

Числовые промежутки

Любое число можно отметить точкой на координатной прямой.



Каждой точке на координатной прямой соответствует какое-то число.

На координатной прямой можно отметить и множество чисел x , удовлетворяющих любому неравенству.

Такое множество называют **числовым промежутком**.

Типы неравенств

Строгие неравенства

подразумевают неравенство двух объектов

$$a < b$$

«*a* меньше *b*»

$$a > b$$

«*a* больше *b*»

$$a \neq b$$

«*a* не равно *b*»

$$a \leq b$$

«*a* меньше
либо равно *b*»

$$a \geq b$$

«*a* больше
либо равно *b*»

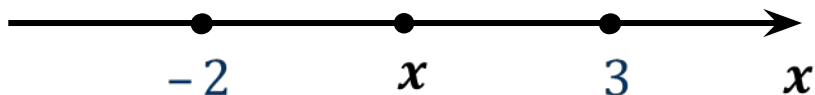
Нестрогие неравенства

допускают равенство входящих в него объектов

Виды числовых промежутков

Пусть есть два числа: -2 и 3 .

$$-2 < x < 3$$

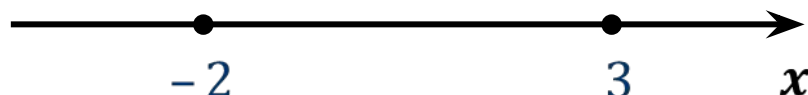


Множество всех чисел,
удовлетворяющих условию
 $-2 < x < 3$ называют
интервалом.

$$x \in (-2; 3)$$

«интервал от минус двух до трех»

$$-2 \leq x \leq 3$$



Множество всех чисел,
удовлетворяющих условию
 $-2 \leq x \leq 3$ называют
числовым отрезком.

$$x \in [-2; 3]$$

«отрезок от минус двух до трех»

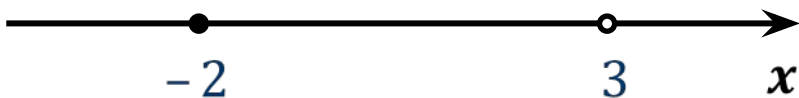
Виды числовых промежутков

Множества чисел x , для которых выполняются двойные неравенства $-2 \leq x < 3$ или $-2 < x \leq 3$, называют **полуинтервалами**.

$$x \in [-2; 3)$$

«*полуинтервал от минус двух до трех, включая минус два*»

$$-2 \leq x < 3$$



$$x \in (-2; 3]$$

«*полуинтервал от минус двух до трех, включая три*»

$$-2 < x \leq 3$$



Виды числовых промежутков

Множество действительных чисел изображается
всей координатной прямой.



Его называют *числовой прямой*.

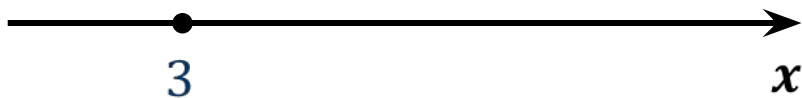
$$x \in (-\infty; +\infty)$$

«промежуток от минус бесконечности до плюс бесконечности»

Виды числовых промежутков

Множество чисел,
удовлетворяющих условию $x \geq 3$
называют
числовым лучом.

$$x \geq 3$$

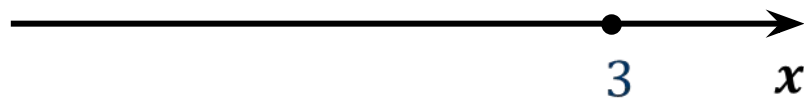


$$x \in [3; +\infty)$$

**«числовой луч
от трех до плюс бесконечности»**

Множество чисел,
удовлетворяющих условию $x \leq 3$
называют
числовым лучом.

$$x \leq 3$$



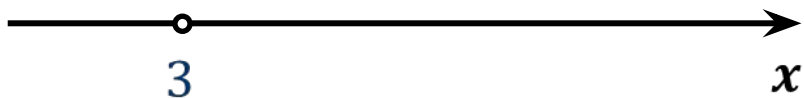
$$x \in (-\infty; 3]$$

**«числовой луч
от минус бесконечности до трех»**

Виды числовых промежутков

Множества чисел, удовлетворяющих условиям $x > 3$ или $x < 3$ называют **открытым числовым лучом**.

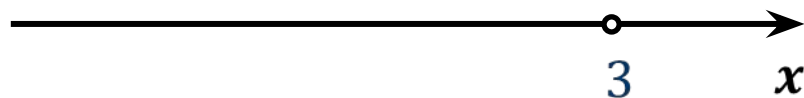
$$x > 3$$



$$x \in (3; +\infty)$$

*«открытый числовой луч
от трех до плюс бесконечности»*

$$x < 3$$



$$x \in (-\infty; 3)$$

*«открытый числовой луч
от минус бесконечности до трех»*

Числовые отрезки

$$x \in [-2; 3]$$



Интервалы

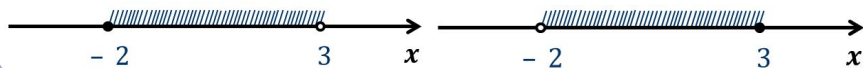
$$x \in (-2; 3)$$



Полуинтервалы

$$x \in [-2; 3)$$

$$x \in (-2; 3]$$



Числовые лучи

$$x \in [3; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; 3]$$



Открытые числовые лучи

$$x \in (3; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; 3)$$



Если граничная точка в промежуток не входит, то на координатной прямой ее изображают пустой точкой и в обозначении промежутка ее выделяют круглой скобкой.

Числовые промежутки

Если граничная точка входит в промежуток, то на координатной прямой ее изображают закрашенной точкой и в обозначении промежутка выделяют квадратной скобкой.

Пусть есть некоторые числа a и b , причем $a < b$.

Неравенство, задающее числовой промежуток	Название числового промежутка	Обозначение числового промежутка	Изображение числового промежутка на координатной прямой
$a \leq x \leq b$	<i>числовой отрезок</i>	$[a; b]$	
$a < x < b$	<i>интервал</i>	$(a; b)$	
$a \leq x < b$	<i>полуинтервал</i>	$[a; b)$	
$a < x \leq b$	<i>полуинтервал</i>	$(a; b]$	
$x \geq a$	<i>числовой луч</i>	$[a; +\infty)$	
$x \leq a$	<i>числовой луч</i>	$(-\infty; a]$	
$x > a$	<i>открытый числовой луч</i>	$(a; +\infty)$	
$x < a$	<i>открытый числовой луч</i>	$(-\infty; a)$	

Задание. Изобразить на координатной прямой множество чисел, удовлетворяющих неравенствам, и записать решение числовым промежутком:

а) $-1,5 \leq x \leq 5$,

б) $y > 20$,

в) $10 < z \leq 30$.

Решение:



$$x \in [-1,5; 5]$$



$$x \in (20; +\infty)$$



$$x \in (10; 30]$$

Ответ: $x \in [-1,5; 5]$.

Ответ: $x \in (20; +\infty)$.

Ответ: $x \in (10; 30]$.

Задание. Найти все целые числа, удовлетворяющие неравенствам:

а) $1 < x < 5$, б) $-4 \leq x \leq 3$.

Решение:

1 5



$$x = \{2, 3, 4\}$$

$$x \in (1; 5)$$

Ответ: $x = \{2, 3, 4\}$.

-4 3



$$x = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$x \in [-4; 3]$$

Ответ: $x = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

Задание. Найти пересечение и объединение числовых промежутков:

а) $[3; 15]$ и $[-3; 6)$, б) $(-\infty; 7]$ и $[2; +\infty)$.

Решение:

а) $[3; 15]$ и $[-3; 6)$



$$[3; 15] \cap [-3; 6) = [3; 6)$$

$$[3; 15] \cup [-3; 6) = [-3; 15]$$

Ответ: $[3; 15] \cap [-3; 6) = [3; 6)$
 $[3; 15] \cup [-3; 6) = [-3; 15]$.

б) $(-\infty; 7]$ и $[2; +\infty)$



$$(-\infty; 7] \cap [2; +\infty) = [2; 7]$$

$$(-\infty; 7] \cup [2; +\infty) = (-\infty; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; 7] \cap [2; +\infty) = [2; 7]$
 $(-\infty; 7] \cup [2; +\infty) = (-\infty; +\infty)$.

Задание. Найти пересечение и объединение числовых промежутков:

в) $(-\infty; -2)$ и $[4; +\infty)$.

Решение:

в) $(-\infty; -2)$ и $[4; +\infty)$



$$(-\infty; -2) \cap [4; +\infty) = \emptyset$$

$$(-\infty; -2) \cup [4; +\infty) = (-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; -2) \cap [4; +\infty) = \emptyset$

$$(-\infty; -2) \cup [4; +\infty).$$

Интервал – это множество чисел, удовлетворяющих условию

$$a < x < b$$

Отрезок – это множество чисел, удовлетворяющих условию

$$a \leq x \leq b$$

Полуинтервал – это множество чисел, удовлетворяющих условиям

$$a \leq x < b \text{ или } a < x \leq b$$

Числовой луч – это множество чисел, удовлетворяющих условиям

$$x \geq a \text{ или } x \leq a$$

Открытый луч – это множество чисел, удовлетворяющих условиям

$$x > a \text{ или } x < a$$

Решение неравенств с одной переменной

На координатной прямой можно отметить и множество чисел x , удовлетворяющих любому неравенству.

2015

21

$$a < b$$

Такие неравенства называют *неравенством с одной переменной* или *неравенством с одним неизвестным*.

$$a \neq b \quad a > b$$
$$-2 \quad 3$$

Пусть есть два числа: -2 и 3 .
 ~~x~~ – неверное числовое неравенство.

$$-2 < x < 3$$

Множество всех чисел, удовлетворяющих условию $-2 < x < 3$ называют *интервалом*.

$$2 \cdot 5 > 5 \Leftrightarrow 10 > 5$$

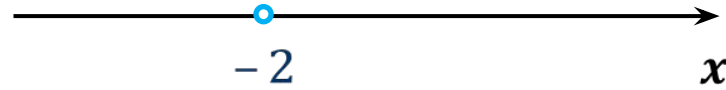
Ответ: $x \in [-1,5; 5]$.

$$x \in (10; 30]$$

~~3~~
Множество всех чисел, удовлетворяющих условию $-2 \leq x \leq 3$ называют *интервалом*.
 ~~$x \in [-2; 3]$~~

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$x \in (-2; 3) \quad -2 \quad 3 \quad x$$



3

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в **верное числовое неравенство**.

Решить неравенство – это значит найти все его решения или доказать, что их нет.

Два неравенства называются **равносильными**, если каждое решение одного неравенства является решением другого.

Равносильными называются и неравенства, которые не имеют решений.

Например:

Докажем $x \in (-2; 3)$ -2 3

$$x$$
$$-2 < x \leq 3$$

$$x \in (-2; 3]$$

Свойства числовых неравенств:

1. Если в неравенстве **перенести слагаемое** из одной части в другую с противоположным знаком, то получится неравенство, **равносильное** данному.

$$x \in (-\infty; +\infty)$$

2. Если обе части неравенства **умножить или разделить** на одно и то же положительное число, то получится неравенство, **равносильное** данному.

$$x$$

3. Если обе части неравенства **умножить или разделить** на одно и то же отрицательное число и изменить знак неравенства на противоположный, то получится неравенство, **равносильное** данному.

$$3$$

Задание. Решить неравенства:

~~а) $x \leq 3$~~ **а) $x \leq 3$** ,

б) $-5 \cdot (4 - x) < 2x - 2$,

в) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} > \frac{x-3}{4}$.

Решение:

~~3~~ **3**

~~x~~ **x**



$x \in (-\infty; 3]$ Известно чисел, удовлетворяющих условию $x > 3$ и $x < 3$ называют открытым числовым лучом.

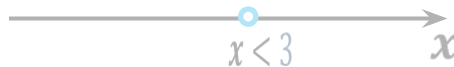
~~$-20 + 5x < 2x - 2$~~

~~x~~ **x**

$x > 3$

$x \in (3; +\infty)$

~~3~~ **3**



$x \in (-\infty; 3)$

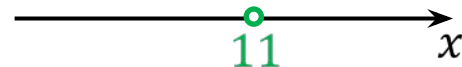
~~$\frac{12 \cdot (x-1)}{2} - \frac{12 \cdot (x-2)}{3} > \frac{12 \cdot (x-3)}{4}$~~
 ~~$-2 \leq x < 3$~~ **$-2 \leq x < 3$**

$6x - 6 - 4x + 8 > 3x - 9$

$6x - 4x - 3x > -9 + 6 - 8$

$-x > -11$

$x < 11$



Пусть есть некоторые числа a и b причем $a < b$

Линейные неравенства с одной переменной

$$a < x \leq b$$

$$x \leq a$$

$$x \geq a$$

$$x > a$$

$$a \leq x \leq b$$

x

x



$$x \in (-\infty; 3]$$

Множества чисел x , для которых выполняются двойные неравенства $-2 \leq x < 3$ или $-2 < x \leq 3$, называют *полуинтервалами*.

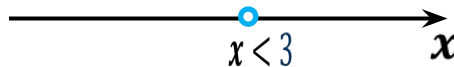
Множество чисел, удовлетворяющих условию $x \geq 3$ называют *числовым лучом*.

3

$$x > 3$$

x

3



$$x \in (-\infty; 3)$$

$$a \leq x < b$$

$$\frac{\cancel{12} \cdot (x-1)}{\cancel{2}} - \frac{\cancel{12} \cdot (x-2)}{\cancel{3}} > \frac{\cancel{12} \cdot (x-3)}{\cancel{4}}$$

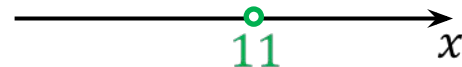
$$6(x-1) - 4(x-2) > 3(x-3)$$

$$6x - 6 - 4x + 8 > 3x - 9$$

$$a < x < b$$

$$-x > -11$$

$$x < 11$$



Пусть есть некоторые числа a и b причем $a < b$

$$x < a$$

$$[a; b]$$

Неравенство такого вида либо *не имеют решений*, либо их *решением является любое число*.

Например:

$$(a; b)$$

$$(a; b]$$

$$[a; +\infty)$$

$$(-\infty; a]$$

$$0 > -7$$

$$(-\infty; a)$$

$(a; +\infty)$

$$[a; b)$$

$$3x + 1 < 3x - 6$$

$$3x - 3x < -6 - 1$$

$$0 \cdot x < -7$$

$$0 < -7$$

нет решений

$$x \in \emptyset$$

Ответ: $x \in \emptyset$.

Задание. Изобразить на координатной прямой множество чисел, удовлетворяющих неравенствам, и записать решение числовым промежутком:

а) $-1,5 \leq x \leq 5$,

б) $y > 20$,

в) $10 < z \leq 30$.

Решением неравенства с одной неизвестной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – это значит найти все его решения или доказать, что их нет.

Два неравенства называются **равносильными**, если каждое решение одного неравенства является решением другого.

Равносильными называются и неравенства, которые не имеют решений.