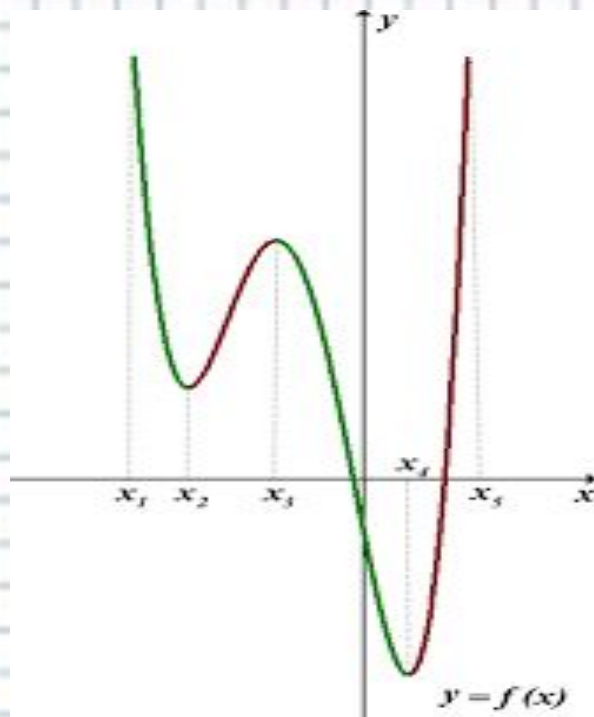


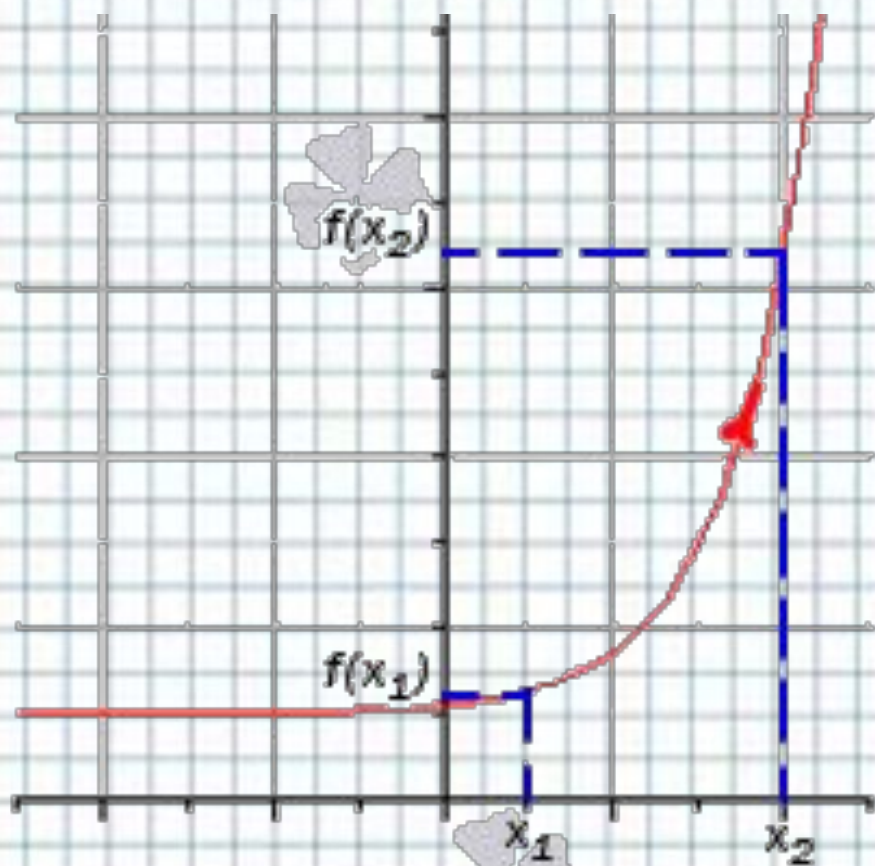
*Применение производной
для исследования функций
на монотонность и
экстремумы и построение
графиков.*



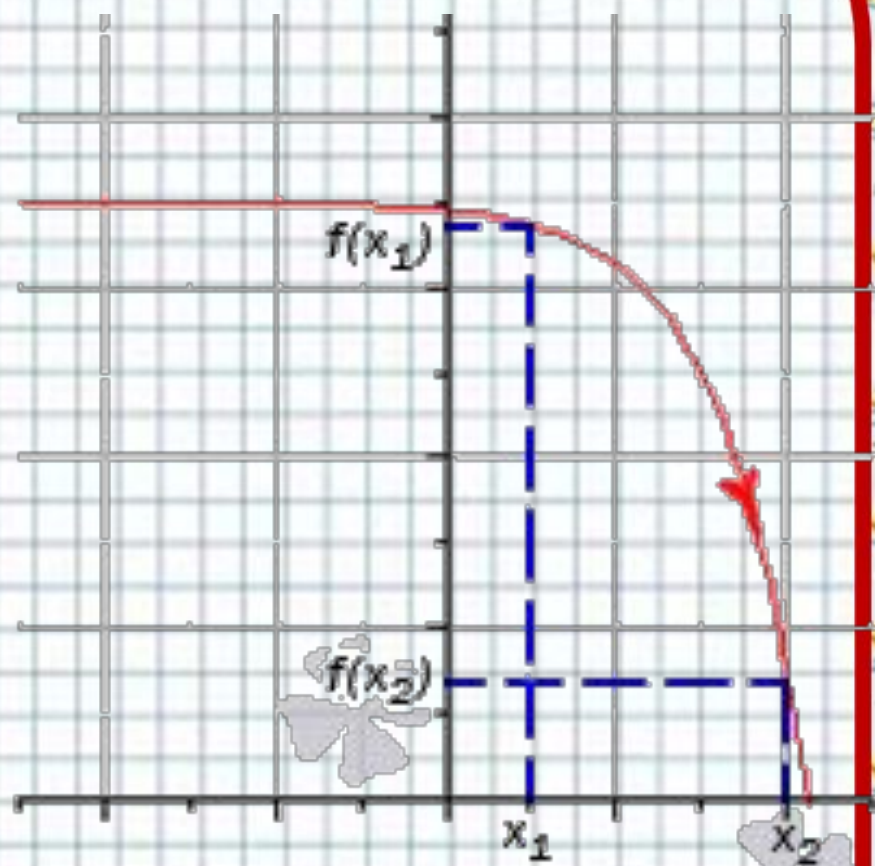
I. Монотонность функции

(Возрастание и убывание функций)





возрастающая функция



убывающая функция



Теорема 1. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) > 0$, то функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке X .

Теорема 2. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) < 0$, то функция $y = f(x)$ убывает на промежутке X .

Теорема 3. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется равенство $f'(x) = 0$, то функция $y = f(x)$ постоянна на промежутке X .

Определение. Промежутки возрастания и убывания функции называются промежутками монотонности функции.



II. Экстремумы функции.



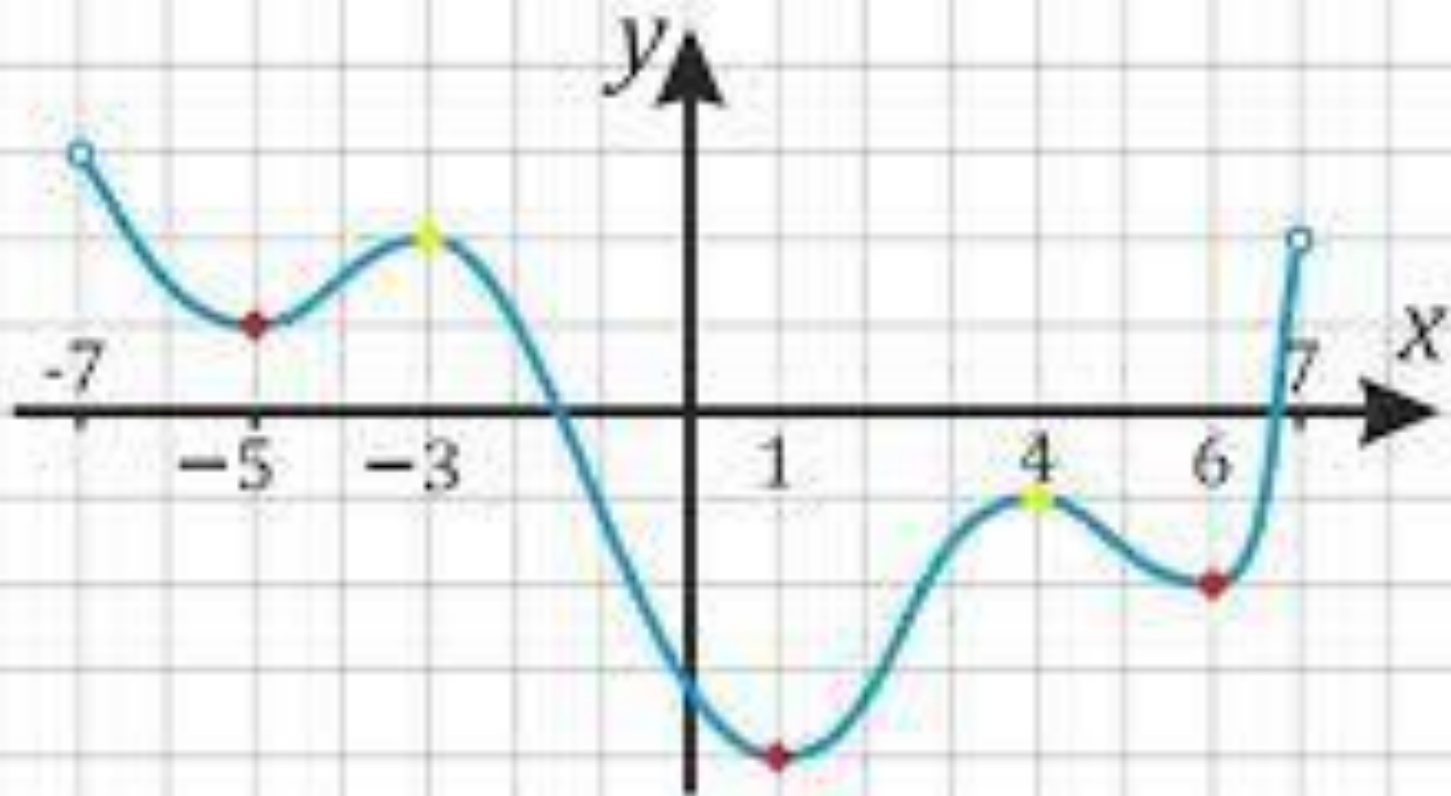
Определение 1. Точку $x=x_0$ называют **точкой минимума функции $y = f(x)$** , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки $x=x_0$) выполняется неравенство

$$f(x) > f(x_0).$$

Определение 2. Точку $x=x_0$ называют **точкой максимума функции $y = f(x)$** , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки $x=x_0$) выполняется неравенство

$$f(x) < f(x_0).$$


График функции



◆ - ТОЧКИ МИНИМУМОВ

◆ - ТОЧКИ МАКСИМУМОВ

Значение максимума и минимума обозначаются:

y_{max} , y_{min} соответственно.

*Определение 3. Точки минимума и максимточками экстремума ума функции называют –функции (от латинского слова *extremus* – «крайний»)*



Теорема 1. Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке $x = x_0$, то в этой точке производная либо равна нулю ($f'(x) = 0$), либо не существует.

Определение 4. Внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю, называют **стационарными**, а внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует – **критическими**.



Теорема 2 (достаточные условия экстремума). Пусть функция $y = f(x)$ непрерывна на промежутке X и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку $x = x_0$, тогда:

- 1) Если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) < 0$, а при $x > x_0$ – неравенство $f'(x) > 0$, то $x = x_0$ – **точка минимума функции $y = f(x)$** ;
- 2) Если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) > 0$, а при $x > x_0$ – неравенство $f'(x) < 0$, то $x = x_0$ – **точка максимума функции $y = f(x)$** ;
- 3) Если у этой точки существует такая окрестность, что в ней и слева и справа от точки x_0 знаки производной одинаковы, то в точке x_0 экстремума **нет.**



Для запоминания!!!

