Системы счисления

Подготовил : Ганбаров Анар

Группа: ИТ11

АГУ

г. Астрахань 2016

Понятие системы счисления

Система счисления – это способ изображения чисел с помощью ограниченного набора символов, имеющих определенные количественные значения.

В позиционных системах счисления каждая цифра числа имеет определенный вес, зависящий от позиции цифры в последовательности, изображающей число. Позиция называется разрядом.

Понятие системы счисления

Позиционный ряд

- $$\mathbf{A_N} = a_{m-1}N^{m-1} + a_{m-2}N^{m-2} + \cdots + a_{-k}N^{-k} + a_{-k-1}N^{-k-1} \ldots$$

  , где a_{i} - i-тая цифра числа

  , где **m** – количество цифр в целой части

  , **k** – количество цифр в дробной части

  , **N** – основание системы счисления.

Пример разложения в позиционный ряд

- Разложить число $35{,}68_{10}$ в позиционный ряд:

1 0 -1 -2

3 5, 6 $=3*10^1+5*10^0+6*10^{-1}+8*10^{-2}$

Основные системы счисления

N=2 (Двоичная система счисления)	{0,1}
N=8 (Восьмеричная система счисления)	{0,1,2,3,4,5,6,7}
N=16 (Шестнадцатеричная система счисления)	**{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}** , где : A(10) , B(11), C(12), D(13) E(14), F(15)

*существуют и другие системы счисления, но в основном используют эти.

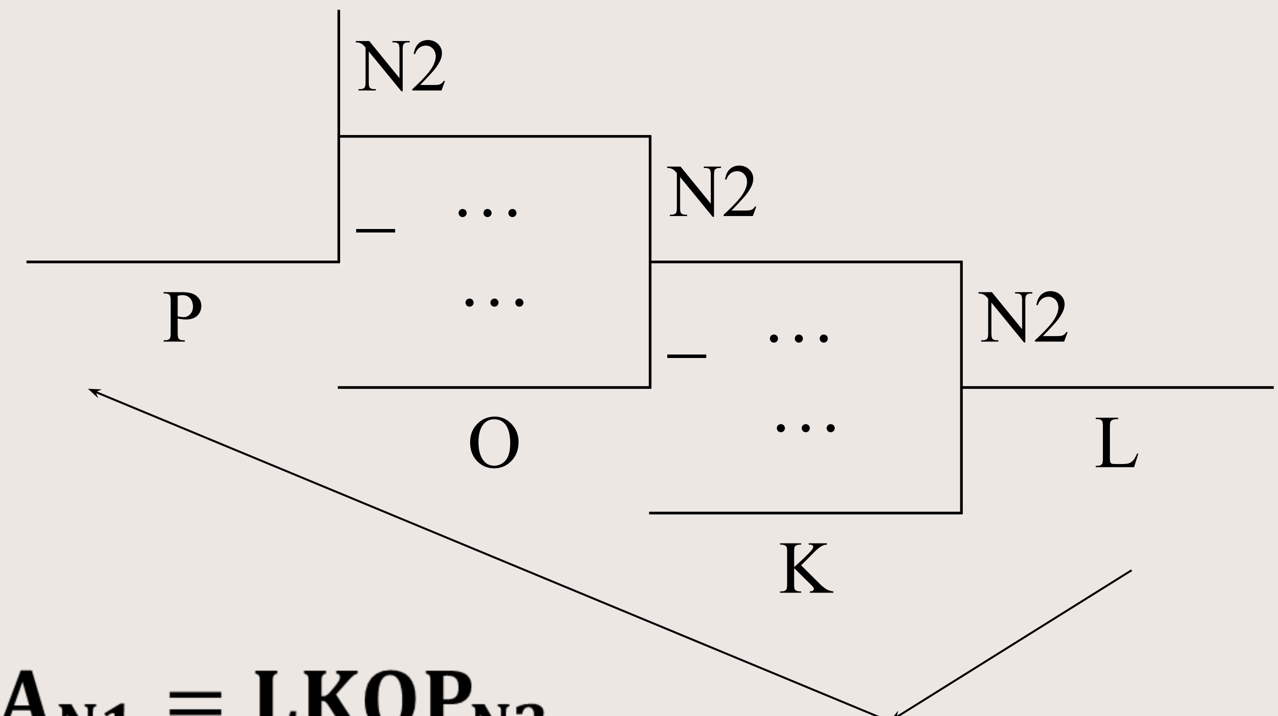
Перевод из одной системы счисления в другую

Правило перевода целых чисел

- Целое число с основанием N1 переводится в систему счисления с основанием N2 путем последовательного деления числа A_{N1} на основание N2 , записанного в виде числа с основанием N1 до получения остатка. Полученное частное вновь делиться на основание N2 ; процесс продолжается до тех пор, пока частное не станет меньше делителя. Полученные остатки от деления и последнее частное записывается в порядке, обратном полученному при делении. Сформированное число и будет являться числом с основанием N2 .

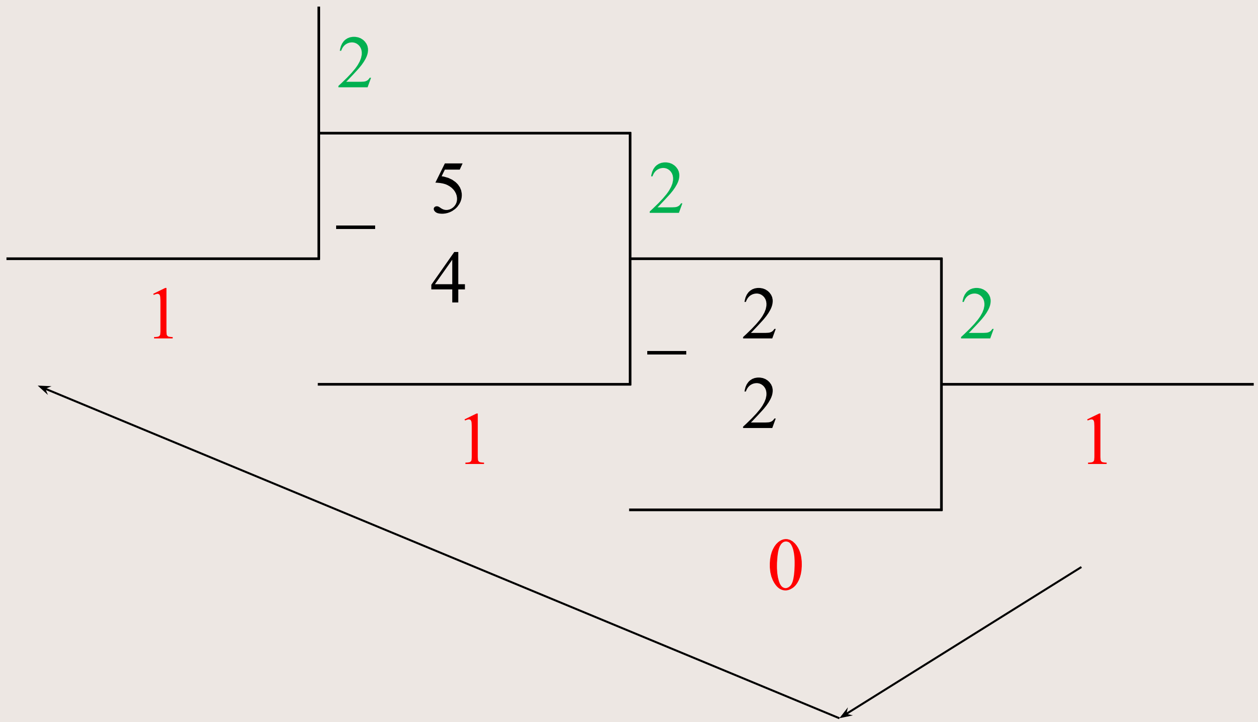
Правило перевода целых чисел

- $A_{N1} \to ?_{N2}$



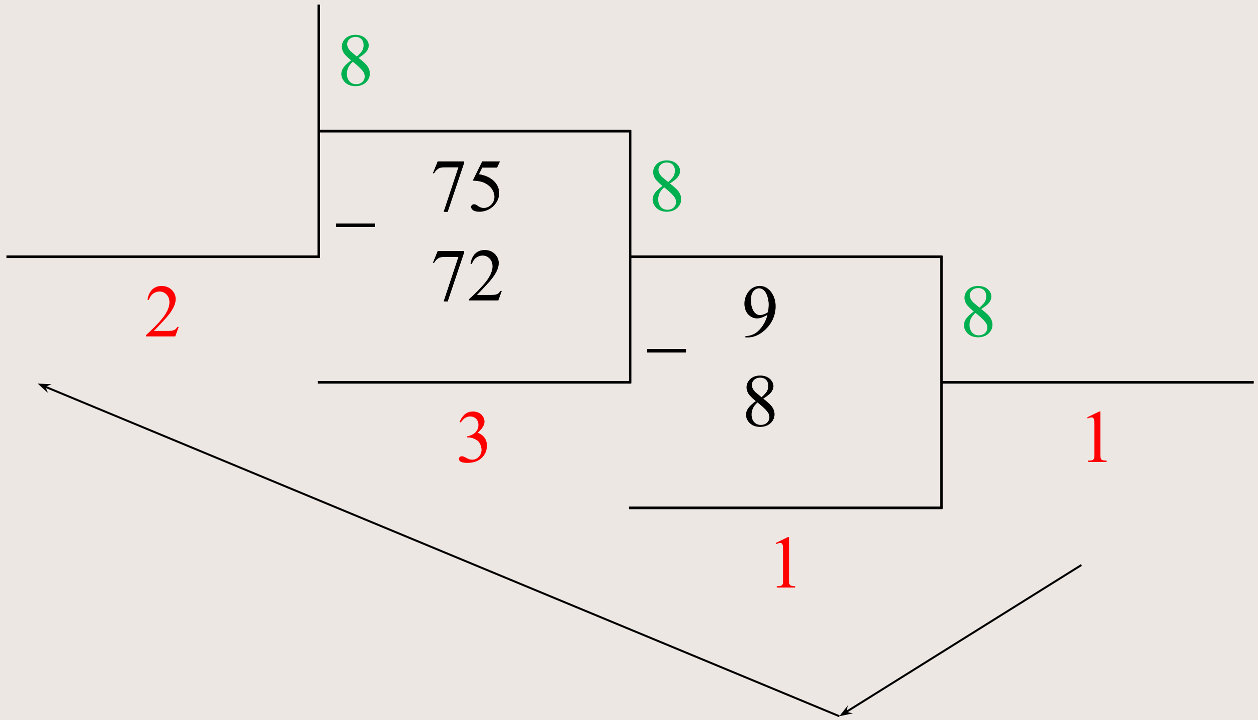
$$\mathbf{A_{N1} = LKOP_{N2}}$$

Правило перевода целых чисел (пример)



$A_{10} = 1011_2$

Правило перевода целых чисел (пример)



$602_{10} = 1132_8$

Правило перевода дробных чисел

- Дробное число с основание N1 переводится в систему счисления с основанием N2 путем последовательного умножения числа A_{N1} на основание N2 , записанного в виде числа с основанием N1 . При каждом умножении целая часть произведения берется в виде очередной цифры соответствующего разряда, а оставшаяся дробная часть принимается за новое множимое. Число умножений определяет разрядность полученного результата, представляющего число A_{N1} в системе счисления N2 .

Правило перевода дробных чисел (пример для двоичной)

- Пример :

$0{,}354_{10} = ?_2$

Вместо 10-ки и 2-ки могут быть любые другие системы счисления.

$0{,}354 * 2 = 0{,}708$

$0{,}708 * 2 = 1{,}416$

$0{,}416 * 2 = 0{,}832$

$0{,}832 * 2 = 1{,}664$

Ответ : $0{,}354_{10} = 0{,}0101_2$

Правило перевода дробных чисел (пример для 8-ричной)

- Пример :

$0{,}354_{10}=?_8$

Вместо 10-ки и 8-ки могут быть любые другие системы счисления.

$0{,}354 * 8 = 2{,}832$

$0{,}832 * 8 = 6{,}656$

$0{,}656 * 8 = 5{,}248$

$0{,}248 * 8 = 1{,}984$

Ответ : $0{,}354_{10}=0{,}2651_8$

Правило перевода дробных чисел (пример для 16-ричной)

- Пример :

$0{,}354_{10}=?_{16}$

Вместо 10-ки и 16-ти могут быть любые другие системы счисления.

$0{,}354 * 16 = 5{,}664$

$0{,}664 * 16 = 10{,}624$ (10=A)

$0{,}624 * 16 = 9{,}984$

$0{,}984 * 16 = 15{,}744$ (15=F)

Ответ : $0{,}354_{10}=0{,}5A9F_{16}$

Точность перевода

Точность перевода

- $$A_N \to B_n$$

k - количество разрядов дробной части

Δ - точность перевода

$$k \geq \frac{\log_n \frac{1}{\Delta}}{\log_n N}$$

Точность перевода

- Математическая формула :

$$\frac{\log_{\mathrm{a}} \mathrm{b}}{\log_{\mathrm{a}} \mathrm{c}} = \log_c b$$

Отсюда следует :

$$\mathrm{k} \geq \frac{\log_{\mathrm{n}} \frac{1}{\Delta}}{\log_{\mathrm{n}} N} \Rightarrow \mathrm{k} \geq \log_N \frac{1}{\Delta}$$

Точность перевода (пример)

- Задание:

Перевести число $A_2 \to B_{10}$ с $\Delta=0{,}01$

Решение:

$$k \geq \frac{\log_{10}\frac{1}{\Delta}}{\log_{10} 2} \Rightarrow k \geq \log_2 \frac{1}{0{,}01} \geq \log_2 100 \geq 7$$

Т.е. для перевода из двоичной системы счисления в десятеричную , с точностью 0,01 надо в двоичной системе счисления после запятой взять 7 цифр.

Точность перевода (пример 2)

- Нам известно: $162{,}354_{10} = 242{,}2651_8$

Перевести число $242{,}2651_8$ в A_{10} с точностью 0,01.

$$k \geq \frac{\log_{10}\frac{1}{\Delta}}{\log_{10} 8} \Rightarrow k \geq \log_8 \frac{1}{0{,}01} \geq \log_8 100 \geq 3$$

Значит надо в 8-ричной взять 3 цифры.

$242{,}265_8 = 162{,}353514_{10}$ (точность 0,01)

~~$242{,}26_8 = 162{,}3437_{10}$~~ (точность 0,1)

Метод прямого перевода двоичных восьмеричных и шестнадцатеричных чисел

$A_{16} \rightarrow A_2$

- $A_{16} = 27{,}35C$

Каждую цифру числа «А» записываем тетрадами (переводим в двоичный код используя 4 бита)

0010	0111	,	0011	0101	1100
2	7	,	3	5	C

$$27{,}35C_{16} = 0010\ 0111\ ,0011\ 0101\ 1100_2$$

$A_8 \rightarrow A_2$

- $A_8 = 47{,}153$

Каждую цифру числа «А» записываем триадами (переводим в двоичный код используя 3 бита)

100	111	,	001	101	011
4	7	,	1	5	3

$$47{,}153_8 = 100\ 111\,,001\ 101\ 011_2$$

Метод обратного перевода двоичных восьмеричных и шестнадцатеричных чисел

$A_2 \rightarrow A_{16}$

- $A_2 = 100111{,}00110101$

Каждые 4 цифры (тетрады) переводим в число , начинаем считать от запятой в разные стороны. Если не хватает цифр , то можно дописывать НУЛИ слева в целой части и справа в дробной .

0010	0111	,	0011	0101
2	7	,	3	5

$$0010\ 0111{,}0011\ 0101_2 = 27{,}35_{16}$$

$A_2 \rightarrow A_8$

- $A_2 = 100111{,}00110101$

Каждые 3 цифры (триады) переводим в число , начинаем считать от запятой в разные стороны. Если не хватает цифр , то можно дописывать НУЛИ слева в целой части и справа в дробной .

100	111	,	001	101	010
4	7	,	1	5	2

$$100\ 111{,}001\ 101\ 010_2 = 47{,}152_8$$