
Визуализация 3М сцен

Real



Simulated



Будак Владимир Павлович,

НИУ «МЭИ»

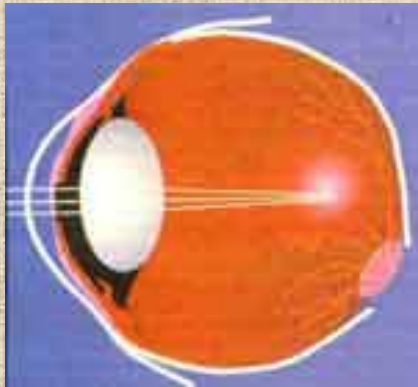
кафедра светотехники

☐: +7 (495) 763-5239

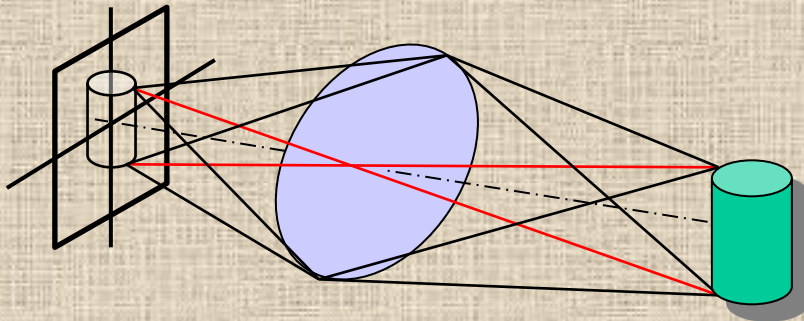
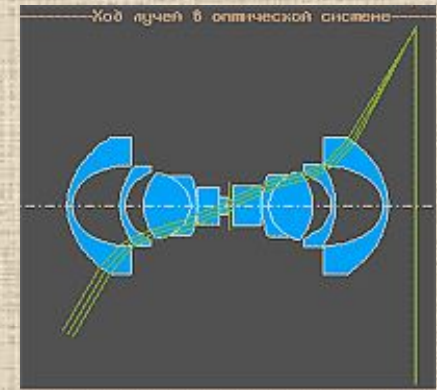
BudakVP@mpei.ru



Реалистическое изображение



- реалистическое воспроизведение = восприятие реального объекта глазом
- механизм восприятия глазом человека изучен весьма приблизительно
- мы уверенно судим о незнакомых объектах по фотографии
- фотореалистическое изображение = фотография объекта

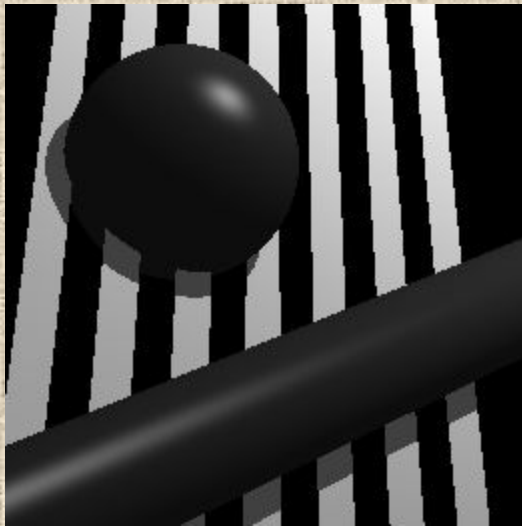


- Отображение углового распределения яркости на входном зрачке – свертка
- Центральная (перспективная) проекция
- Двумерное пространство (2М) изображения на экране - растр
- Трехмерное пространство (3М) объектов визуализации в памяти компьютера – модель, вектор

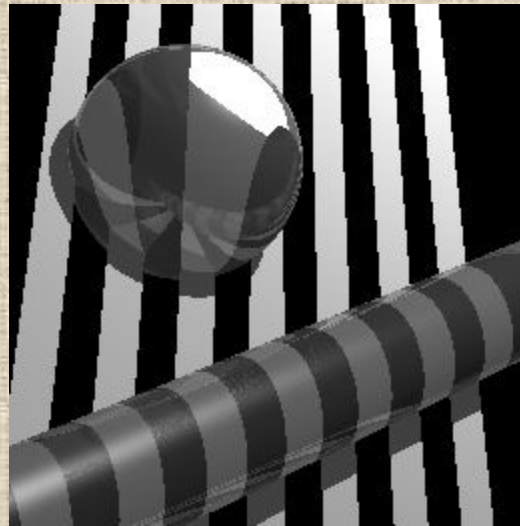
Компьютерная графика – визуализация распределения яркости объектов в трехмерном пространстве

Роль многократных переотражений

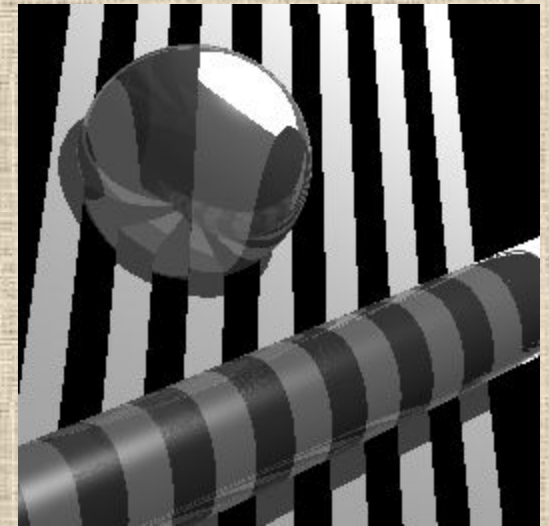
Однократное
отражение



8 кратностей
переотражений



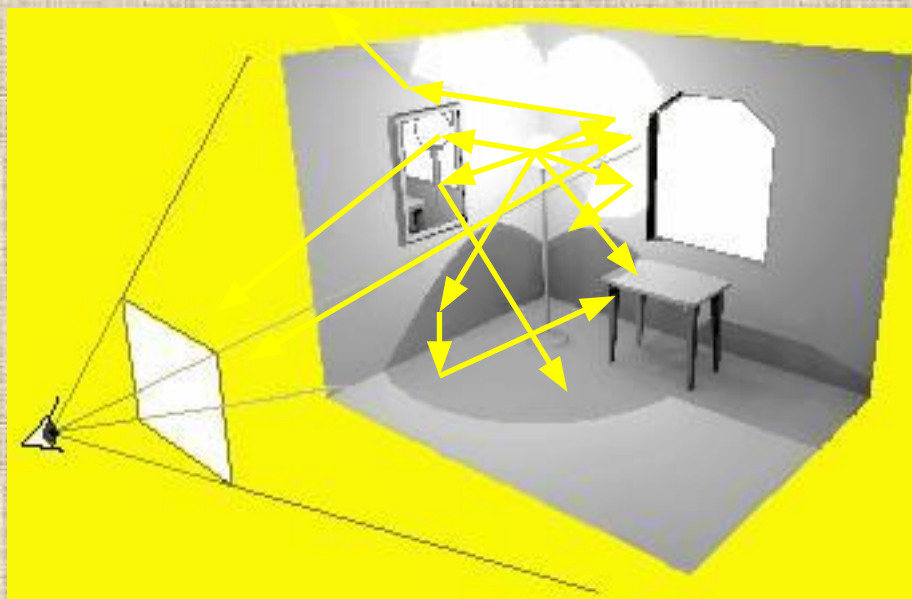
64 кратности
переотражений



- *Локальное освещение* (local illumination) - полное пренебрежение эффектами переотражений поверхностями освещаемых объектов
- *Глобальное освещение* (global illumination) - включает все возможные акты переотражений и пропускания света объектами

Банальности повседневной жизни - сложнейшая математическая задача

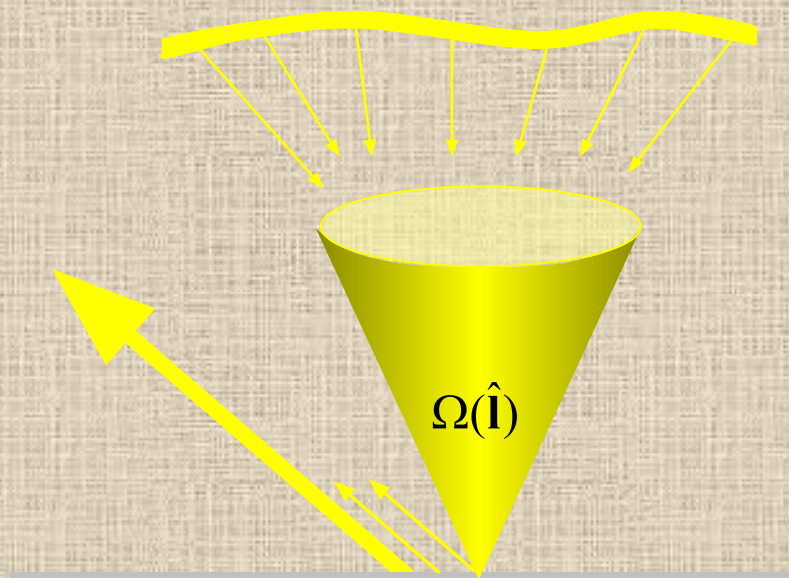
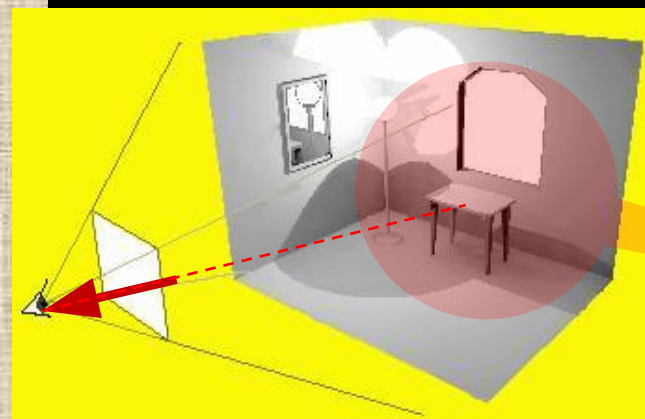
Глобальное освещение



- Изменяется содержание всех фотометрических понятий:
 - Светимость – поверхностная плотность светового потока, излучаемого поверхностью
 - Но в нашем случае все фотометрические величины в случае многократных переотражений связаны не только с самосвечением объектов, но и отражением
 - Любое изменение в сцене (перестановка объектов, удаление или внесение новых) приводит к изменению яркости и светимости выделенной точки поверхности
-
- Однако с точки зрения визуализации нам и не существенна яркость поверхностей объектов сцены, нам, по сути, важна распределение яркости на входном зрачке объектива
 - Поскольку положение камеры может меняться, и в общем случае мы хотели бы иметь визуализацию сцены при любом положении камеры, то нам надо знать поле яркости в произвольной точке сцены

Глобальное освещение (все эффекты) требует уточнения объектов – трехмерная сцена наблюдения

Яркость объекта при глобальном освещении



$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int_{(4\pi)} L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\hat{\mathbf{l}}'$$

$\rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}})$ – коэффициент яркости *при направленном освещении*

BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*)
в литературе по теплотехнике и компьютерной графике

Описание отражения в фотометрии

Коэффициент отражения и коэффициент яркости

Коэффициент отражения ρ определяется (МСС, 20-040) как отношение отраженного потока Φ_r к упавшему Φ_i :

$$\rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_i}$$

Коэффициент яркости β определяется (МСС, 20-200) как отношение яркости отраженного излучения в данном направлении объекта к яркости идеальной диффузной пластины, находящейся *в тех же условиях освещения*:

$$\beta(\hat{\mathbf{l}}) = \frac{L_r(\hat{\mathbf{l}})}{L_d}$$

$$\beta_{\perp}(\hat{\mathbf{l}}) = \frac{L_r(\hat{\mathbf{l}})}{L_d} \equiv r^*(\hat{\mathbf{l}}), \quad \beta(\hat{\mathbf{l}}_0, \hat{\mathbf{l}}) = \frac{L_r(\hat{\mathbf{l}})}{L_d}$$

$$L_r(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = \frac{1}{\pi} \int_{(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}') \geq 0} \beta(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}}) L_i(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') (\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}') d\hat{\mathbf{l}}'$$

$$\beta(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}}) \equiv \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}}) = r^*(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') p(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}}), \quad \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_+} p(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') (\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}') d\hat{\mathbf{l}}' = 1, \quad \rho(\hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}}) = \rho(-\hat{\mathbf{l}}, -\hat{\mathbf{l}}')$$

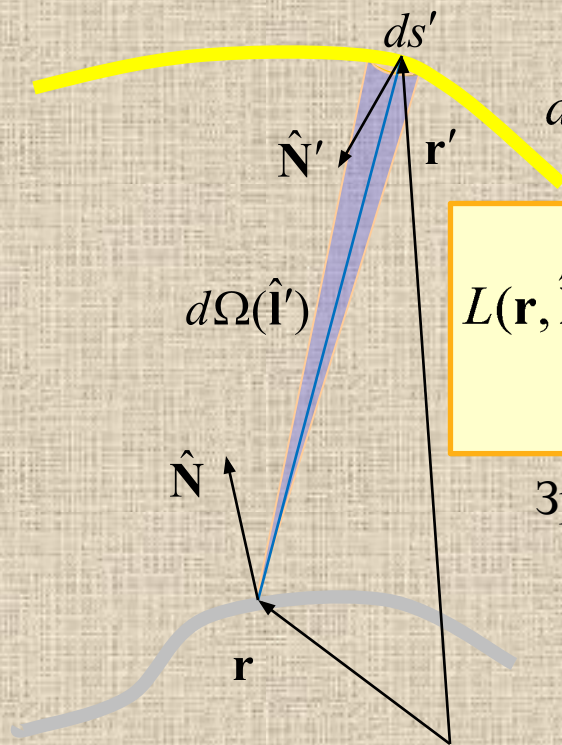
Аналогично вводится и коэффициент яркости при направленно-диффузном отражении $\tau(\hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}})$

Уравнение глобального освещения (УГО)

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int_{(4\pi)} L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\Omega(\hat{\mathbf{l}}')$$

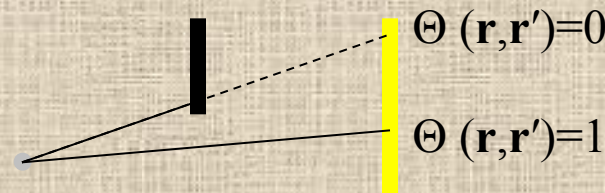
$$d\Omega(\hat{\mathbf{l}}') = \frac{|(\hat{\mathbf{N}}', \hat{\mathbf{l}}')|}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2} ds'$$

Яркость L вдоль *луча* не меняется



$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int_{(\Sigma)} L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{l}}') \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') \frac{|(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| |(\hat{\mathbf{N}}', \hat{\mathbf{l}}')|}{\underbrace{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2}_{F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}} \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds'$$

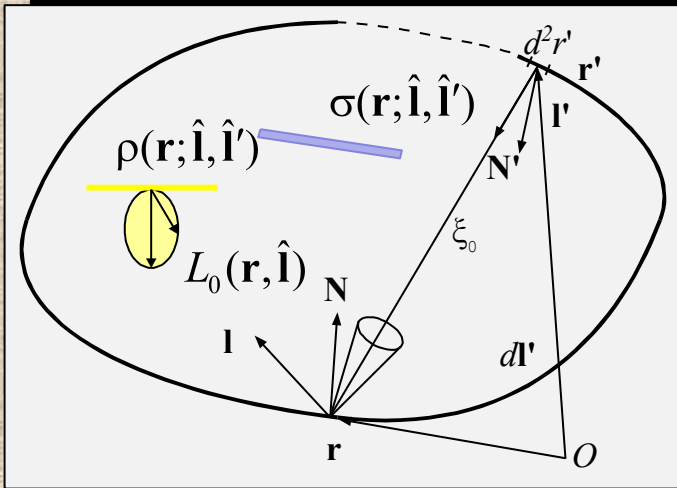
Зрачковая функция $\Theta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – решение вопросов затенения:



Интегральное уравнение глобального освещения (визуализации)

Поляк Г.Л., 1960, Jim Kajiya, 1986

УГО как краевая задача УПИ



$$(\hat{\mathbf{l}}, \nabla)L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = 0: \quad L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})|_{\mathbf{r} \in \text{отражение}} = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_-} L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\hat{\mathbf{l}}'$$

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})|_{\mathbf{r} \in \text{пропускание}} = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_+} L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') \tau(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\hat{\mathbf{l}}'$$

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})|_{\mathbf{r} \in \text{излучение}} = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})$$

$$\sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') = \begin{cases} \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') & \text{при } (\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') \leq 0, \\ \tau(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') & \text{при } (\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') > 0, \end{cases}$$

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})|_{\mathbf{r} \in \text{пассивной}} = \frac{1}{\pi} \oint L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') \sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\hat{\mathbf{l}}'$$

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})|_{\mathbf{r} \in \Sigma} = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \oint L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}') \sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\hat{\mathbf{l}}'$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \xi \hat{\mathbf{l}}, \quad L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L(\mathbf{r} - \xi \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}})$$

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma'} L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{l}}') \sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') \frac{|(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')(\hat{\mathbf{N}}', \hat{\mathbf{l}}')|}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2} d^2 r'$$

УГО есть краевая задача УПИ для объема (сцены) с отражающими границами (стенками) в прозрачной среде

Интегральные уравнения

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int_{(\Sigma)} L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{l}}') \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds', \quad F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{|(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| |(\hat{\mathbf{N}}', \hat{\mathbf{l}}')|}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2} \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

Искомая функция под знаком интеграла – *интегральное уравнение*

$$K(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{l}}' \rightarrow \mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = \frac{1}{\pi} \rho(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') \frac{|(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| |(\hat{\mathbf{N}}', \hat{\mathbf{l}}')|}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2} \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \text{ядро интегрального уравнения}$$

Тип	I рода	II рода
<i>Volterra</i>	$f(x) = \int_a^x K(x', x) y(x') dx'$	$y(x) = f(x) + \int_a^x K(x', x) y(x') dx'$
<i>Fredholm</i>	$f(x) = \int_a^b K(x', x) y(x') dx'$	$y(x) = f(x) + \int_a^b K(x', x) y(x') dx'$

Уравнение глобального освещения является интегральным уравнением Фредгольма II рода – всегда имеет решение!

Методы решения интегральных уравнений

$$y(x) = f(x) + \int_a^b K(x', x)y(x')dx'$$

1. Метод итераций

$$\|K(x', x)\| < 1: \quad y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{K}^n f(x), \quad \mathbf{K}^n f(x) \equiv \int_a^b K(x', x)\mathbf{K}^{n-1} f(x)dx', \quad \mathbf{K}^0 f(x) = f(x')$$

2. Факторизация ядра

$$K(x', x) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x)\varphi_n(x'), \quad y(x) = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x) \int_a^b y(x')\varphi_n(x')dx', \quad y(x) = \sum_{k=1}^N y_k \varphi_k(x)$$

$$(\varphi_n, \varphi_m) = \delta_{nm}: \quad y_n = f_n + \sum_{k=1}^N \psi_{kn} y_k, \quad f_n = \int_a^b f(x)\varphi_n(x)dx \equiv (f, \varphi_n), \quad \psi_{kn} = (\psi_k, \varphi_n)$$

3. Замена интеграла квадратурой

$$\int_a^b K(x', x)y(x')dx' \approx \sum_{m=1}^M K(x, x_m)y(x_m)w_m: \quad y_n = f_n + \sum_{m=1}^M K(x_n, x_m)y(x_m)w_m$$

Основной путь решения численный методом дискретизации на основе замены интеграла квадратурой

Трассировка лучей (Ray Tracing)

Численное решение интегральных уравнений – замена интеграла суммой → СЛАУ:

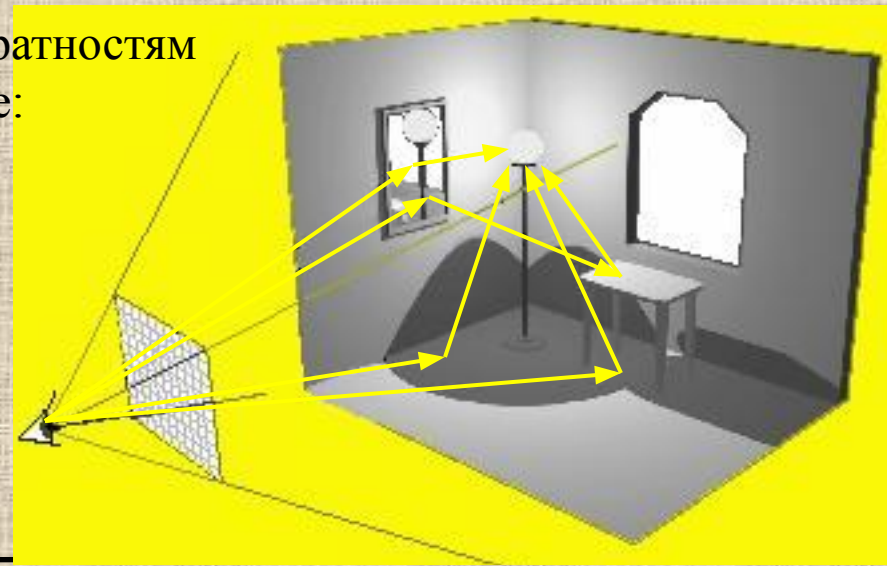
$$L(\mathbf{r}_i, \hat{\mathbf{l}}_k) = L_0(\mathbf{r}_i, \hat{\mathbf{l}}_k) + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^M L(\mathbf{r}_j, \hat{\mathbf{l}}_{ij}) \rho(\mathbf{r}_i; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}_{ij}) F(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$$

Точность решения → мелкая сетка → метод последовательных приближений:

$$L^{(n+1)}(\mathbf{r}_i, \hat{\mathbf{l}}_k) = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^M L^{(n)}(\mathbf{r}_j, \hat{\mathbf{l}}_{ij}) \rho(\mathbf{r}_i; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}_{ij}) F(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j), \quad L^{(0)}(\mathbf{r}_i, \hat{\mathbf{l}}_k) = L_0(\mathbf{r}_i, \hat{\mathbf{l}}_k)$$

физически это эквивалентно разложению по кратностям отражения и построению лучей в пространстве:

- обратный ход лучей
 - все лучи дают вклад в изображение
 - трудно попасть в источник
 - только один ракурс
- прямой ход лучей
 - формирование 3М изображения
 - трудно попасть в камеру
 - часть лучей формирует изображение



Главный недостаток трассировки лучей – огромный объем вычислительной работы

Метод излучательности (Radiosity)

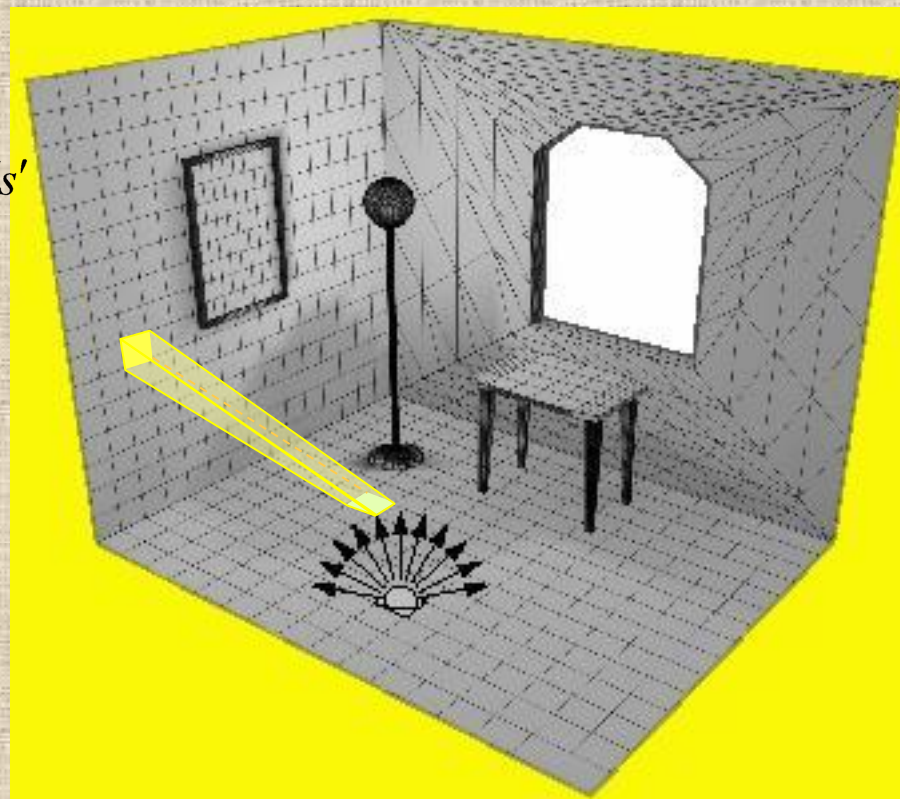
Наилучший метод ускорения сходимости переход к конечным пучкам – усреднение по углу и пространству → медленная угловая зависимость яркости

Наиболее эффективен такой подход при диффузных поверхностях

$$L(\mathbf{r}) = \frac{M}{\pi} : M(\mathbf{r}) = M_0(\mathbf{r}) + \frac{\rho(\mathbf{r})}{\pi} \int_{(\Sigma)} M(\mathbf{r}') F(\mathbf{r}', \mathbf{r}) ds'$$

$$M_i = M_{0i} + \frac{\rho_i}{\pi} \sum_{j=1}^K M_j F_{ij}$$

- трехмерное изображение
- приемлемое качество за доступное время
- высокая точность расчета освещенности
- отсутствие зеркальных отражений



*Впервые метод предложен в работе Z.Yamauti в 1926,
полная теория построена P.Moon в 1940*