ТОКИ И НАПРЯЖЕНИЯ

В ДЛИННЫХ ЛИНИЯХ

При анализе режимов работы линий относительно небольшой длины (до 200км) и относительно невысокого номинального напряжения (до 220 кВ) можно пренебречь токами «смещения», обусловленными ёмкостями между проводами, и токами «утечки», обусловленными проводимостью изоляции и короной.

Режим работы таких линий можно рассматривать на основе их схем замещения с сосредоточенными параметрами.

При больших длинах линий, высоких напряжениях и частотах пренебрегать токами «смещения» и токами «утечки» нельзя.

Таким образом очевидно, что ток в проводах линий будет иметь разное значение в отдельных сечениях. Изменение тока вызовет изменение напряжения вдоль линии.

Чтобы учесть непрерывное изменение напряжения и тока вдоль линии нужно считать, что каждый бесконечно малый элемент длины линии обладает активным сопротивлением и индуктивностью, а между проводами активной проводимостью и ёмкостью.

Линия с распределёнными параметрами – линия, в которой ток и напряжение непрерывно изменяются при переходе от одной точки линии к другой.

Будем считать линию однородной, то есть допустим, что активное сопротивление, индуктивность, активная проводимость и ёмкость равномерно распределены вдоль линии.

Передача электроэнергии связана с распространением электромагнитных волн вдоль проводов линий. Можно считать, что скорость их распространения равна скорости света. Тогда при частоте 50 Гц длина волны равна

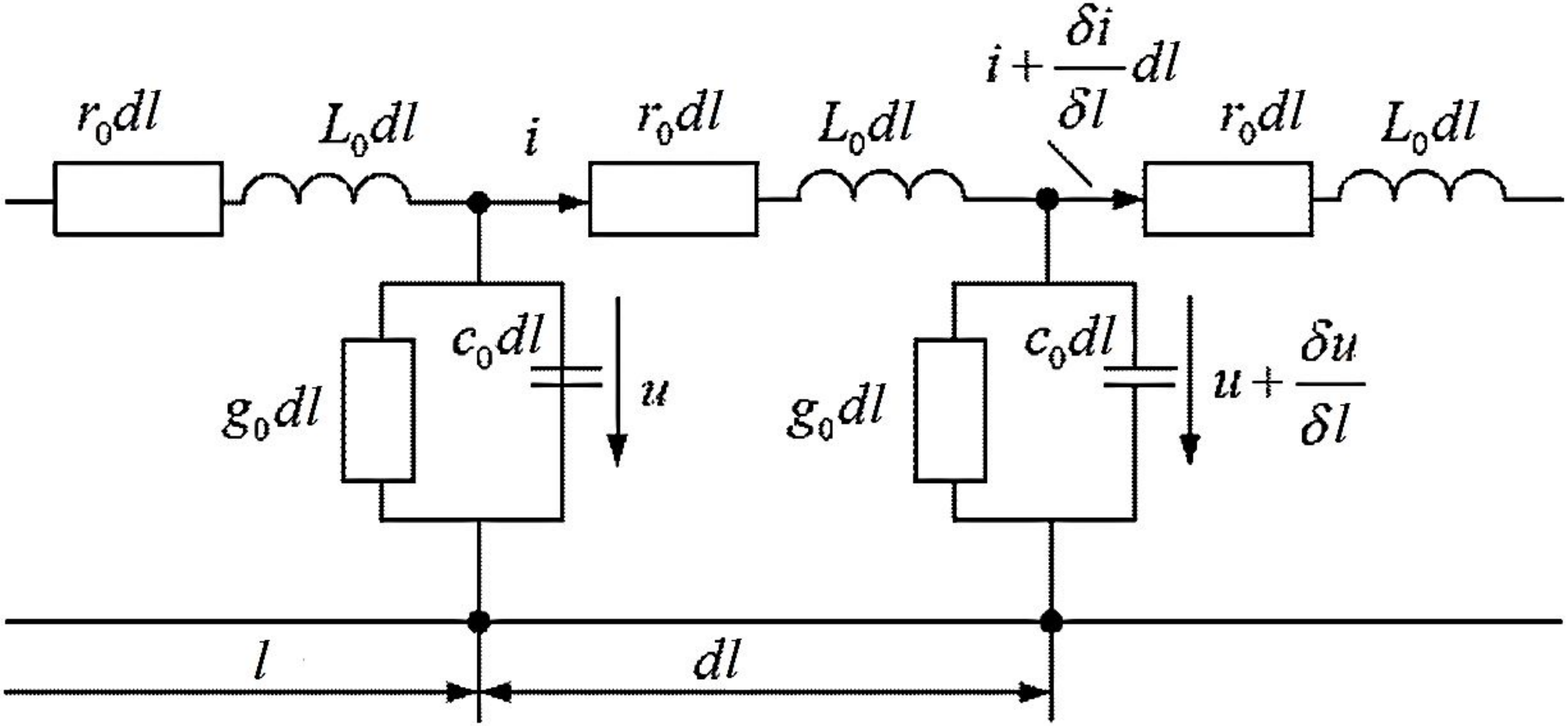
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300000}{50} = 6000 км.$$

Длинную линию можно представить в виде большого количества элементарных участков длиной dl.

Обозначим мгновенные значения напряжения и тока в начале участка через u и i, а в начале следующего участка через

$$u + \frac{\partial u}{\partial l} dl \text{ и } \qquad i + \frac{\partial i}{\partial l} .dl$$

Схема замещения элементарного участка линии.



Запишем уравнения по 1 и 2 закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} u - \left(u + \dfrac{\partial u}{\partial l} dl \right) = r_0 \cdot dl \cdot i + L_0 \cdot dl \cdot \dfrac{\partial}{\partial t} \left(i + \dfrac{\partial i}{\partial l} dl \right) \\ i = i + \dfrac{\partial i}{\partial l} dl + g_0 \cdot dl \cdot \left(u + \dfrac{\partial u}{\partial l} dl \right) + C_0 \cdot dl \cdot \dfrac{\partial}{\partial t} \left(u + \dfrac{\partial u}{\partial l} dl \right) \end{cases}$$

Раскрывая скобки, приводя подобные, пренебрегая малыми величинами и сокращая на dl , получаем:

$$\boxed{\begin{cases} -\dfrac{\partial u}{\partial l} = r_0 i + L_0 \dfrac{\partial i}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i}{\partial l} = g_0 u + C_0 \dfrac{\partial u}{\partial t} \end{cases}}$$

- телеграфные уравнения.

Решение в частных производных позволяет определить ток и напряжение в любой точке линии в зависимости от координаты и времени.

Если линия включена на синусоидальное напряжение, то от уравнений в частных производных можно перейти к уравнениям в простых производных:

$$\begin{cases} -\dfrac{d\underline{U}}{dl} = (r_0 + jx_0)\underline{I} \\ -\dfrac{d\underline{I}}{dl} = (g_0 + jb_0)\underline{U} \end{cases}$$

Так как в каждое из уравнений входят обе неизвестные величины, то переменные удобно разделить, для этого первое уравнение продифференцируем по dl, а dI/dl возьмем из второго уравнения. Аналогично поступим со вторым выражением.

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\underline{U}}{dl^2} = (r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)\cdot\underline{U} = \underline{Z}_0\cdot\underline{Y}_0\cdot\underline{U} \\ \dfrac{d^2\underline{I}}{dl^2} = (r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)\cdot\underline{I} = \underline{Z}_0\cdot\underline{Y}_0\cdot\underline{I} \end{cases}$$

Введём обозначения:

- Коэффициент распространения волны

$$\gamma_0 = \sqrt{(r_0 + jx_0)(q_0 + jb_0)} = \alpha_0 + j\beta_0$$

где $\alpha_0 = (3 \div 5) \cdot 10^{-5}$ 1/км – коэффициент затухания,

$\beta_0 = 0{,}06$ /км – коэффициент фазы.

- Волновая (электрическая) длинна линии:

$$\lambda_л = \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi l f}{v} = 2\pi f l \sqrt{LC} = \omega l \sqrt{L_0 C_0}, \qquad \lambda_л = \beta_0 \cdot$$

- Волновое сопротивление, Ом

$$Z_C = \sqrt{\frac{r_0 + jx_0}{g_0 + jb_0}} = Z_C e^{j\varphi_Z}$$

Если не учитывать активные сопротивления и проводимость, то

$$\gamma_0 = \sqrt{jx_0 \cdot jb_0} = j\omega\sqrt{L_0 \cdot C_0}.$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{r_0 + jx_0}{g_0 + jb_0}} = \sqrt{\frac{jx_0}{jb_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

Полученные ранее дифференциальные уравнения являются дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами.

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\underline{U}}{dl^2} = \underline{Z}_0 \cdot \underline{Y}_0 \cdot \underline{U}_0 = \underline{\gamma}_0^2 \cdot \underline{U}_0 \\ \dfrac{d^2\underline{I}}{dl^2} = \underline{Z}_0 \cdot \underline{Y}_0 \cdot \underline{I} = \underline{\gamma}_0^2 \cdot \underline{I} \end{cases}$$

Решение уравнений запишется в виде:

$$\begin{cases} \underline{U} = \underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}_0 l} + \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}_0 l} \\ \underline{I} = \dfrac{1}{\underline{Z}_C}(\underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}_0 l} - \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}_0 l}) \end{cases}$$

Для определения A_1 и A_2 примем за основу режим тока и напряжения в начале линии. Тогда получим:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 \\ \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_1 = \underline{A}_1 - \underline{A}_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \underline{A}_1 = \dfrac{\underline{U}_1 + \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_1}{2} \\ \underline{A}_2 = \dfrac{\underline{U}_1 - \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_1}{2} \end{cases}$$

Подставим полученные выражения в исходное решение.

$$\begin{cases} \underline{U} = \frac{1}{2}(\underline{U_1} + \underline{Z_c} \cdot \underline{I_1}) \cdot e^{-\gamma_0 l} + \frac{1}{2}(\underline{U_1} - \underline{Z_c} \cdot \underline{I_1}) \cdot e^{\gamma_0 l} \\ \underline{I} = \frac{1}{2}(\underline{I_1} + \frac{\underline{U_1}}{\underline{Z_c}}) \cdot e^{-\gamma_0 l} + \frac{1}{2}(\underline{I_1} - \frac{\underline{U_1}}{\underline{Z_c}}) \cdot e^{\gamma_0 l} \end{cases}$$

В полученных выражениях

$$\begin{cases} \underline{U_\varphi} = \frac{1}{2}(\underline{U_1} + \underline{Z_c} \cdot \underline{I_1}) \cdot e^{-\gamma_0 l} \\ \underline{I_\varphi} = \frac{1}{2}(\underline{I_1} + \frac{\underline{U_1}}{\underline{Z_c}}) \cdot e^{-\gamma_0 l} \end{cases}$$

- прямые волны;

$$\begin{cases} \underline{U_\Psi} = \frac{1}{2}(\underline{U_1} - \underline{Z_c} \cdot \underline{I_1}) \cdot e^{\gamma_0 l} \\ \underline{I_\Psi} = \frac{1}{2}(\underline{I_1} - \frac{\underline{U_1}}{\underline{Z_c}}) \cdot e^{\gamma_0 l} \end{cases}$$

- обратные волны.

Учитывая, что $chx = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$ и s $hx = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$, получим:

$$\boxed{\begin{cases} \underline{U} = \underline{U}_1 \cdot \mathrm{c}\,h\gamma_0 l - \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_1 \cdot \mathrm{s}\,h\gamma_0 l \\ \underline{I} = \underline{I}_1 \cdot \mathrm{c}\,h\gamma_0 l - \dfrac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_C} \cdot \mathrm{s}\,h\gamma_0 l \end{cases}}$$

- уравнения по данным начала линии.

Аналогично можно вывести уравнения по данным конца:

$$\begin{cases} \underline{U} = \underline{U}_2 \cdot \mathrm{c}\,h\gamma_0 l + Z_C \cdot \underline{I}_2 \cdot \mathrm{s}\,h\gamma_0 l \\ \underline{I} = \underline{I}_2 \cdot \mathrm{c}\,h\gamma_0 l + \dfrac{\underline{U}_2}{Z_C} \cdot \mathrm{s}\,h\gamma_0 l \end{cases}$$

Если линия идеальна, то $e^{\gamma_0 l} = e^{\alpha_0 l} \cdot e^{j\beta_0 l} = \cos\beta_0 l + j\sin\beta_0 l$. Тогда уравнения по данным конца примут следующий вид:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos\beta_0 l + j\underline{Z}_C \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin\beta_0 l \\ \underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \cos\beta_0 l + j\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_C} \cdot \sin\beta_0 l \end{cases}$$