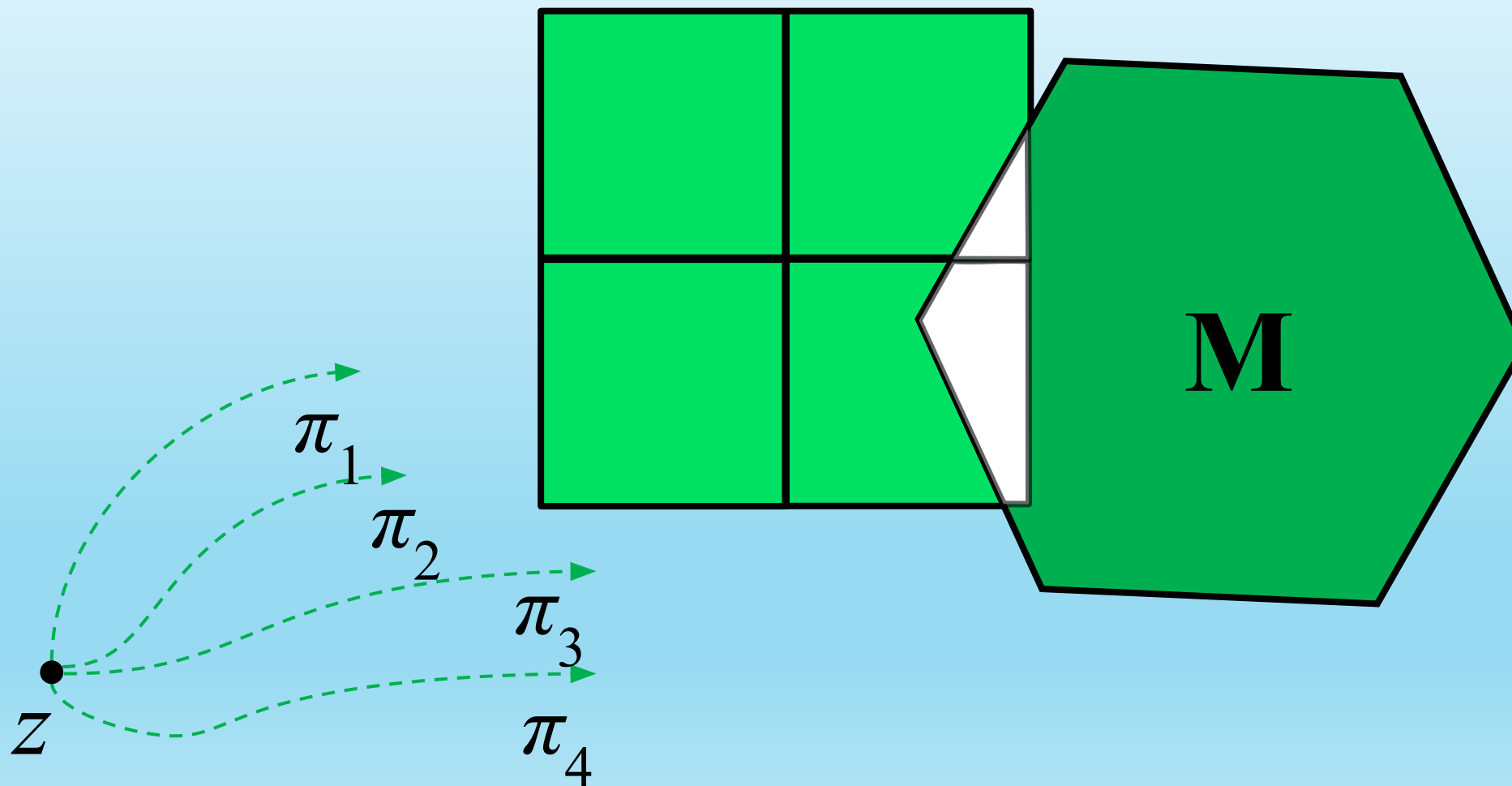


проектирование

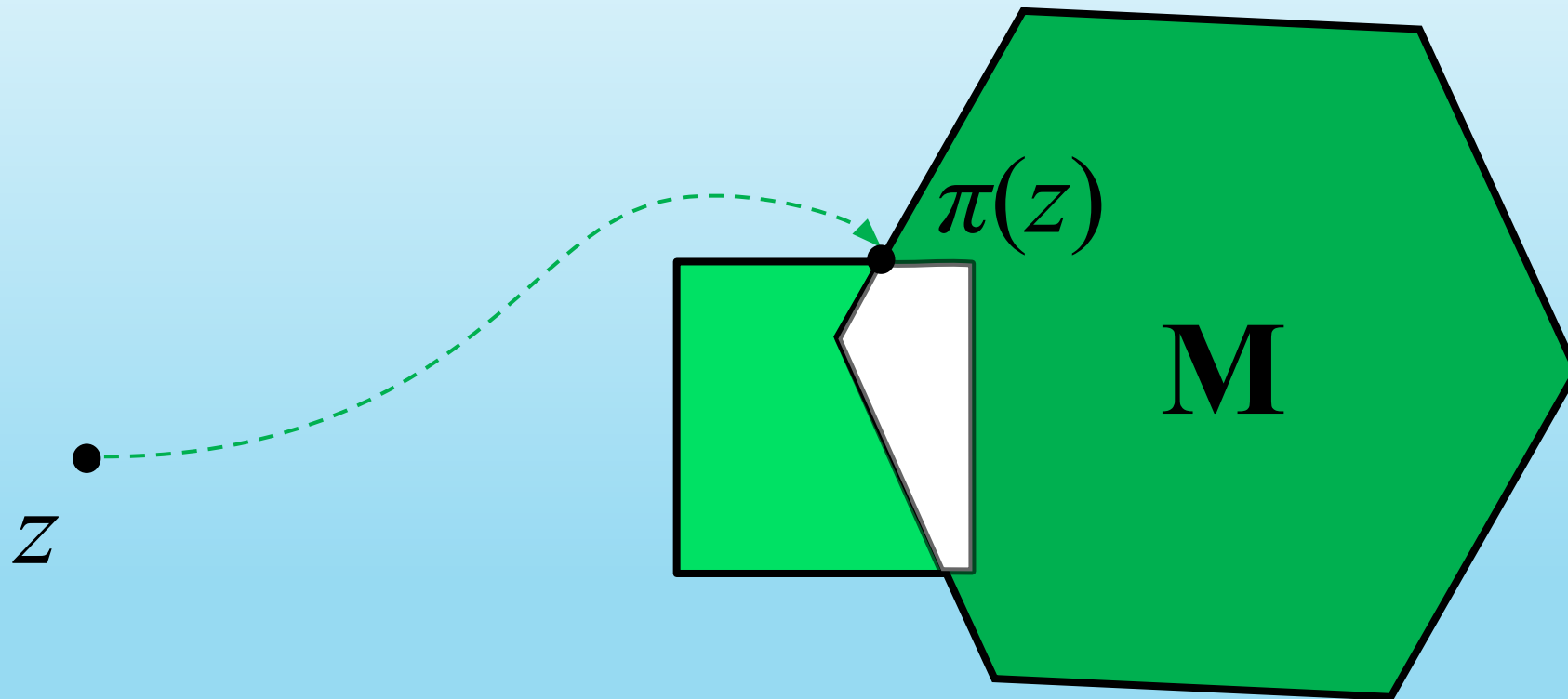


псевдопроектирование

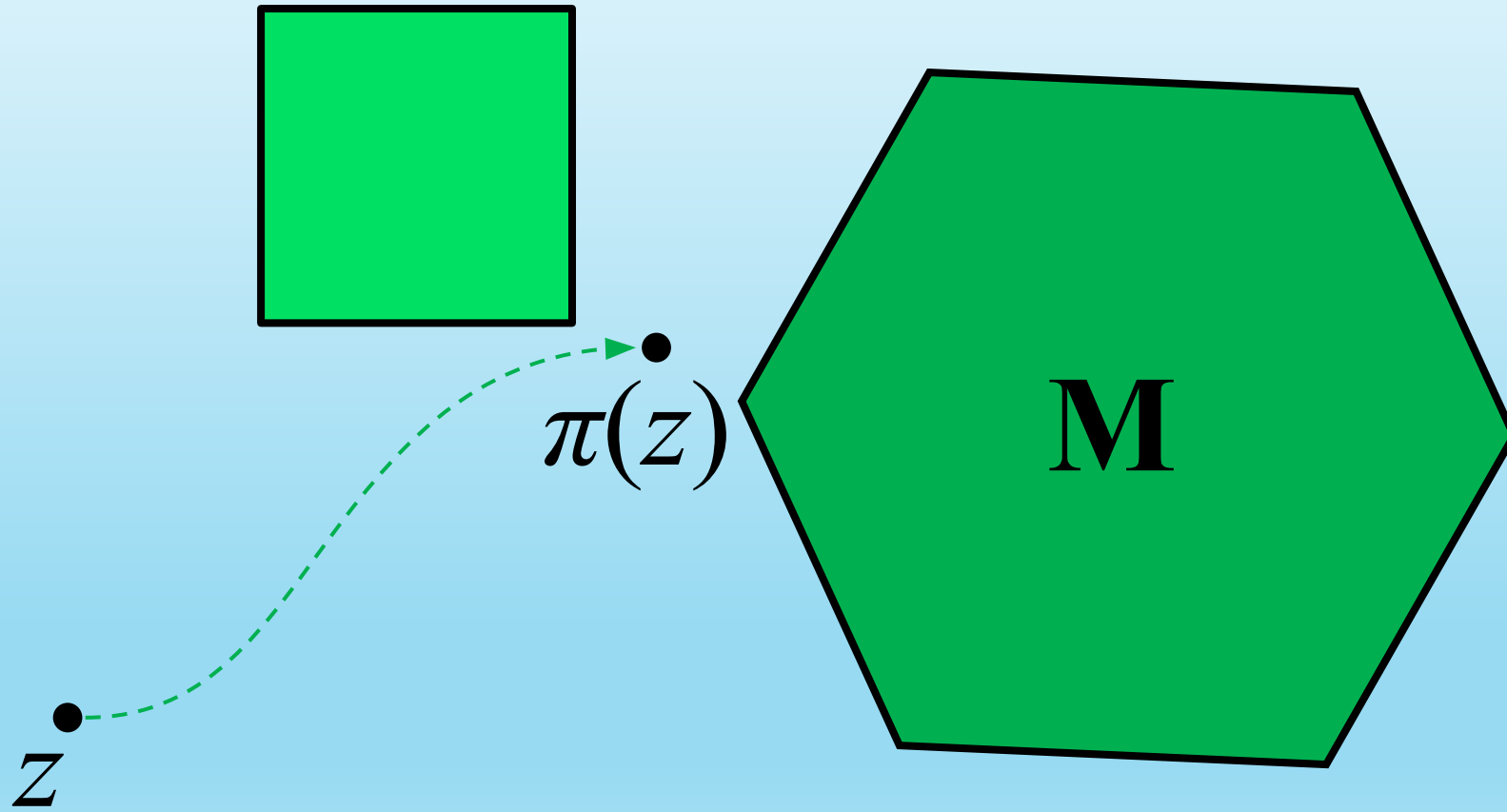
Идея алгоритма



Поведение при непустом пересечении



Поведение при пустом пересечении



Шаги алгоритма

- Первоначально выбирается кубическая область в виде сетки с длиной ребра r и нулевой вершиной в точке g , предварительно покрывающая многогранник M .
- Произвольно выбирается целевая точка $z = Tc$, расположенная вне сеточной области.
- Далее наша сеточная область разбивается на K ячеек.
- Внутри кубической сеточной области для всех ячеек считается псевдопроекция из точки z на пересечение ячейки с многогранником M . Если пересечение пусто, то подобные ячейки отбрасываются.
- Если множество псевдопроекций получилось пустое, в таком случае мы увеличиваем размер сеточной области в w раз и затем возвращаемся на шаг 2.
- В случае если мы получили непустое множество псевдопроекций, то вычисляем на нем максимум целевой функции.
- Если полученное расстояние от точки в которой достигается максимум целевой функции до центра сеточной области менее $\frac{1}{4}r$, то длину ребра сеточной области r уменьшаем в 2 раза.
- Если полученное расстояние от точки в которой достигается максимум целевой функции до центра сеточной области превышает $\frac{3}{4}r$, то длину ребра сеточной области r увеличиваем в 1.5 раза.
- Теперь центр сеточной области перемещается в центр ячейки, в которой был достигнут максимум целевой функции, далее процесс повторяется с переходом на шаг 2.

Программная реализация

Написана программа «SSA» на языке программирования C++, реализующая сеточный следящий алгоритм решения задачи линейного программирования.

Модуль 1: строит кубическую область в виде сетки длиной ребра r предварительно покрывающую область многогранника M .

Модуль 2: находит псевдопроекцию из точки z на пересечение ячейки с многогранником M .

Модуль 3: проводит сравнение полученных данных и сдвигает центр сеточной области в центр ячейки с максимумом целевой функции.

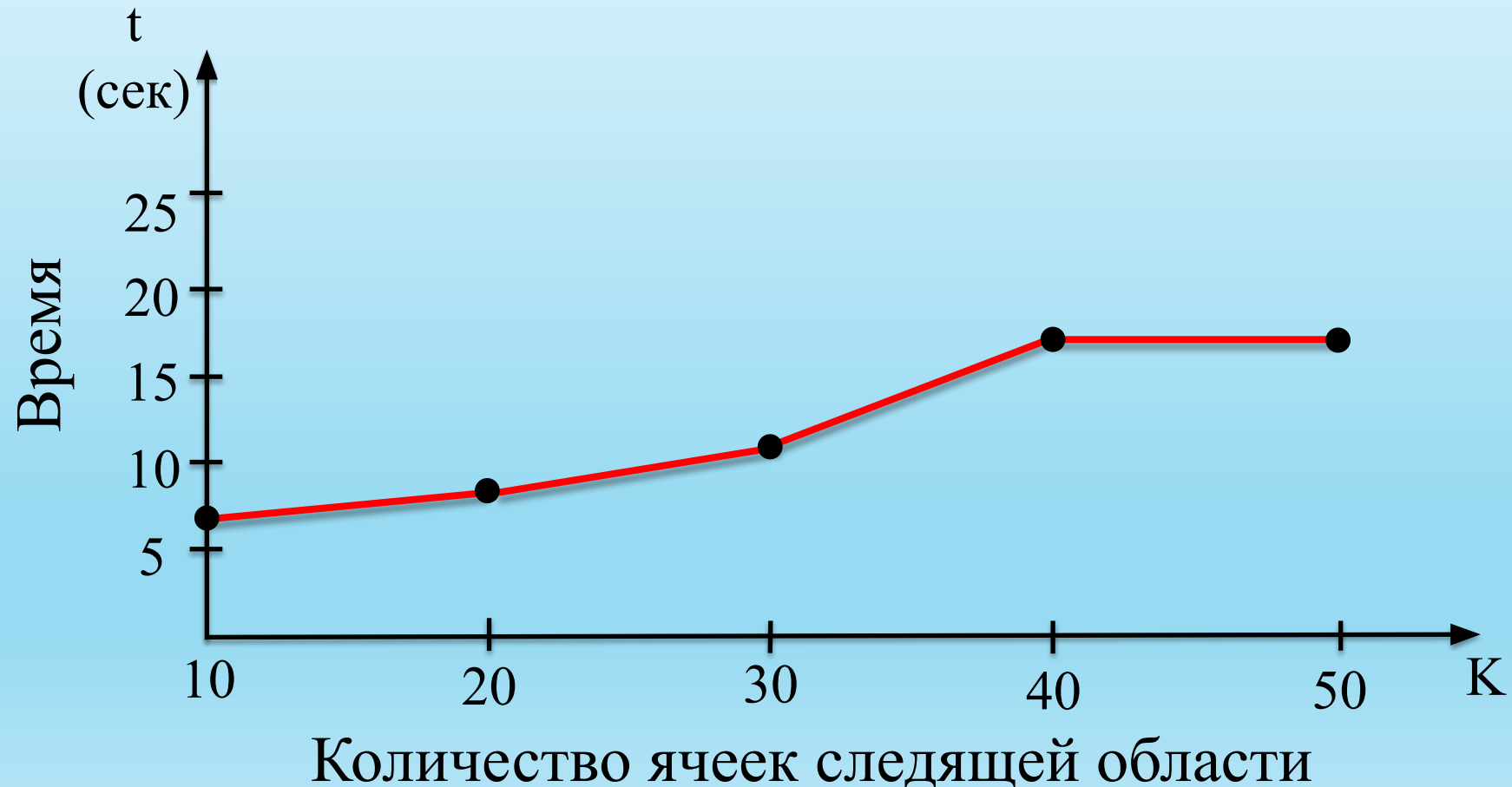
Модельный пример

$$F(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 3x_5 + x_7 + x_9 + x_{10} \geq 6 \\ 3x_1 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 2x_6 + x_7 \geq 3 \\ 2x_1 + 2x_3 + 4x_6 + 2x_8 + x_{10} \geq 4 \\ 4x_2 + x_3 + 2x_6 + 2x_7 + 2x_9 \geq 5 \\ 2x_1 + x_3 + x_5 + x_7 \geq 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_8 + 2x_{10} \geq 2 \\ 3x_1 + x_3 + 4x_5 + 3x_7 \geq 3 \\ x_2 + x_4 + 2x_8 + 5x_{10} \geq 4 \\ x_5 + 3x_7 + 4x_9 \geq 5 \\ x_1 + x_8 + 2x_{10} \geq 1 \\ x_{1-10} \geq 0 \end{array} \right.$$

Тестирование алгоритма

K – параметр алгоритма, первоначальное число ячеек сеточной области.



Результаты эксперимента

- Изучен сеточный следящий алгоритм для решения задач линейного программирования на базе фейеровских отображений.
- Написана программная реализация алгоритма на языке C++.
- Проведен вычислительный эксперимент по тестированию программной реализации на модельном примере и подбору параметра алгоритма K .

Спасибо за внимание!