

Практическое занятие

Определенный интеграл

Понятие определенного интеграла

- Выражение $\int_a^b f(x)dx$ называют определенным интегралом функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$.
- Если неопределенный интеграл представляет собой совокупность функций, отстоящих друг от друга на величину C , то определенный интеграл – это всегда число, значение которого определяется видом подынтегральной функции и значениями верхнего (b) и нижнего (a) пределов интегрирования.

Свойства определенного интеграла

- при смене пределов интегрирования меняется знак у определенного интеграла

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

- если пределы интегрирования равны между собой, то определенный интеграл равен нулю

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

- если точка c принадлежит отрезку $[ab]$, то выполняется равенство

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Формула Ньютона -Лейбница

- Чтобы вычислить определенный интеграл необходимо найти его первообразную (неопределенный интеграл) и подставить пределы интегрирования

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Примеры

1. Вычислить $\int_1^2 5x^4 dx$

Решение:

$$\int_1^2 5x^4 dx = 5 \int_1^2 x^4 dx = 5 \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_1^2 = x^5 \Big|_1^2 = 2^5 - 1^5 = 31$$

2.

Вычислить

$$\int_0^4 (3x - e^{\frac{x}{4}}) dx$$

Решение:

е:

$$\int_0^4 (3x - e^{\frac{x}{4}}) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 - 4e^{\frac{x}{4}} \right) \Big|_0^4 = \frac{3}{2} \cdot 16 - 4e - (0 - 4 \cdot e^0) = 28 - 4e$$