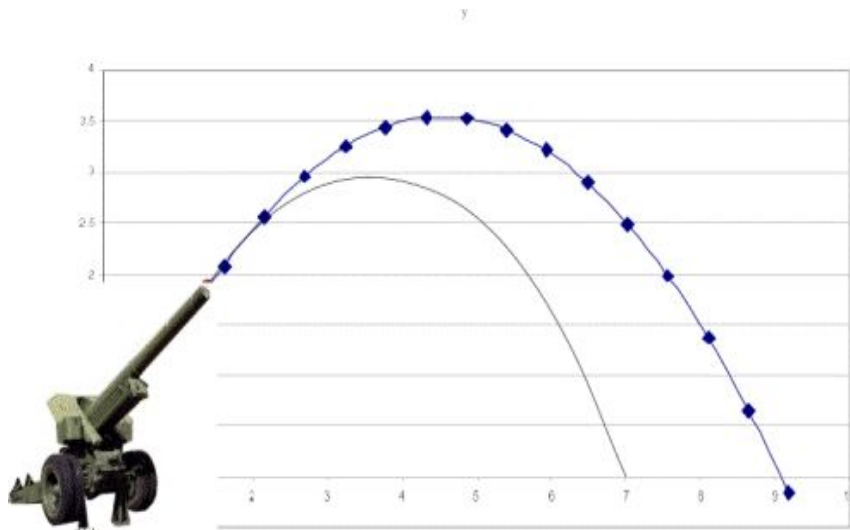




Движение тела брошенного под углом к горизонту

Повторение, решение задач
10 класс





Движение тела под действием силы тяжести.

Задача. Решить основную задачу механики для тела брошенного с начальной скоростью v_0 под углом к горизонту α

Дано:

v_0

α

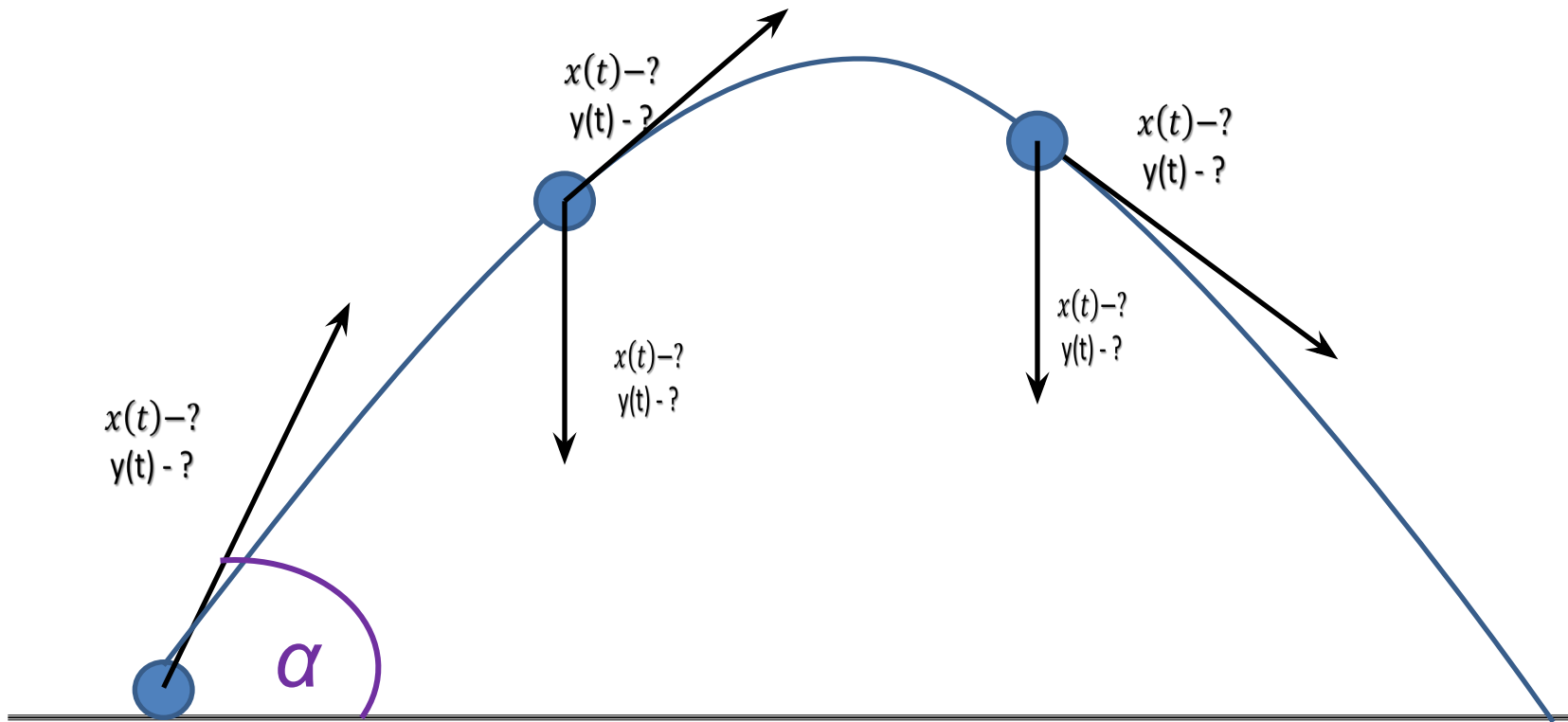
$x(t) - ?$

$y(t) - ?$





Расставим векторы скорости и ускорения





Решение задачи.

Так как тело движется с ускорением свободного падения, то искать решение будем исходя из уравнения равноускоренного движения.

$$x(t) = ?$$

$$y(t) = ?$$

$$x(t) = ?$$

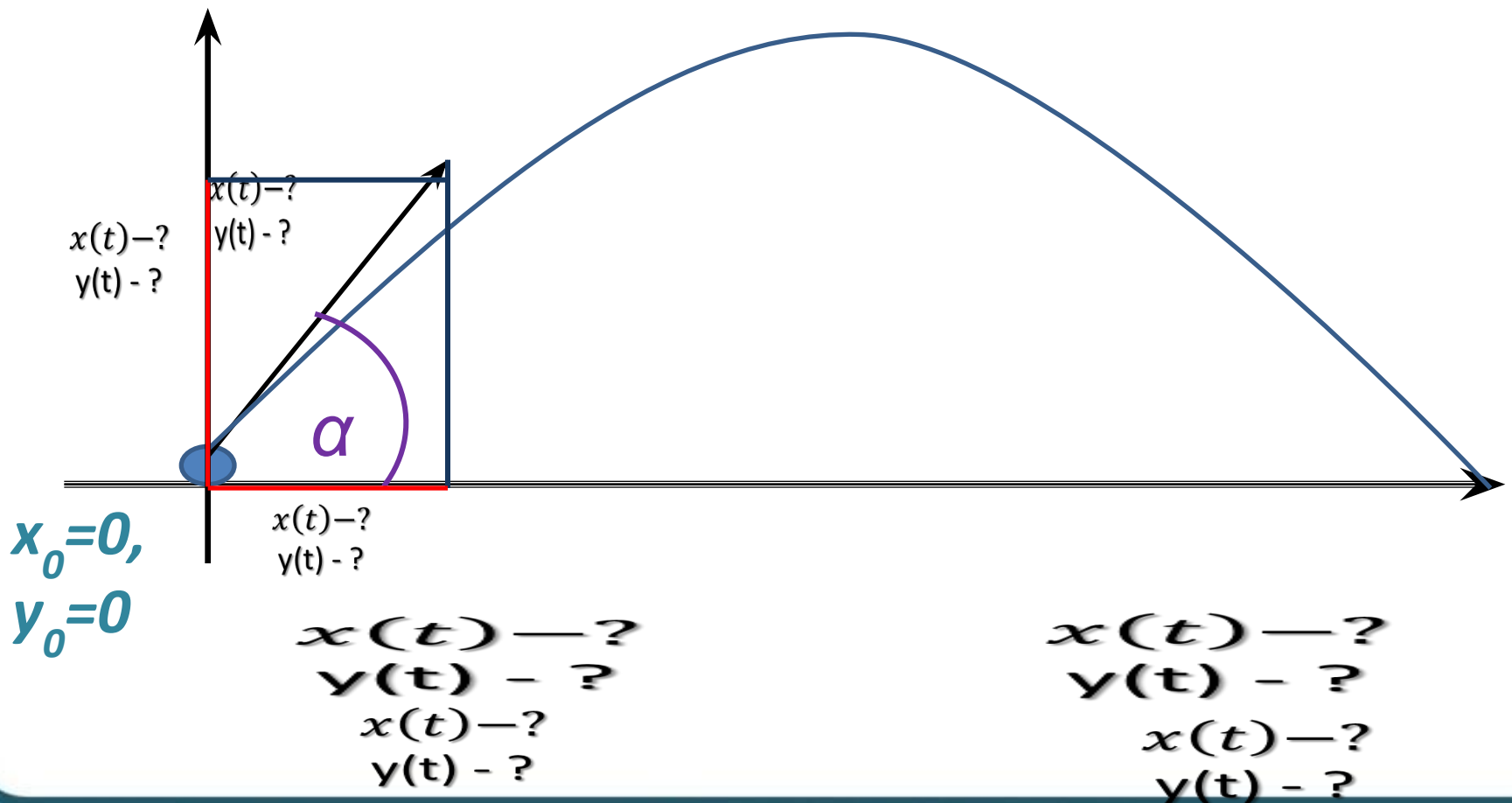
$$y(t) = ?$$

Почему для описания движения тела брошенного под углом к горизонту нужно два уравнения?



Решение задачи.

Надем проекции начальной скорости и ускорения на координатные оси.





Решение задачи.

Подставим полученные значения в уравнения движения тела брошенного под углом к горизонту

$$\begin{aligned}x(t) &= ? \\ y(t) &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= ? \\ y(t) &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= ? \\ y(t) &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= ? \\ y(t) &= ?\end{aligned}$$

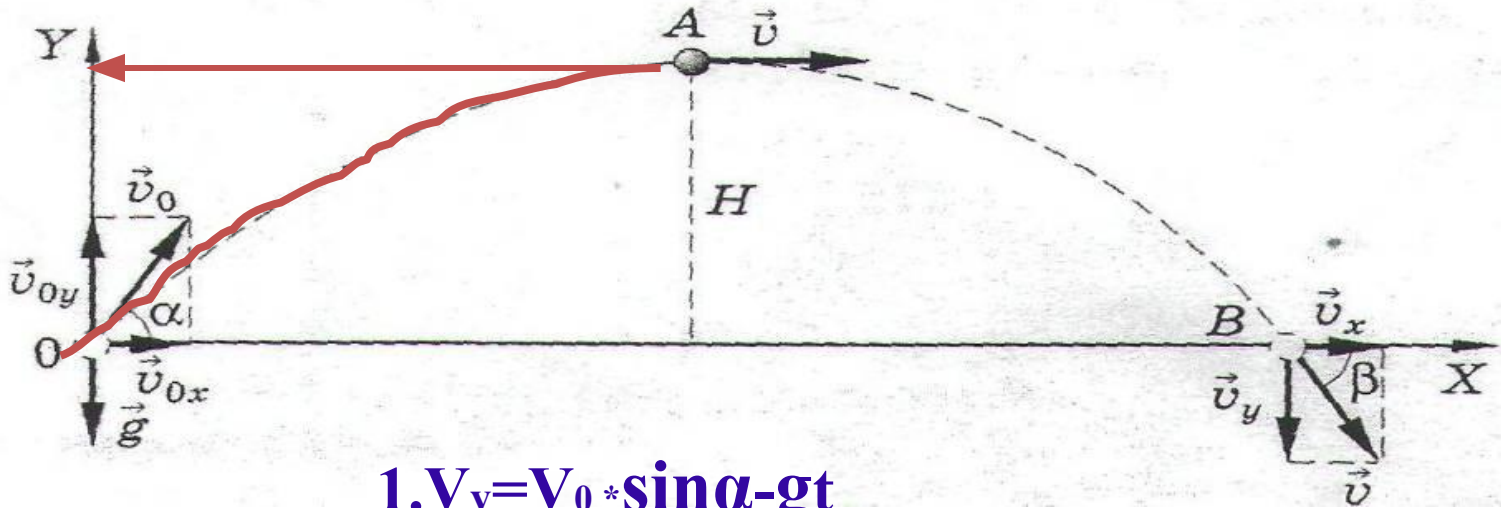
$$\begin{aligned}x_0 &= 0, \\ y_0 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= ? \\ y(t) &= ? \\ x(t) &= ? \\ y(t) &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= ? \\ y(t) &= ? \\ x(t) &= ? \\ y(t) &= ?\end{aligned}$$



Время подъёма $t_{\text{под}}$ (до точки А).



$$1. V_y = V_0 * \sin \alpha - gt$$

2. В точке А проекция скорости V_y на ось OY равна нулю при $t = t_{\text{под}}$: $V_y = 0 \Rightarrow$

$$3. 0 = V_0 * \sin \alpha - gt_{\text{под}} \Rightarrow$$

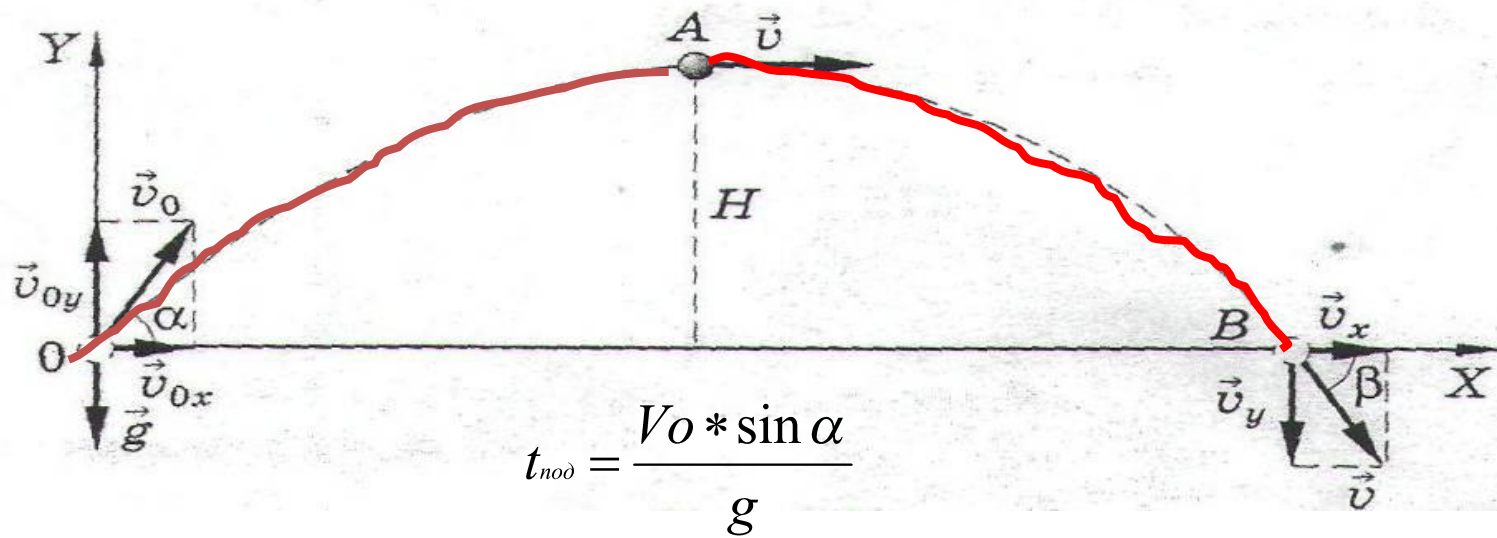
$$4. gt_{\text{под}} = V_0 * \sin \alpha \Rightarrow$$

$$5. t_{\text{под}} = V_0 * \sin \alpha / g$$

$$t_{\text{под}} = \frac{V_0 * \sin \alpha}{g}$$



Время полета $t_{\text{пол}}(O-A-B)$.

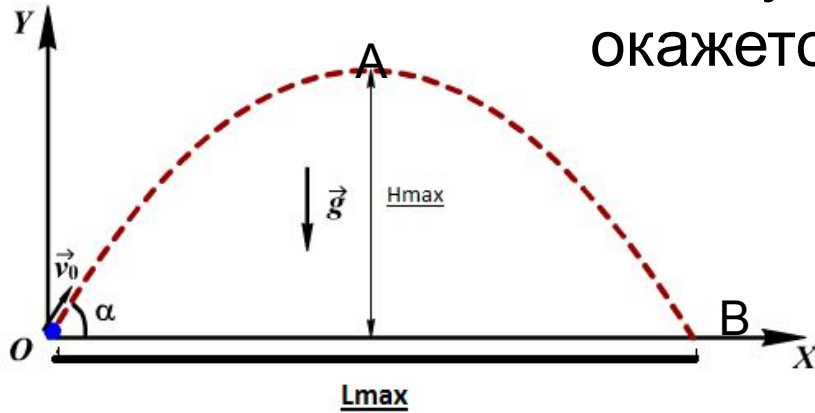


Очевидно, что время падения(A-B), равно времени подъёма (O-A),

значит время всего полёта $t_{\text{пол}}=2t_{\text{под}} \Rightarrow$

$$t_{\text{полета}} = \frac{2V_0 * \sin \alpha}{g}$$

Рассчитаем максимальную дальность полёта L_{\max} , тело окажется в точке В



1. Уравнение координаты x имеет вид

$$x = x_0 + V_0 \cos(\alpha)t$$

2. В точке В при $t=t_{\text{пол}}$ координата $x=L_{\max}$ т.е:

$$L_{\max} = V_0 \cos(\alpha)t_{\text{полёта}}$$

3. Формула времени полёта известна

$$t_{\text{полёта}} = \frac{2V_0 * \sin \alpha}{g}$$

4. Подставим формулу (3) в формулу (2)

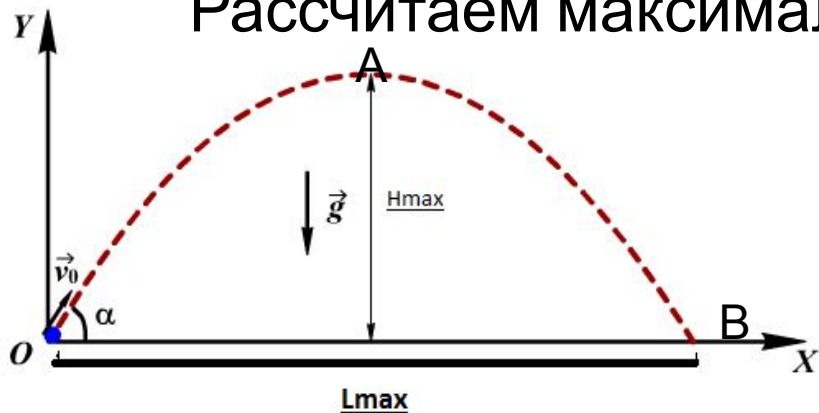
$$L_{\max} = V_0 \cos(\alpha) \frac{2V_0 * \sin \alpha}{g}$$

5. Преобразуем формулу (4): $L_{\max} = \frac{V_0 V_0 * 2 \cos(\alpha) * \sin(\alpha)}{g} \Rightarrow$

$$L_{\max} = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \Rightarrow$$

$$L_{\max} = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

Рассчитаем максимальную высоту подъёма H_{\max}



1. Уравнение координаты y имеет вид

$$y = y_0 + V_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$$

2. В точке A при $t=t_{\text{под}}$ координата $y=H_{\max}$ т.е:

$$H_{\max} = V_0 \sin(\alpha)t_{\text{под}} - \frac{gt_{\text{под}}^2}{2}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$H_{\max} = V_0 \sin(\alpha) \frac{V_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g \left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g} \right)^2}{2}$$

3. Формула времени подъёма известна

4. Подставим формулу (3) в формулу (2)

5. Преобразуем формулу (4):

$$H_{\max} = \frac{V^2_0 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g \frac{V^2_0 \sin^2 \alpha}{g^2}}{2} \Rightarrow$$

$$H_{\max} = \frac{V^2_0 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{V^2_0 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow$$

$$H_{\max} = \frac{V^2_0 \sin^2 \alpha}{2g}$$



Задачи





Из окна дома с высоты 19,6 м горизонтально брошена монета со скоростью 5 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите, через какой промежуток времени монета упадет на Землю. На каком расстоянии по горизонтали от дома находится точка падения?

Дано:

$$v_0 = 5 \text{ м/с}$$

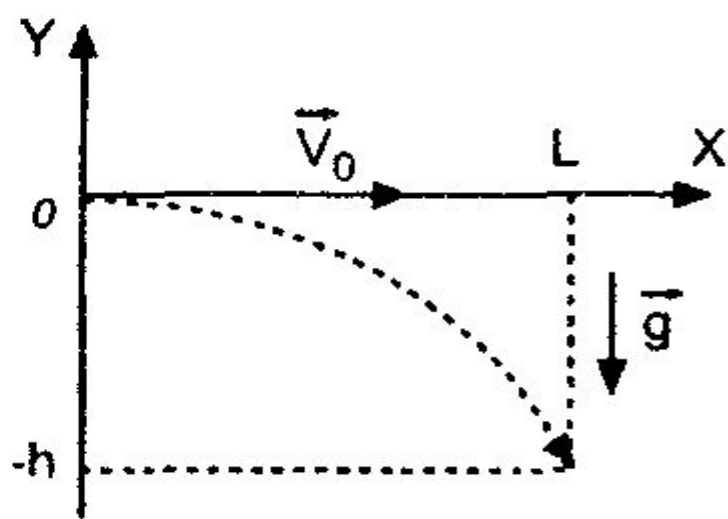
$$h = 19,6 \text{ м}$$

$$t_{\text{п}}, l - ?$$

Закон движения монеты по осям X и Y выглядит так

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$



Выберем систему координат так, как показано на рисунке. Тогда $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$,

$$a_x = 0, a_y = -g.$$

Уравнения движения $x = v_0 t$; $y = -\frac{gt^2}{2}$. Поскольку

каждому моменту времени соответствует вполне конкретная точка на траектории, то в моменты падения монеты на Землю ($t = t_{II}$) ее координаты $x = l$; $y = -h$.

Из уравнений движения получим систему уравне-

ний:
$$\begin{cases} l = v_0 t_n \\ -h = -\frac{gt^2}{2} \end{cases}.$$

Из второго уравнения определим время полета

монеты $t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6}{9,8}} = 2 \text{ с}.$

Подставив время t_n в первое уравнение, найдем горизонтальную координату в момент падения:

$$l = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5 \cdot 2 = 10 \text{ м}.$$

$$t_n = 2 \text{ с}; l = 10 \text{ м}.$$



- 2. Используя условие задачи 1, найдите скорость падения монеты и угол, который образует вектор скорости с горизонтом в точке падения

Дано:

$$h = 19,6 \text{ м}$$

$$v_0 = 5 \text{ м/с}$$

$$v, \alpha - ?$$



Уравнения для проекций скорости по координатным осям X и Y в общем виде $v_x = v_{0x} + a_x t$ и $v_y = v_{0y} + a_y t$.

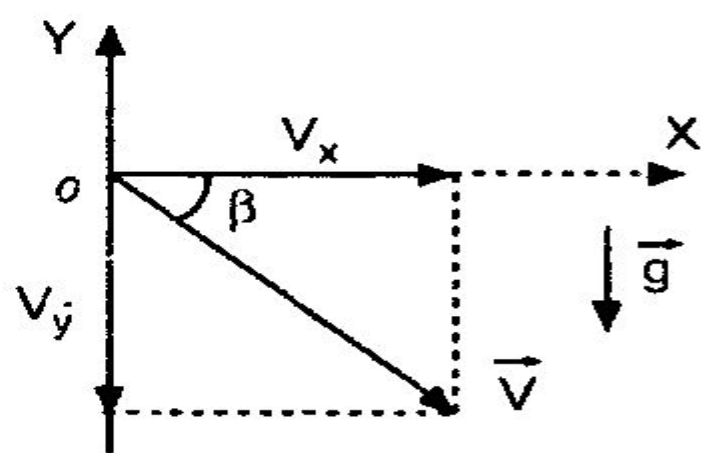
В выбранной системе координат (аналогично предыдущей задаче): $v_{0x} = v_0$,

$v_{0y} = 0$, $a_x = 0$, $a_y = -g$. Тогда $v_x = v_0$ — движение в горизонтальном направлении равномерное, а $v_y = -gt$ — движение в вертикальном направлении равнопеременное. Вертикальная проекция скорости в момент падения монеты на Землю

$$\dot{v}_y = -gt_{\text{п}} = -g \sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh}.$$

Модуль скорости в точке падения

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (-\sqrt{2gh})^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \\ &= \sqrt{5^2 + 2 \cdot 9,8 \cdot 19,8} \approx 20,3 \text{ м/с.} \end{aligned}$$





Угол, который образует вектор скорости с горизонтом, найдем, воспользовавшись рисунком к

задаче: $\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = \frac{5}{20,3} \approx 0,25.$

$v \approx 20,3 \text{ м/с}; \alpha \approx 76^\circ.$



3. Длина скачка блохи на столе, прыгающей под углом 45° к горизонту, равна 20 см. Во сколько раз высота ее подъема над столом превышает ее собственную длину, составляющую 0,4 мм?

Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$x_{\text{max}} = 20 \text{ см}$$

$$d = 0,4 \text{ мм}$$

$$\frac{y_{\text{max}}}{d} = ?$$

- [РИСУНОК.](#)

Воспользуемся соотношением для максимальной высоты подъема y_{\max} и дальности полета:

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad \text{и} \quad x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Траектория движения показана на рис. 53 учебника.

Из соотношения для x_{\max} : $v_0^2 = \frac{gx_{\max}}{\sin 2\alpha}$.

Подставим в соотношение для y_{\max} :

$$y_{\max} = \frac{gx_{\max} \sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha \cdot 2g} = \frac{x_{\max} \sin^2 \alpha}{2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{x_{\max} \operatorname{tg} \alpha}{4}.$$

Теперь найдем отношение y_{\max} к длине d :

$$n = \frac{y_{\max}}{d} = \frac{x_{\max} \operatorname{tg} \alpha}{4d} = \frac{20 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}{4 \cdot 0,04} = 125.$$



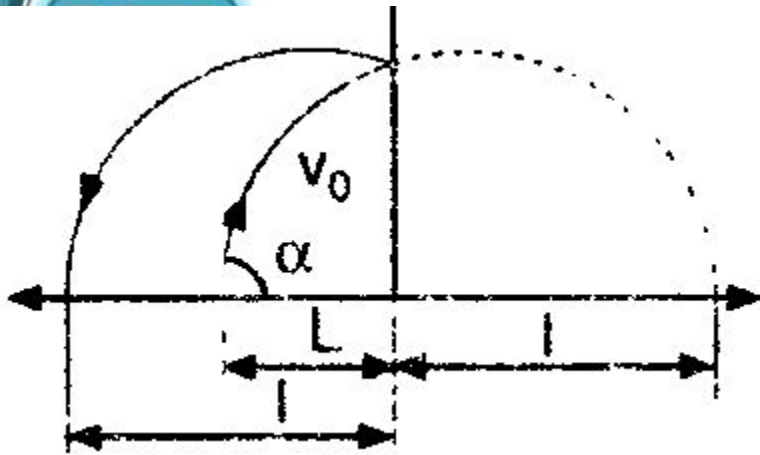
Мяч, брошенный под углом 45° к горизонту, упруго отскочив от вертикальной стены, расположенной на расстоянии L от точки бросания, ударяется о Землю на расстоянии l от стены. С какой начальной скоростью был брошен мяч?

Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$L, l$$

$$v_0 - ?$$



$$[v_0 = \sqrt{g(L + l)}]$$

- при абсолютно упругом ударе мяча о стенку модуль его скорости не изменяется, а угол падения равен углу отражения.
реальная траектория мяча является зеркальным отражением той траектории, по которой мяч летел бы в отсутствии стенки.
тогда из рисунка видно, что дальность полета мяча

$x_{\text{max}} = L + l$. В то же время, дальность полета мяча, брошенного под углом горизонту в отсутствии стенки, равна $x_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Получаем уравне-

ние $L + l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, откуда начальная скорость

мяча $v_0 = \sqrt{\frac{g(L + l)}{\sin 2\alpha}}$.

Так как $\sin 90^\circ = 1$, то $v_0 = \sqrt{g(L + l)}$.

$$v_0 = \sqrt{g(L + l)}.$$



Домашнее задание

§ 16, Упр.4 (2, 3),

(Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский Физика).



Спасибо за работу!



Использованные материалы:

- http://davay5.com/z.php?book=myakishev-buhovcev_10_klass
- http://davay5.com/z.php?book=kasyanov_10_klass
- http://davay5.com/z.php?book=rymkevich_10_klass