Информатика

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

8 класс

Издательство БИНОМ

Ключевые слова

- система счисления
- цифра
- алфавит
- позиционная система счисления
- основание
- развёрнутая форма записи числа
- свёрнутая форма записи числа
- двоичная система счисления
- восьмеричная система счисления
- шестнадцатеричная система счисления

Общие сведения

Система счисления - это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит системы счисления - совокупность цифр.

Вав … сления

Ег … ления

Древнеславянская система счисления

Узловые и алгоритмические числа

Узловые числа обозначаются цифрами.

Алгоритмические числа получаются в результате каких-либо операций из узловых чисел.

 × 100 +  × 10 +  = 

Унарная система счисления

Простейшая и самая древняя система - **унарная** система счисления. В ней для записи любых чисел используется всего один символ - палочка, узелок, зарубка, камушек.

Узелки, дощечки

Примеры

Зарубки

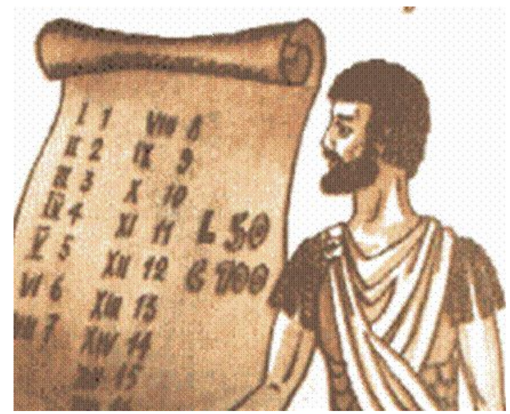
Камушки

Непозиционная система счисления

Система счисления называется ***непозиционной***, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

Римская система счисления

1	**I**	100	**C**
5	**V**	500	**D**
10	**X**	1000	**M**
50	**L**		



Здесь ***алгоритмические*** числа получаются путём сложения и вычитания ***узловых*** чисел с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Позиционная система счисления

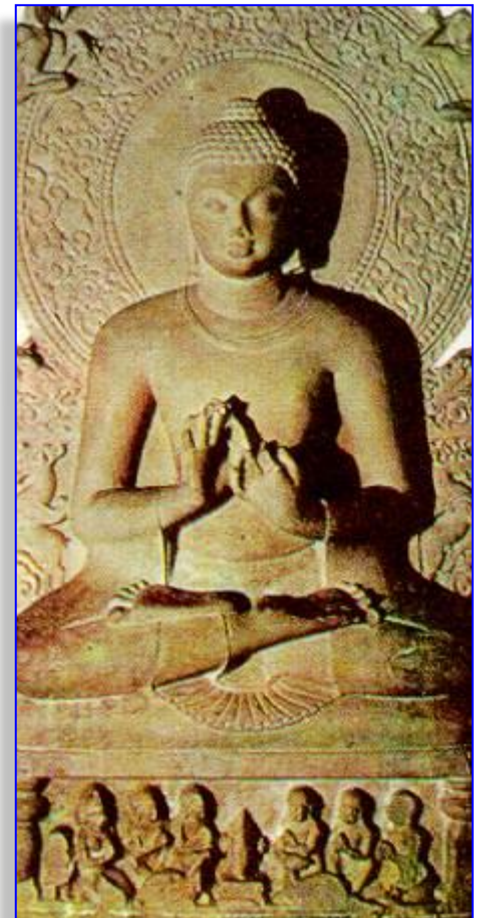
Система счисления называется ***позиционной***, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

Основание позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии около **400** г. н. э.



Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800** г. н. э.

Примерно в **1200** г. н. э. эту нумерацию начали применять в Европе.

Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием *q* любое число может быть представлено в виде:

$$\mathbf{A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \ldots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \ldots + a_{-m} \times q^{-m})}$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» *i*-го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи.**

Развёрнутая форма

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \ldots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \ldots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Примеры записи чисел в развёрнутой форме:

$$2012 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$0,125 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$14351,1 = 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1}$$

Двоичная система счисления

Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием ***2***.

Двоичный алфавит: 0 и 1.

Для целых двоичных чисел можно записать:

$$a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0 = a_{n-1}\times 2^{n-1} + a_{n-2}\times 2^{n-2} + \ldots + a_0\times 2^0$$

Например:

Вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа

Правило перевода целых десятичных чисел в двоичную систему счисления

$$\frac{a_{n-1}\times 2^{n-1}+a_{n-2}\times 2^{n-2}+\ldots a_1\times 2^1+a_0}{2} = a_{n-1}\times 2^{n-2}+\ldots+a_1 \text{ (остаток } a_0\text{)}$$

$$\frac{a_{n-1}\times 2^{n-1}+a_{n-2}\times 2^{n-2}+\ldots a_1}{2} = a_{n-1}\times 2^{n-3}+\ldots+a_2 \text{ (остаток } a_1\text{)}$$

$$\frac{a_{n-1}\times 2^{n-1}+a_{n-2}\times 2^{n-2}+\ldots a_2}{2} = a_{n-1}\times 2^{n-4}+\ldots+a_3 \text{ (остаток } a_2\text{)}$$

...

На *n*-м шаге получим набор цифр: $\mathbf{a_0a_1a_2\ldots a_{n-1}}$

Компактное оформление

363	181	90	45	22	11	5	2	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1

$$363_{10} = 101101011_2$$

314	157	78	39	19	9	4	2	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1

$$314_{10} = 100111010_2$$

Восьмеричная система счисления

Восьмеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 8.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

$a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0 = a_{n-1}\times 8^{n-1}+a_{n-2}\times 8^{n-2}+\ldots+a_0\times 8^0$

Пример: $1063_8 = 1\times 8^3 + 0\times 8^2 + 6\times 8^1 + 3\times 8^0 = 563_{10}$.

Для перевода целого восьмеричного числа в десятичную систему счисления следует перейти к его развёрнутой записи и вычислить значение получившегося выражения.

Для перевода целого десятичного числа в восьмеричную систему счисления следует последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на 8 до тех пор, пока не получим частное, равное нулю.

Шестнадцатеричная система счисления

Основание: q = 16.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$3AF_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$.

Переведём десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления:

154 | 16

-144 | 9 | 16

10 | 9 | 0

(A)

$154_{10} = 9A_{16}$

Правило перевода целых десятичных чисел в систему счисления с основанием *q*

1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим частное, равное нулю;

2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;

3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего полученного остатка.

Таблица соответствия 10-х, 2-х, 8-х и 16-х чисел от 1 до 16

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Двоичная арифметика

Арифметика двоичной системы счисления основывается на использовании следующих таблиц сложения и умножения:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1

«Компьютерные» системы счисления

Двоичная система используется в компьютерной технике, так как:

- двоичные числа представляются в компьютере с помощью простых технических элементов с двумя устойчивыми состояниями;
- представление информации посредством только двух состояний надёжно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика наиболее проста;
- существует математический аппарат, обеспечивающий логические преобразования двоичных данных.

Двоичный код удобен для компьютера.

Человеку неудобно пользоваться длинными и однородными кодами. Специалисты заменяют двоичные коды на величины в восьмеричной или шестнадцатеричной системах счисления.

Самое главное

Система счисления — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Система счисления называется ***позиционной***, если количественный эквивалент цифры в числе зависит от её положения в записи числа.

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$\mathbf{A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \ldots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \ldots + a_{-m} \times q^{-m})}$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» *i*-го разряда.