

Системы счисления

Подготовил : Ганбаров Анар

Группа: ИТ11

АГУ

г. Астрахань 2016

Понятие системы счисления

Система счисления – это способ изображения чисел с помощью ограниченного набора символов, имеющих определенные количественные значения.

В позиционных системах счисления каждая цифра числа имеет определенный вес, зависящий от позиции цифры в последовательности, изображающей число. Позиция называется разрядом.

Понятие системы счисления

Позиционный ряд

- $$A_N = a_{m-1}N^{m-1} + a_{m-2}N^{m-2} + \dots + a_{-k}N^{-k} + a_{-k-1}N^{-k-1} \dots$$

, где a_i - i -тая цифра числа

, где m – количество цифр в целой части

, k – количество цифр в дробной части

, N – основание системы счисления.

Пример разложения в позиционный ряд

Разложить число $35,68_{10}$ в позиционный ряд:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 5, & 6 & \\ = 3 * 10^1 & + 5 * 10^0 & + 6 * 10^{-1} & + 8 * 10^{-2} \end{array}$$

Основные системы счисления

N=2 (Двоичная система счисления)	{0,1}
N=8 (Восьмеричная система счисления)	{0,1,2,3,4,5,6,7}
N=16 (Шестнадцатеричная система счисления)	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F} , где : A(10) , B(11), C(12), D(13) E(14), F(15)

*существуют и другие системы счисления, но в основном используют эти.

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The title is written in blue, bold, serif font in the center of the page.

Перевод из одной системы счисления в другую

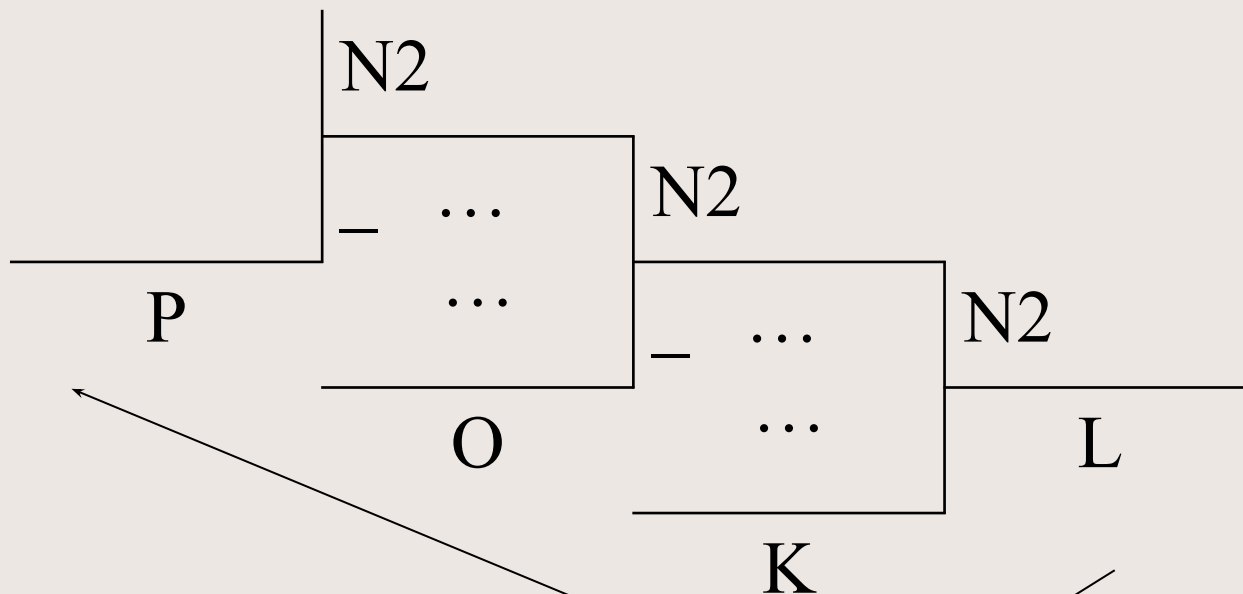
Правило перевода целых чисел

Целое число с основанием N_1 переводится в систему счисления с основанием N_2 путем последовательного деления числа A_{N_1} на основание N_2 , записанного в виде числа с основанием N_1 до получения остатка.

Полученное частное вновь делится на основание N_2 ; процесс продолжается до тех пор, пока частное не станет меньше делителя. Полученные остатки от деления и последнее частное записывается в порядке, обратном полученному при делении. Сформированное число и будет являться числом с основанием N_2 .

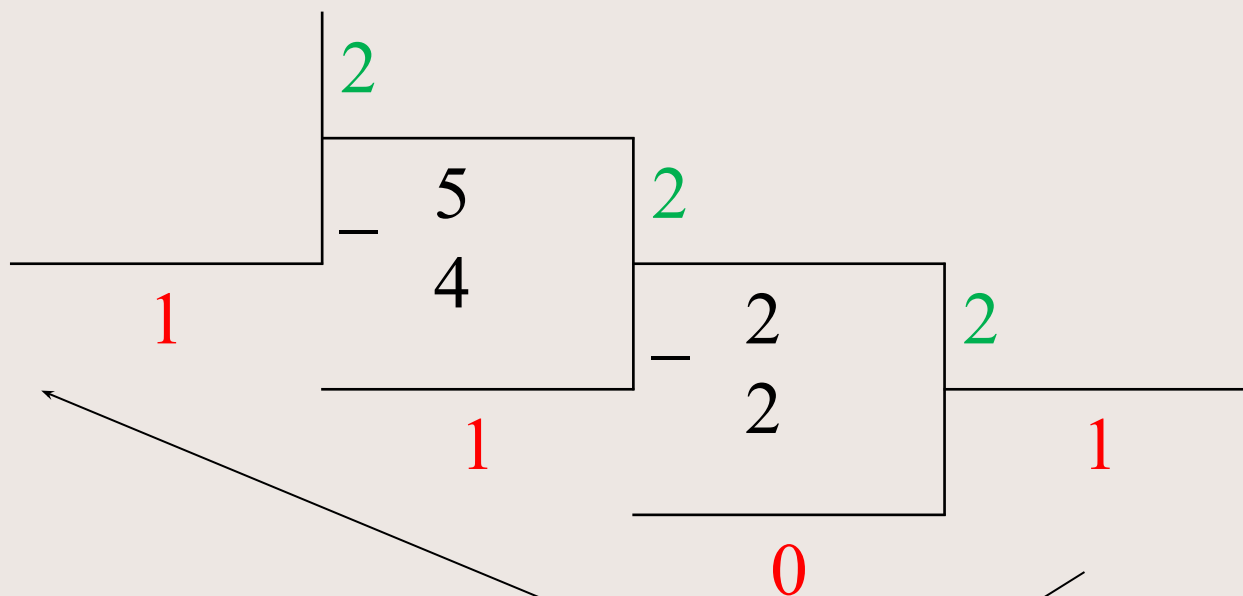
Правило перевода целых чисел

• $A_{N1} \rightarrow ?_{N2}$



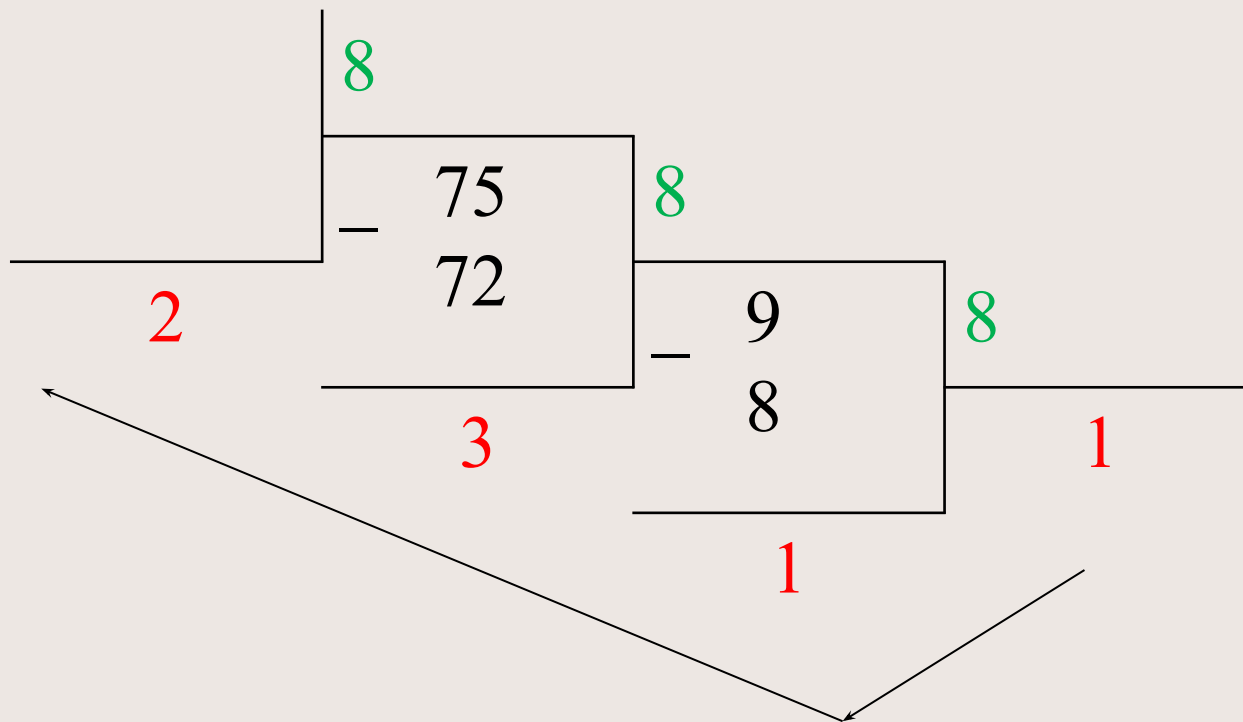
$A_{N1} = LKOP_{N2}$

Правило перевода целых чисел (пример)



$$A_{10} = 1011_2$$

Правило перевода целых чисел (пример)



$$602_{10} = 1132_8$$

Правило перевода дробных чисел

Дробное число с основанием N_1 переводится в систему счисления с основанием N_2 путем последовательного умножения числа A_{N_1} на основание N_2 , записанного в виде числа с основанием N_1 . При каждом умножении целая часть произведения берется в виде очередной цифры соответствующего разряда, а оставшаяся дробная часть принимается за новое множимое. Число умножений определяет разрядность полученного результата, представляющего число A_{N_1} в системе счисления N_2 .

Правило перевода дробных чисел (пример для двоичной)

Пример :

$$0,354_{10}=?_2$$

Вместо 10-ки и 2-ки
могут быть любые другие
системы счисления.

$$0,354 * 2 = 0,708$$

$$0,708 * 2 = 1,416$$

$$0,416 * 2 = 0,832$$

$$0,832 * 2 = 1,664$$

↓

$$\text{Ответ : } 0,354_{10}=0,0101_2$$

Правило перевода дробных чисел (пример для 8-ричной)

Пример :

$$0,354_{10}=?_8$$

Вместо 10-ки и 8-ки
могут быть любые другие
системы счисления.

$$0,354 * 8 = 2,832$$

$$0,832 * 8 = 6,656$$

$$0,656 * 8 = 5,248$$

$$0,248 * 8 = 1,984$$

↓

$$\text{Ответ : } 0,354_{10}=0,2651_8$$

Правило перевода дробных чисел (пример для 16-ричной)

Пример :

$$0,354_{10}=?_{16}$$

Вместо 10-ки и 16-ти
могут быть любые другие
системы счисления.

$$0,354 * 16 = 5,664$$

$$0,664 * 16 = 10,624 \quad (10=A)$$

$$0,624 * 16 = 9,984$$

$$0,984 * 16 = 15,744 \quad (15=F)$$

Ответ : $0,354_{10}=0,5A9F_{16}$

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The text "Точность перевода" is written in the center in a blue, serif font.

Точность перевода

Точность перевода

- $A_N \rightarrow B_n$

k - количество разрядов дробной части

Δ - точность перевода

$$k \geq \frac{\log_n \frac{1}{\Delta}}{\log_n N}$$

Точность перевода

Математическая формула :

$$\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$$

Отсюда следует :

$$k \geq \frac{\log_n \frac{1}{\Delta}}{\log_n N} \Rightarrow k \geq \log_N \frac{1}{\Delta}$$

Точность перевода (пример)

Задание:

Перевести число $A_2 \rightarrow B_{10}$ с $\Delta=0,01$

Решение:

$$k \geq \frac{\log_{10} \frac{1}{\Delta}}{\log_{10} 2} \Rightarrow k \geq \log_2 \frac{1}{0,01} \geq \log_2 100 \geq 7$$

Т.е. для перевода из двоичной системы счисления в десятичную, с точностью 0,01 надо в двоичной системе счисления после запятой взять 7 цифр.

Точность перевода (пример 2)

Нам известно: $162,354_{10} = 242,2651_8$

Перевести число $242,2651_8$ в A_{10} с точностью 0,01.

$$k \geq \frac{\log_{10} \frac{1}{\Delta}}{\log_{10} 8} \Rightarrow k \geq \log_8 \frac{1}{0,01} \geq \log_8 100 \geq 3$$

Значит надо в 8-ричной взять 3 цифры.

$$242,265_8 = 162,353514_{10} \text{ (точность 0,01)}$$

$$\cancel{242,26_8} = \cancel{162,3437}_{10} \text{ (точность 0,1)}$$

**Метод прямого перевода
двоичных
восьмеричных
и шестнадцатеричных чисел**

$A_{16} \rightarrow A_2$

- $A_{16} = 27,35C$

Каждую цифру числа «A» записываем тетрадами (переводим в двоичный код используя 4 бита)

0010	0111	,	0011	0101	1100
2	7	,	3	5	C

$$27,35C_{16} = 0010\ 0111\ ,\ 0011\ 0101\ 1100_2$$

$$A_8 \rightarrow A_2$$

- $A_8 = 47,153$

Каждую цифру числа «A» записываем триадами (переводим в двоичный код используя 3 бита)

100	111	,	001	101	011
4	7	,	1	5	3

$$47,153_8 = 100\ 111,001\ 101\ 011_2$$

**Метод обратного перевода
двоичных
восьмеричных
и шестнадцатеричных чисел**

$$A_2 \rightarrow A_{16}$$

- $A_2 = 100111,00110101$

Каждые 4 цифры (**тетрады**) переводим в число, начинаем считать от запятой в разные стороны. Если не хватает цифр, то можно дописывать НУЛИ слева в целой части и справа в дробной.

0010	0111	,	0011	0101
2	7	,	3	5

$$0010\ 0111,0011\ 0101_2 = 27,35_{16}$$

$$A_2 \rightarrow A_8$$

- $A_2 = 100111,00110101$

Каждые 3 цифры (**триады**) переводим в число, начинаем считать от запятой в разные стороны. Если не хватает цифр, то можно дописывать НУЛИ слева в целой части и справа в дробной.

100	111	,	001	101	010
4	7	,	1	5	2

$$100\ 111,001\ 101\ 010_2 = 47,152_8$$