

ЛЕКЦИЯ 9

6 апреля 2021 г.

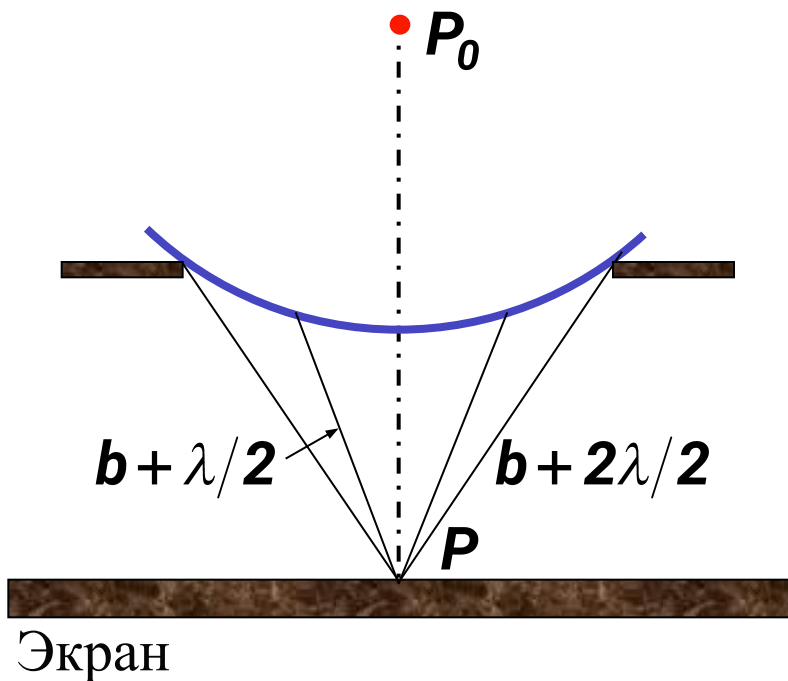
ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля):
 - дифракция на круглом отверстии;
 - дифракция на диске
2. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера):
 - дифракция от щели;
 - дифракционная решетка.
3. Спектральное разложение. Разрешающая способность решетки.
4. Дифракция рентгеновских лучей. Понятие о голографии.
(изучить самостоятельно)

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Дифракция Френеля наблюдается в том случае, когда на препятствие падает сферическая или плоская волна, а экран, на котором наблюдается дифракционная картина, находится на конечном расстоянии от препятствия.



Дифракция на круглом отверстии.

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием.

Вид картины зависит от числа зон Френеля, которые укладываются на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия.

Это число может быть четным или нечетным в зависимости от размера отверстия и длины волны.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке P всеми зонами, равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m$$

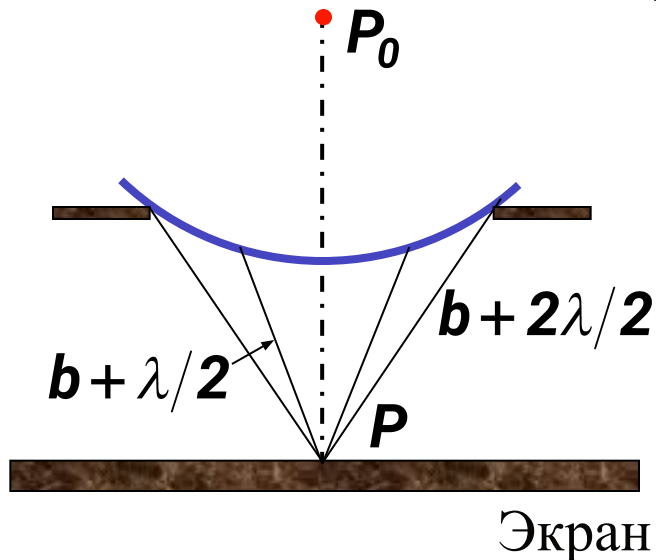
С учетом принятого ранее допущения

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

это выражение примет вид

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

Знак «+» в этом выражении соответствует нечетным, «-» - четным m .



Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке наблюдается максимум, если четное – то минимум.

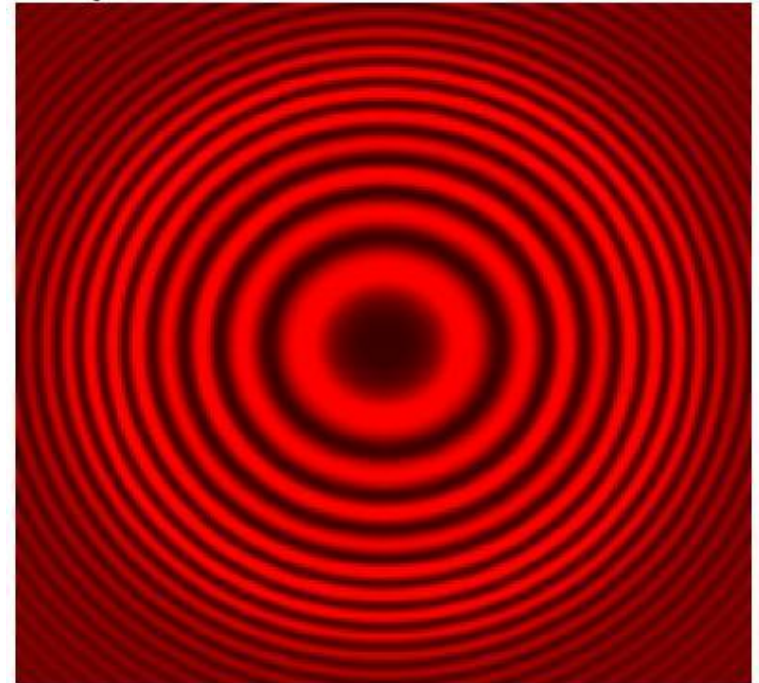
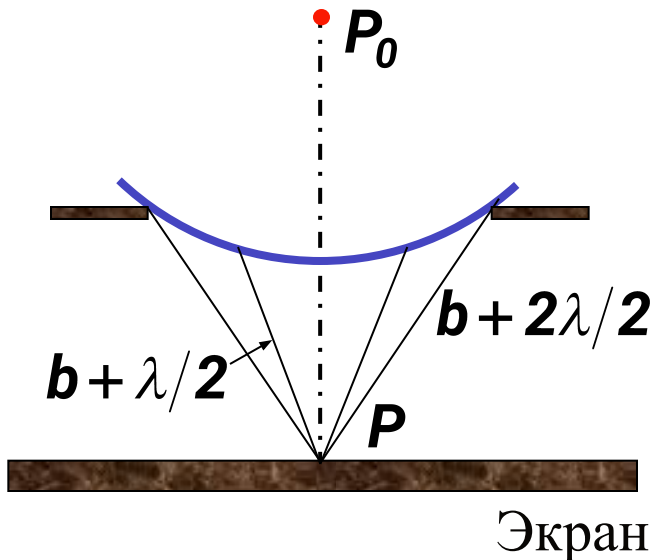
Если отверстие открывает только одну зону Френеля, то в точке P будет максимальная интенсивность.

Наименьшая интенсивность соответствует двум открытым зонам Френеля.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

*Дифракция в сходящихся лучах
(дифракция Френеля).*

Fresnel diffraction of circular aperture"



Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке наблюдается максимум, если четное – то минимум.

Если отверстие открывает только одну зону Френеля, то в точке ***P*** будет максимальная интенсивность.

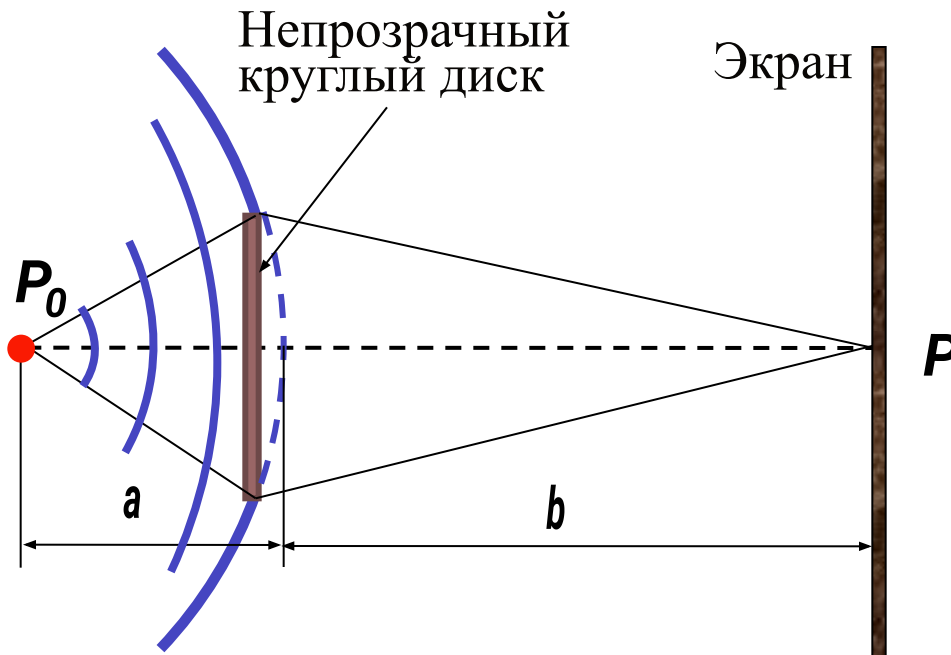
Наименьшая интенсивность соответствует двум открытым зонам Френеля.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Дифракция на диске.

Поставим на пути сферической световой волны от источника P_0 непрозрачный круглый диск.



Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда A в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots$$

Преобразовав это выражение, получим:

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

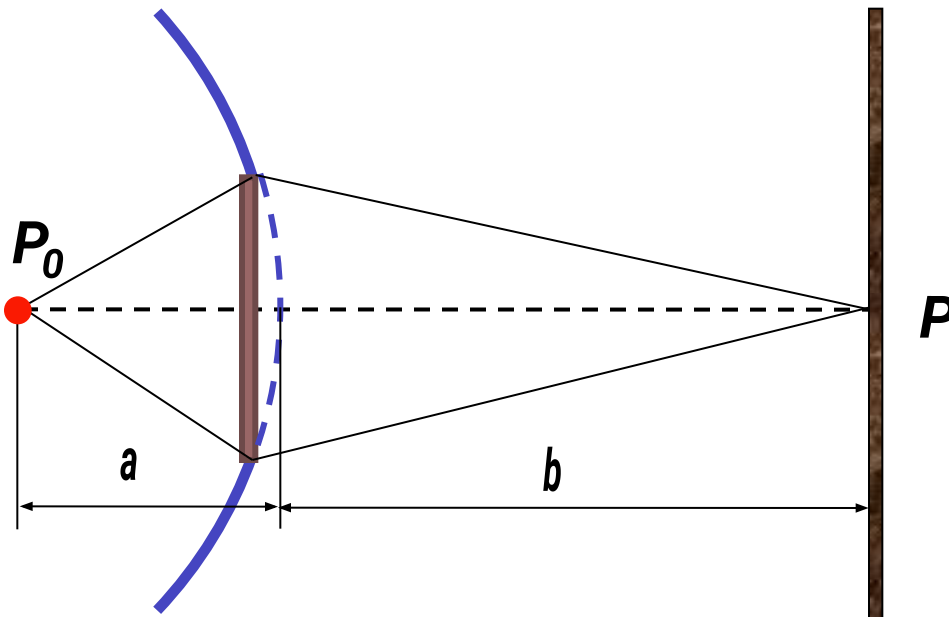
Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Дифракция на диске.

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

Следовательно, в точке P всегда наблюдается максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля.

Центральный максимум окружен concentричными с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с ростом расстояния от центра картины.



В результате интенсивность центрального максимума уменьшается с увеличением размеров диска.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

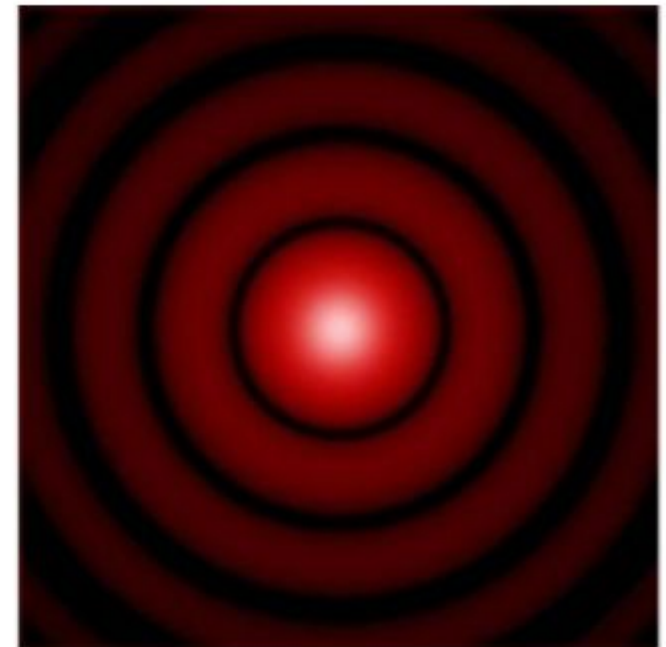
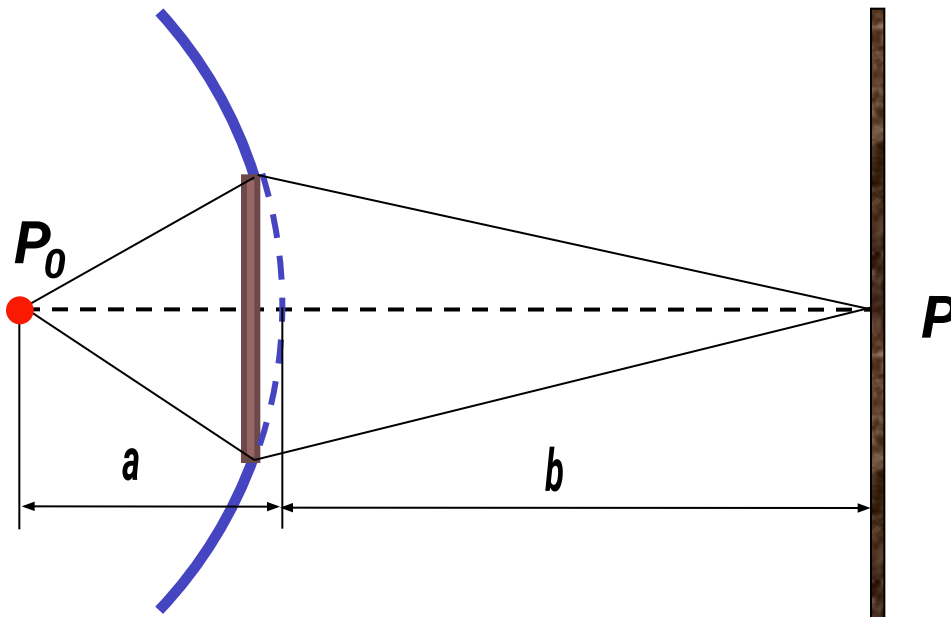
Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Дифракция на диске.

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

Следовательно, в точке P всегда наблюдается максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля.

Центральный максимум окружен concentричными с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с ростом расстояния от центра картины.



ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Схема дифракции Фраунгофера: точечный источник света помещается в фокусе собирающей линзы; дифракционная картина исследуется в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Дифракция от щели.

Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачное препятствие с узкой щелью AB шириной a и длиной $l \gg a$ (бесконечно длинная щель).

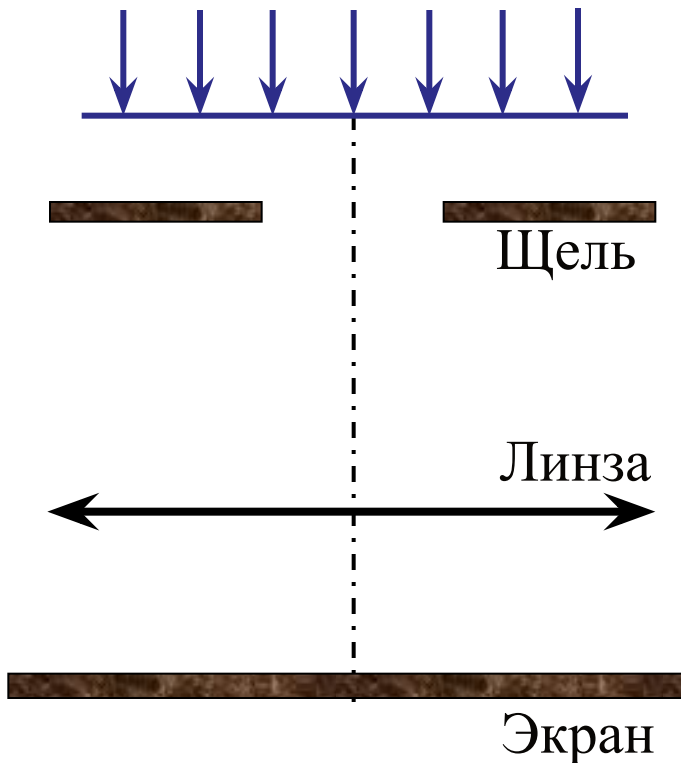
Дифракционная картина наблюдается на экране, который находится в фокальной плоскости собирающей линзы.

Линза установлена за препятствием. Плоскость щели и экран параллельны друг другу.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели



Задача анализа: исследование распределения интенсивности света на экране.

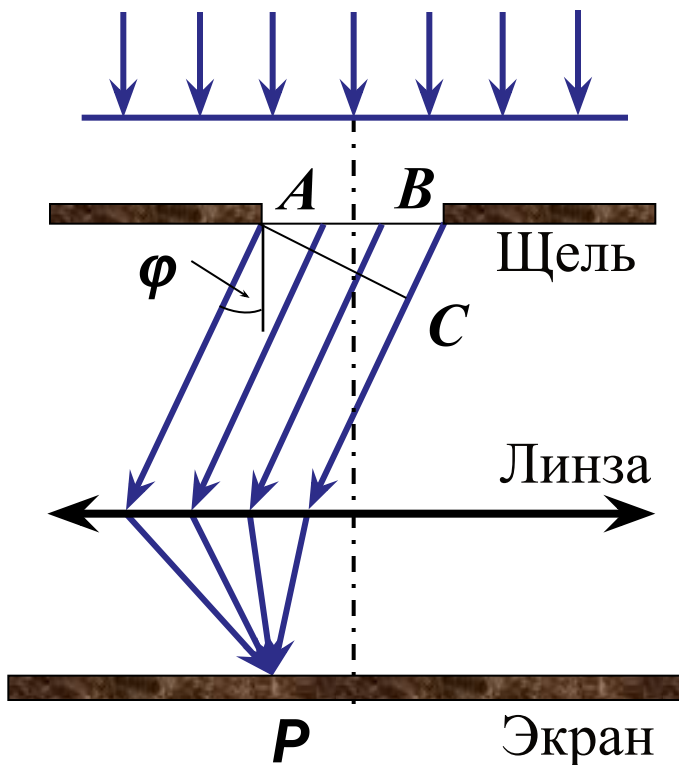
Проведем анализ на качественном уровне, воспользовавшись принципом Гюйгенса – Френеля.

Это приближенный метод анализа, однако он позволяет сделать выводы о распределении интенсивности свечения по экрану и определить характерные параметры дифракционной картины.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели



Каждая точка щели является источником когерентных вторичных волн (плоскость щели совпадает с фронтом падающей волны).

Параллельные пучки лучей, выходящие из щели в направлении φ (угол дифракции), собираются линзой в точке **P**.

Открытая часть волновой поверхности **AB** разбивается на зоны Френеля, которые имеют вид полос, параллельных боковому ребру щели.

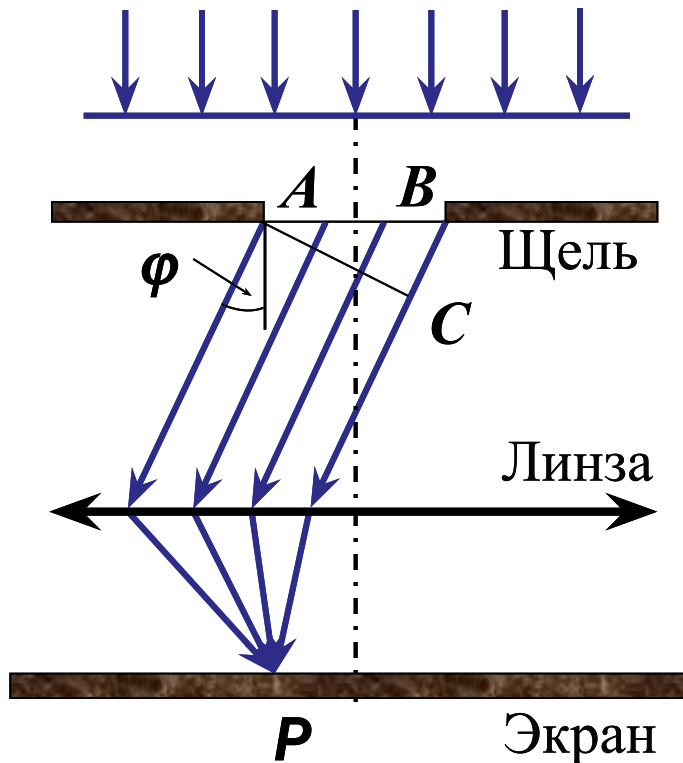
Зоны проведены таким образом, чтобы разность хода от их соответствующих точек была равна $\lambda/2$.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели

$$AB = a$$



Определим число зон N ,
умещающихся на щели.

Ширина одной зоны
 Δx определяется как
$$\Delta x = \frac{\lambda/2}{\sin \varphi}$$

Отсюда
$$N = \frac{a}{\Delta x} = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}.$$

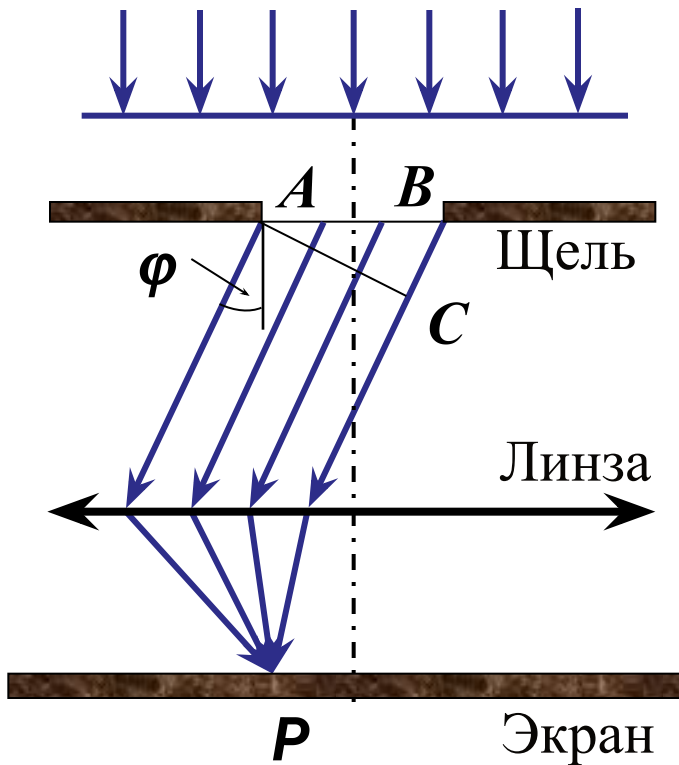
Вторичные волны имеют одинаковые фазы и амплитуды в плоскости щели (зоны Френеля).

Следовательно, колебания, возбуждаемые в точке P двумя соседними зонами, равны по амплитуде и противоположны по фазе.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели



Запишем условия для минимумов и максимумов дифракционной картины на экране (для точки P):

а). Дифракционный минимум (полная темнота) наблюдается тогда, когда число зон Френеля в плоскости щели *четное*, т.е.

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

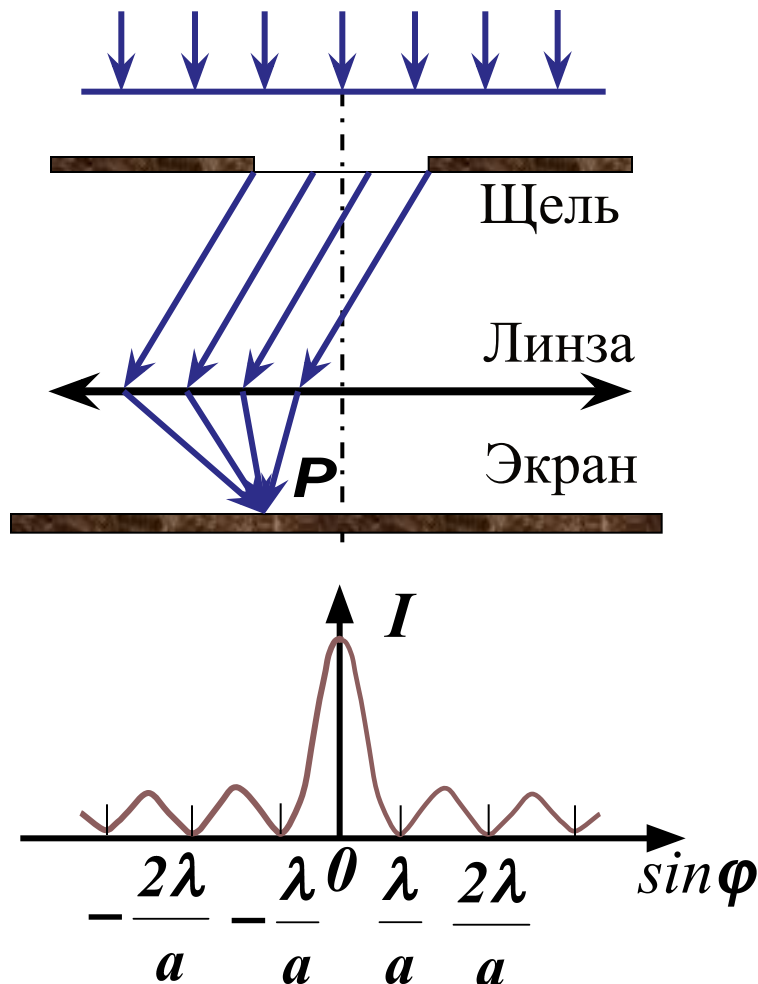
б). Дифракционный максимум наблюдается тогда, когда число зон Френеля в плоскости щели *нечетное*, имеется одна некомпенсированная зона, т.е.

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели



В направлении $\varphi = 0$ наблюдается *центральный дифракционный максимум*, поскольку колебания, вызываемые в центральной части экрана всеми участками щели, происходят в одинаковой фазе.

Изобразим *дифракционный спектр* в виде зависимости

$$I = f(\sin \varphi)$$

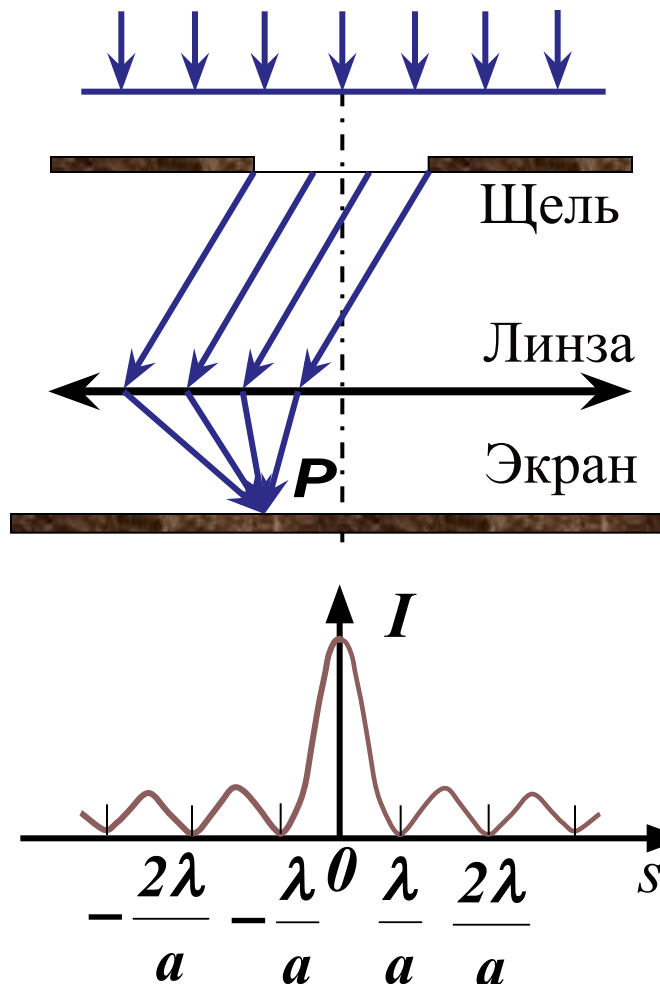
Основная часть световой энергии сосредоточена в *центральном максимуме*.

С увеличением угла дифракции интенсивность *побочных максимумов* резко уменьшается.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели



Интенсивность и ширина составляющих дифракционного спектра зависит от размера щели.

С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется. Это следует, в частности, из условий для дифракционных минимумов и максимумов.

Центральный максимум ограничен справа и слева минимумами первого порядка, которые соответствуют углам

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$$

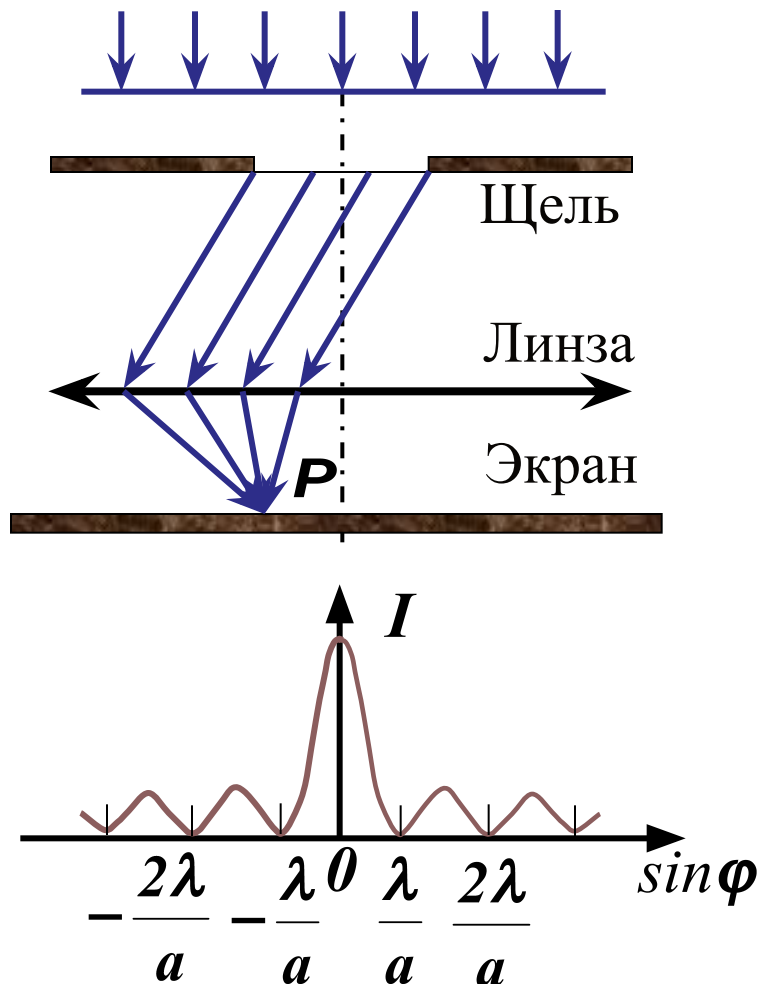
При $m = 1$ $\varphi = \pm \arcsin \frac{\lambda}{a}$

Чем меньше a , тем больше φ и шире центральный максимум.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракция от щели



С увеличением ширины щели ($a > \lambda$) дифракционные полосы становятся уже и ярче, а число полос больше.

При $a \gg \lambda$ в центре получается резкое изображение источника света (прямолинейное распространение света).

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракционная решетка

В случае дифракции Фраунгофера на одной щели распределение интенсивности на экране определяется углом φ (направлением лучей, дающих дифракционную картину).

Поэтому перемещение щели параллельно самой себе не изменит дифракционной картины, а две расположенные рядом одинаковые щели дадут картину как результат интерференции волн, идущих от обеих щелей.

Дифракционная решетка - это большое число одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей.

На практике обычно щели - это прозрачные участки стеклянных пластинок, разделенные непрозрачными штрихами, наносимыми с помощью алмазных резцов.

Современные решетки имеют свыше 1000 штрихов на длине в 1 мм.

Расстояние между серединами соседних щелей - *период* решетки.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)



Дифракционная решетка - это большое число одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей.

На практике обычно щели - это прозрачные участки стеклянных пластинок, разделенные непрозрачными штрихами, наносимыми с помощью алмазных резцов.

Современные решетки имеют свыше 1000 штрихов на длине в 1 мм.

Расстояние между серединами соседних щелей - *период* решетки.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракционная решетка

Допустим, что на дифракционную решетку с N щелями нормально к ней падает плоская монохроматическая волна.

За решеткой расположена линза, в фокальной плоскости которой находится экран.

Дифракционная картина на экране будет результатом двух видов интерференции световых лучей:

- а). интерференция лучей, дифрагировавших на каждой щели в отдельности;
- б). Интерференция лучей, дифрагировавших от разных щелей.

Рассмотрим для простоты дифракцию Фраунгофера на двух щелях, затем обобщим полученные результаты на случай множества подобных щелей.

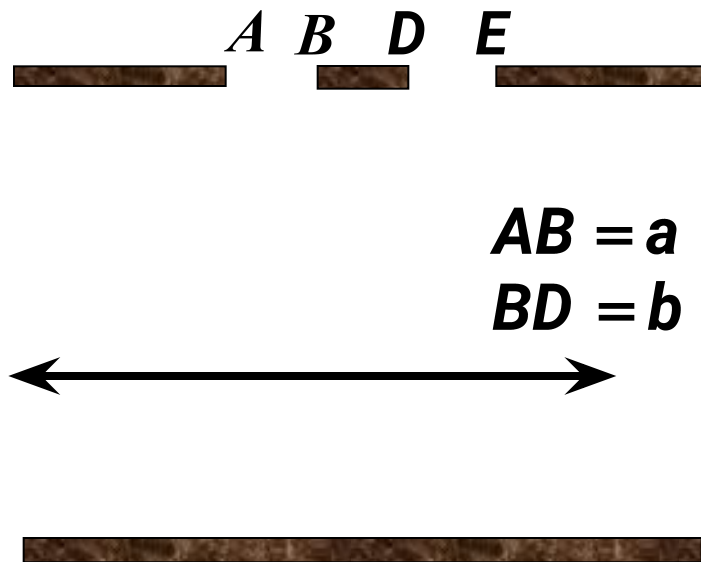
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракционная решетка

Пусть ширина щелей равна **a** расстояние между ними **b**.

Тогда **$a + b = d$**



Параллельное перемещение щели при наличии линзы не изменит дифракционной картины, поэтому минимумы, соответствующие дифракции на одной щели, останутся минимумами и при дифракции на двух и более щелях.

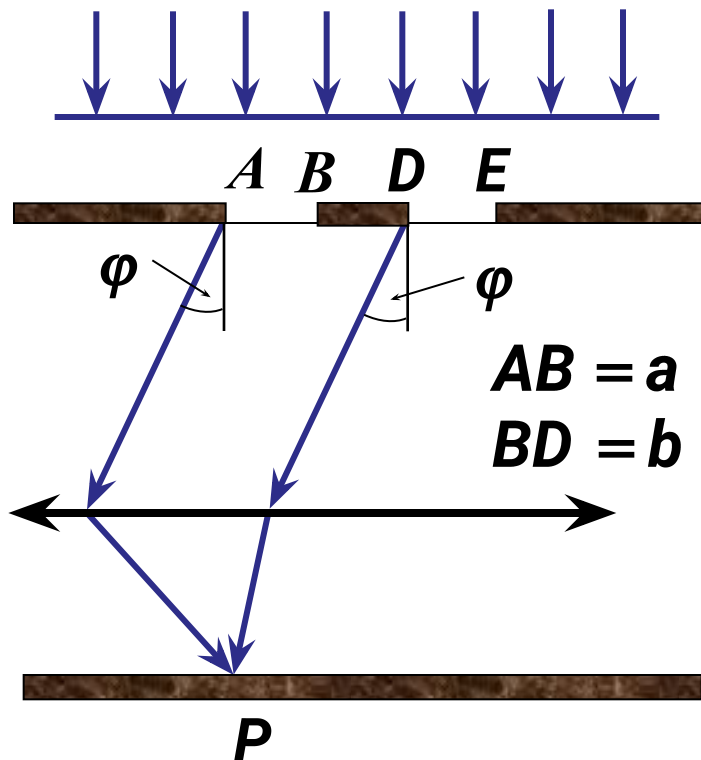
Иначе, если в каком-то направлении каждая щель не посылает света, то в этом направлении не будет света и от всей совокупности щелей.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракционная решетка

Следовательно, так называемые *главные* минимумы интенсивности наблюдаются в направлениях, определяемых записанным ранее условием для одной щели:



$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Из-за взаимной интерференции световых лучей, посылаемых разными щелями (условие б), в некоторых направлениях они будут гасить друг друга.

Возникнут *дополнительные* минимумы.

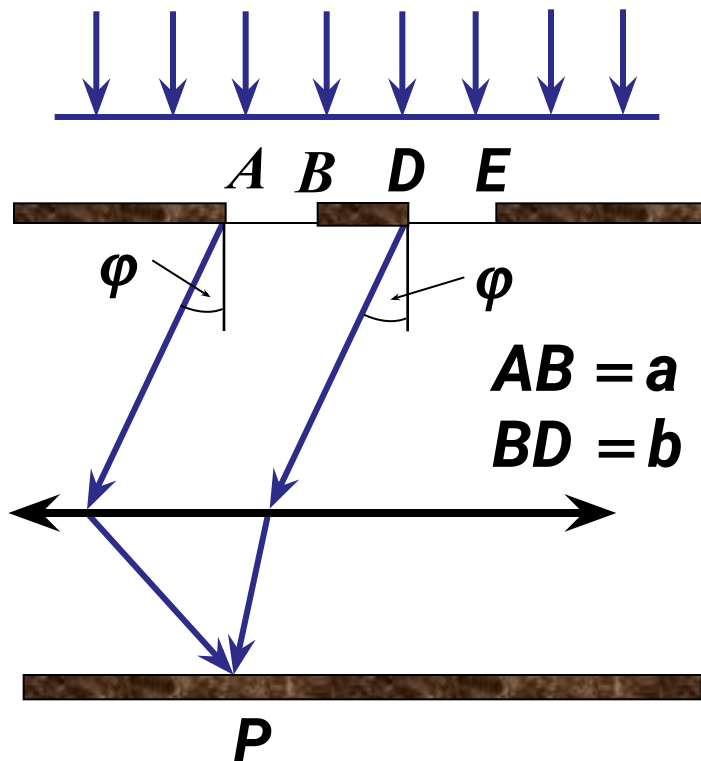
Определим условия их образования.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

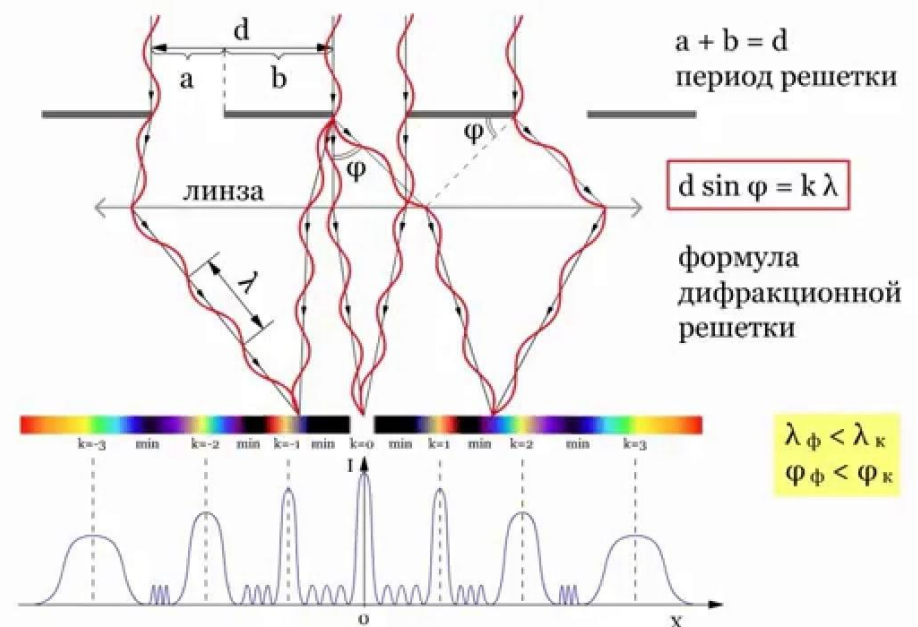
Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракционная решетка

Следовательно, так называемые *главные* минимумы интенсивности наблюдаются в направлениях, определяемых записанным ранее условием для одной щели:



$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

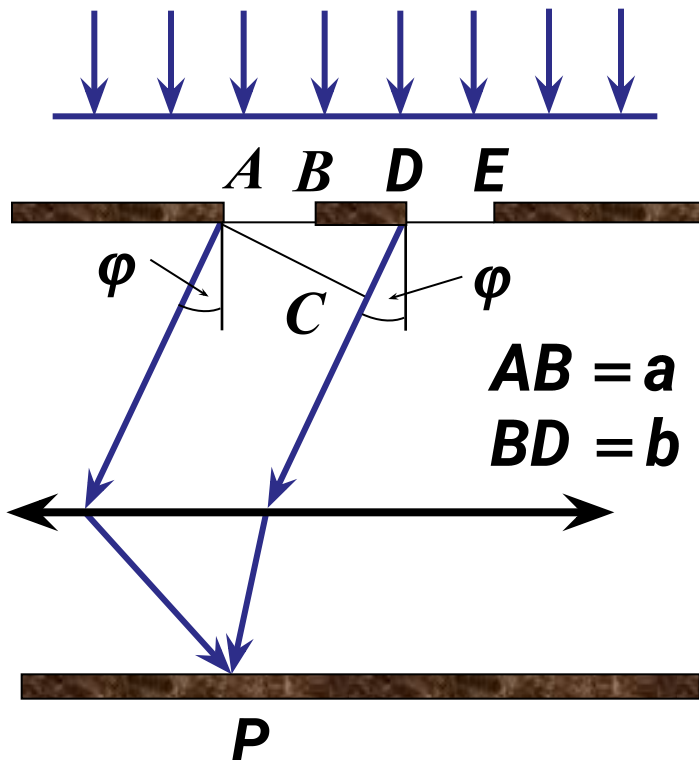


ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракционная решетка

Очевидно, что это будут направления, которым соответствует разность хода лучей (**CD**) $\lambda/2$, $3\lambda/2$, и т.д., посылаемых от соответствующих точек обеих щелей, например, из точек **AD**.



Такие направления определяются условием

$$\begin{aligned} DC &= AD \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = \\ &= d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, \dots \end{aligned}$$

Таким образом, условие дополнительных минимумов будет выглядеть так:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракционная решетка

Соответственно, направления, задающие главные максимумы, определяются условиями:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

В этих направлениях действие одной щели усиливает действие другой.

Таким образом, для двух щелей дифракционная картина определяется условиями:

главные минимумы:

$$a \sin \varphi = \lambda, \quad 2\lambda, \quad 3\lambda, \dots$$

дополнительные минимумы:

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \quad \frac{3\lambda}{2}, \quad \frac{5\lambda}{2}, \dots$$

главные максимумы:

$$d \sin \varphi = 0, \quad \lambda, \quad 2\lambda, \quad 3\lambda, \dots$$

т.е. между двумя главными максимумами располагается дополнительный минимум, а максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракционная решетка

Для системы из N щелей число дополнительных минимумов между соседними главными максимумами составит $N - 1$.

Спектральное разложение. Разрешающая способность решетки.

Условие главных максимумов дифракционной решетки ($d \sin \varphi = \pm m \lambda$) содержит длину волны λ .

Поэтому если на решетку падает не монохроматический, а, например, белый свет, то при каждом отличном от нуля значении m разным длинам волн будут соответствовать сдвинутые друг относительно друга максимумы, которые на экране выглядят как последовательность цветных полос.

Иначе, каждому значению $m \neq 0$ соответствует спектр, который начинается с фиолетовой полосы, и заканчивается красной.

При большом числе щелей в решетке эти полосы не перекрываются и четко отделены друг от друга.

С помощью элементарной тригонометрии можно по этим полосам найти длину волны.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракционная решетка



Иначе, каждому значению $m \neq 0$ соответствует спектр, который начинается с фиолетовой полосы, и заканчивается красной.

При большом числе щелей в решетке эти полосы не перекрываются и четко отделены друг от друга.

С помощью элементарной тригонометрии можно по этим полосам найти длину волны.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракционная решетка

Таким образом, дифракционная решетка позволяет установить спектральный состав направленного на нее излучения и потому представляет собой спектральный прибор.

В центральном максимуме спектральное разложение отсутствует, в центре экрана располагается белая полоса.

Применительно к дифракционной решетке используются три характеристики спектральных приборов: угловую дисперсию D , линейную дисперсию $D_{\text{лин}}$ и разрешающую способность R .

Угловая дисперсия - это величина $D = \delta\varphi / \delta\lambda$, где $\delta\varphi$ - угловое расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Если продифференцировать условие главных максимумов по переменным φ и λ , можно получить выражение вида: из $d \sin \varphi = m \lambda$

$$\longrightarrow d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda$$

$$D = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

Т.к. $D \sim 1/d$, для прецизионных исследований период решетки должен быть очень мал. Современные решетки имеют $d \approx 1$ мкм.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракционная решетка

Линейной дисперсией называется величина $D_{\text{лин}} = \delta l / \delta \lambda$, где δl - линейное расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta \lambda$.

Если разность длин волн мала, то различить эти волны на экране становится трудно. Следовательно, существует минимальная разность $\delta \lambda$, начиная с которой волны становятся различимыми.

Отношение длины волны к этой разности называется *разрешающей способностью* или *разрешающей силой* спектрального прибора:

$$\lambda / \delta \lambda = R$$

Для R нетрудно (?) получить следующую формулу: $R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN$

Разрешающая способность решетки пропорциональна числу щелей. Лучшие решетки имеют до 200000 щелей.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракционная решетка

Простое, понятное и красивое обучающее видео по дифракционной решетке можно посмотреть здесь:

https://www.youtube.com/watch?v=hCU_beywf7o