

# Презентация к уроку: «Показательная функция»

Выполнила  
учитель математики  
Бородина С. Ю.  
МБОУ «СОШ №8»  
Тбилисский район  
Краснодарский край

# ***Показательная функция***

**Некоторые наиболее часто встречающиеся виды трансцендентных функций, прежде всего показательные, открывают доступ ко многим исследованиям.**

**Л.**

**Эйлер**

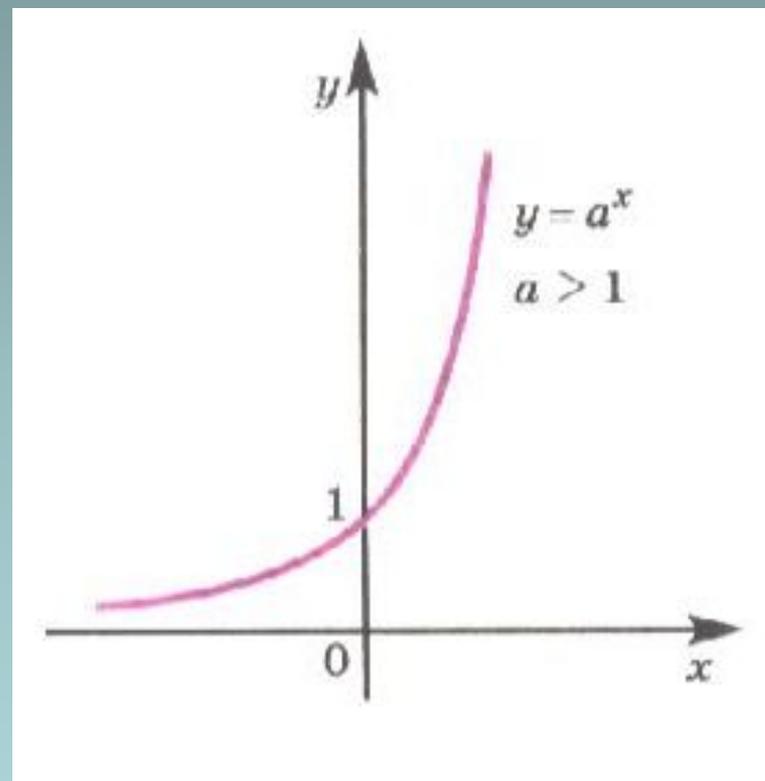
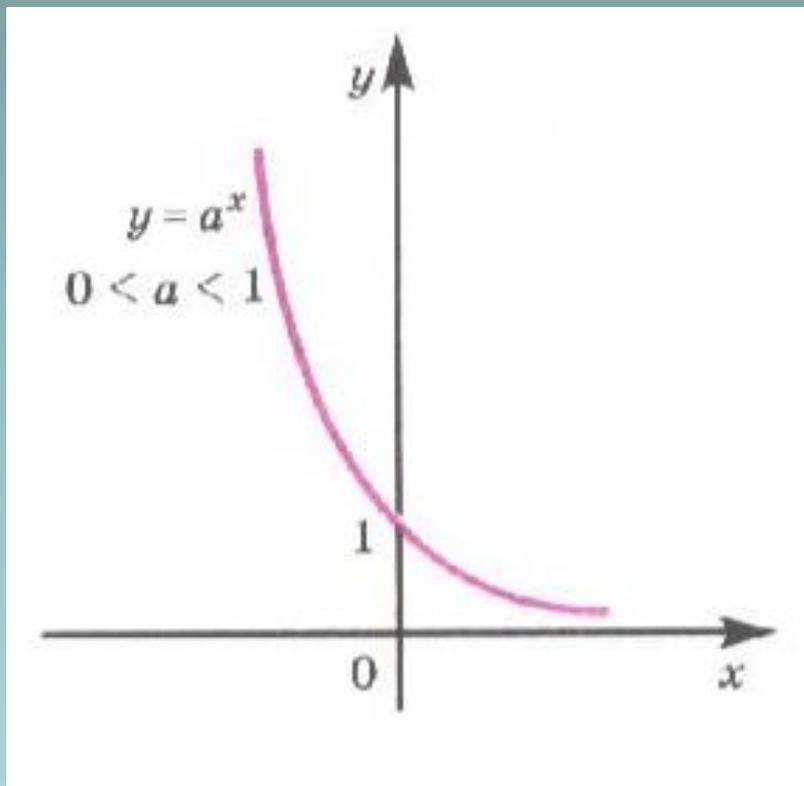
## *Определение.*

Показательной функцией называется функция  $y=a^x$ , где  $a$  – заданное число,  $a>0$ ,  $a\neq 1$ .

# *Свойства показательной функции*

- 1. Область определения показательной функции – множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел.**
- 2. Множество значений показательной функции – множество всех положительных чисел.**
- 3. Показательная функция  $y=a^x$  является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если  $a>1$ , и убывающей, если  $0<a<1$ .**

# График показательной функции



# Сравнение чисел

Сравните числа:

а)  $2^\pi$  и  $2^{3,14}$ .

Решение.

Так как  $\pi > 3,14$  и  $y=2^x$  возрастает на  $\mathbb{R}$ ,  
то  $2^\pi > 2^{3,14}$ .

б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$  и  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ .

Решение.

Так как  $\sqrt{2} < \sqrt{3}$  и  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  убывает на  $\mathbb{R}$ ,

то  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$

Используя свойство возрастания или убывания показательной функции, сравнить числа:

- 1)  $1,7^3$  и  $1$ ;      2)  $0,3^2$  и  $1$ ;      3)  $3,2^{1,5}$  и  $3,2^{1,6}$ ;  
4)  $0,2^{-3}$  и  $0,2^{-2}$ ; 5)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$  и  $\left(\frac{1}{5}\right)^{1,4}$ ; 6)  $3^\pi$  и  $3^{3,14}$ .

Укажите, какие из следующих показательных функций возрастают, а какие убывают:

- 1)  $y = 5^x$ ;      2)  $y = 3^{x-1}$ ;  
3)  $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x$ ;      4)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ ;  
5)  $y = 2^{-x}$ ;      6)  $y = 3^x \cdot 4^x$ ;  
7)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ ;      8)  $y = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

### Показательные уравнения

Решение простейших показательных уравнений основано на монотонности показательной функции  $y = a^x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $D(y) = R$ ,  $E(y) = (0; +\infty)$ ).

Простейшее показательное уравнение  $a^x = b$  при  $b > 0$  имеет единственное решение, записывающееся в общем виде  $x = \log_a b$ .

При  $b \leq 0$  решений нет.

$6^x = 36$ $x = \log_6 36$ $x = 2$	$2^x = \frac{1}{8}$ $x = \log_2 (1/8)$ $x = -3$	$100^x = 10$ $x = \log_{100} 10$ $x = 0,5$	$10^x = 3$ $x = \lg 3$	$e^x = 2$ $x = \ln 2$	$625^x = -25$ решений нет
------------------------------------------	-------------------------------------------------------	--------------------------------------------------	---------------------------	--------------------------	------------------------------

Уравнения вида  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$  равносильны уравнению  $f(x) = g(x)$ .

# Методы решения показательных уравнений

1.

*Приведение  
к одному основанию*

$$5^x \cdot 0,2 = 125^{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{5}$$

$$5^x \cdot 5^{-1} = 5^{\frac{3x}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$$

$$5^{x-1} = 5^{\frac{3x+1}{2}}$$

$$x-1 = \frac{3x+1}{2} \Rightarrow x = -3$$

Ответ  $x = -3$

2.

*Логарифмирование  
обеих частей уравнения*

$$6^{1/x} \cdot 2^x = 12$$

*Логарифмируем по основанию 2:*

$$\frac{1}{x} \log_2 6 + x = \log_2 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_2 3 + x^2 = (2 + \log_2 3)x$$

$$x^2 - (2 + \log_2 3)x + (1 + \log_2 3) = 0$$

*Ответ:  $x = 1$ ;  $x = 1 + \log_2 3$ .*

3.

*Вынесение  
за скобку*

$$7^x + 7^{x+2} = 350$$

$$7^x(1 + 7^2) = 350$$

$$7^x = \frac{350}{1 + 7^2} = 7$$

$$x = 1$$

#### 4. Составление отношения

$$4^x + 3^{x-1} = 4^{x-1} + 3^{x+2}$$

$$4^x - 4^{x-1} = 3^{x+2} - 3^{x-1}$$

$$4^{x-1}(4-1) = 3^{x-1}(3^3-1)$$

$$4^{x-1} \cdot 3 = 3^{x-1} \cdot 26$$

$$\frac{4^{x-1}}{3^{x-1}} = \frac{26}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{x-1} = \frac{26}{3}$$

$$x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{26}{3} + 1$$

## 5. Замена переменной

$$25^x + 5^x + 1 - 6 = 0$$

$$5^x = y > 0$$

$$y^2 + 5y - 6 = 0$$

$$y = 1; y = -6 < 0$$

$$5^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

6.

«Завуалированное»  
обратное число

$$(\sqrt{5} - 2)^x + (\sqrt{5} + 2)^x = 18$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) &= \\ &= 5 - 4 = 1\end{aligned}$$

Пусть  $(\sqrt{5} - 2)^x = y > 0$

$$y + \frac{1}{y} = 18 \Rightarrow y = 9 \pm 4\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5} - 2)^x &= 9 - 4\sqrt{5} = \\ &= (\sqrt{5} - 2)^2 \Rightarrow x = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5} - 2)^x &= 9 + 4\sqrt{5} = \\ &= (\sqrt{5} + 2)^2 = (\sqrt{5} - 2)^{-2} \Rightarrow \\ x &= -2\end{aligned}$$

Ответ: 2; -2.

7.

*Использование  
однородности*

$$3 \cdot 16^x - 12^x = 4 \cdot 9^x$$

Делим на  $9^x > 0$ :

$$3 \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^x - \left(\frac{12}{9}\right)^x = 4$$

$$3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{3}\right)^x - 4 = 0$$

Пусть  $\left(\frac{4}{3}\right)^x = y > 0 \Rightarrow$

$$3y^2 - y - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$y = \frac{4}{3}; y = -1 < 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 1$$

8.

*Использование  
монотонности*

$$2^x + 5^x = 29$$

$$f(x) = 2^x + 5^x$$

возрастает на  $\mathbf{R}$ .

$$f(2) = 29 \Rightarrow$$

$x = 2$  — единст-  
венный корень.

# Решение простейших показательных неравенств

$$a^{f(x)} < a^{g(x)}$$

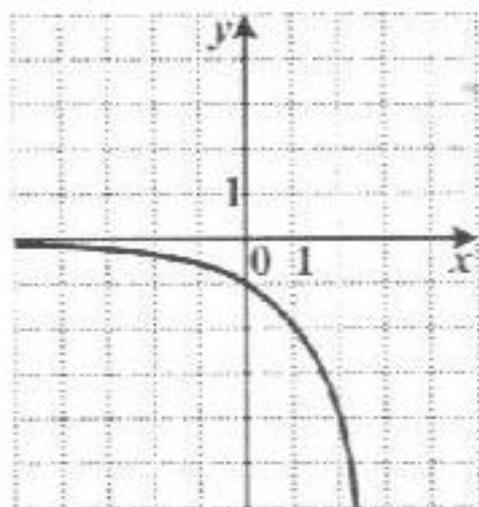
Если  $a > 1$ , то  
 $f(x) < g(x)$

Если  $0 < a < 1$ , то  
 $f(x) > g(x)$

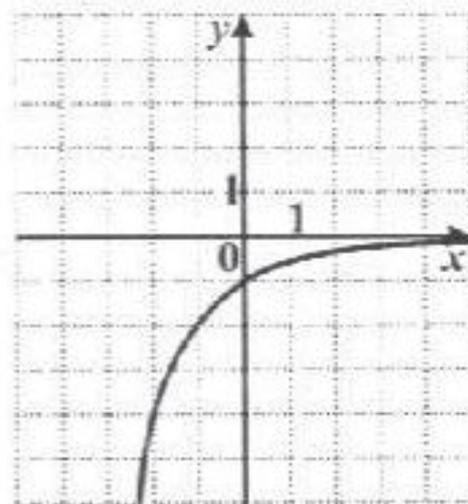
***Графики  
показательной  
функции***

На одном из рисунков изображен эскиз графика функции  $y = 2^x$ . Укажите номер этого рисунка.

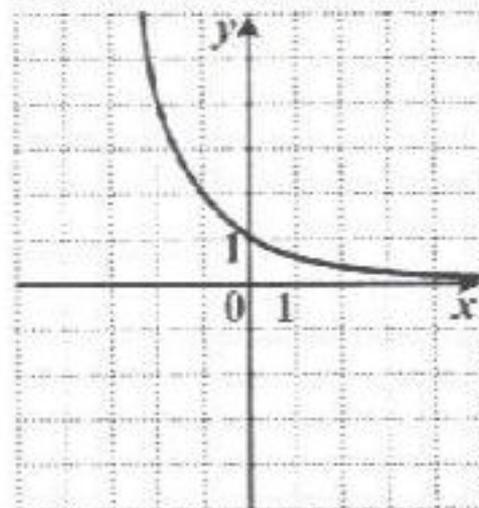
1)



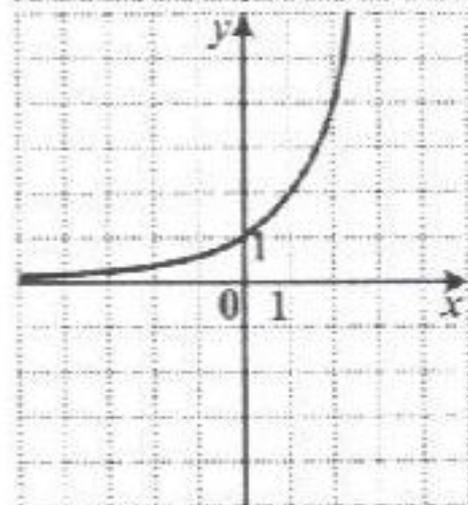
3)



2)



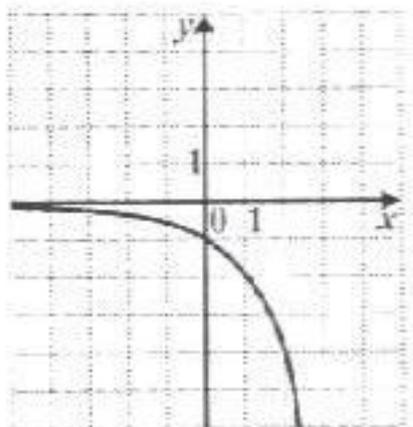
4)



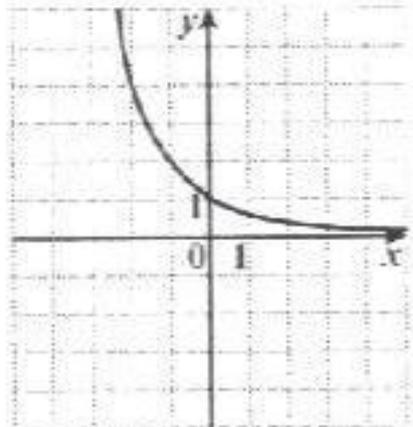
На одном из рисунков изображен эскиз графика функции

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x. \text{ Укажите номер этого рисунка.}$$

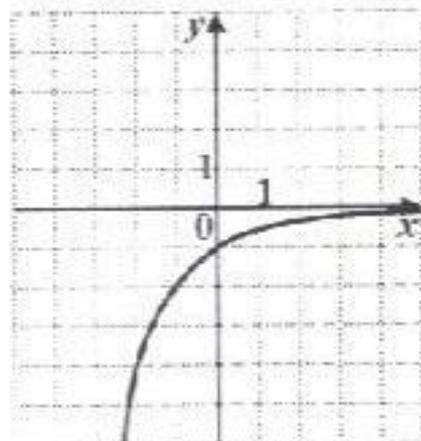
1)



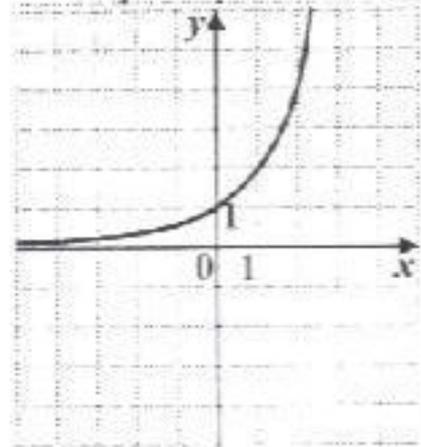
2)



3)

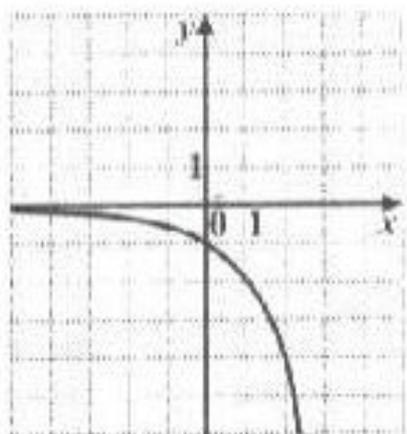


4)

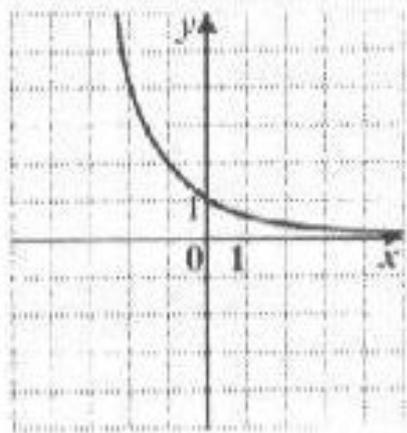


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции  $y = -2^x$ . Укажите номер этого рисунка.

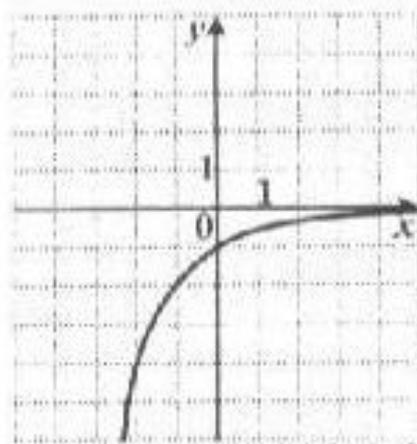
1)



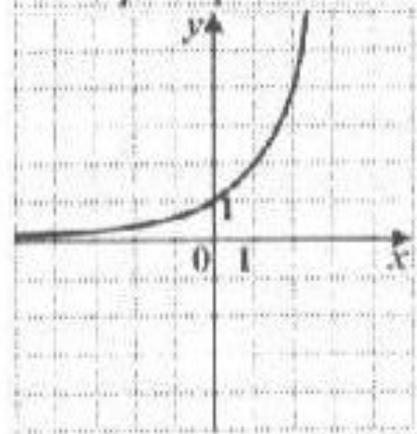
2)



3)



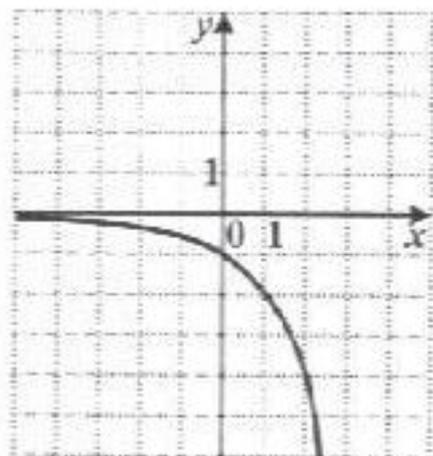
4)



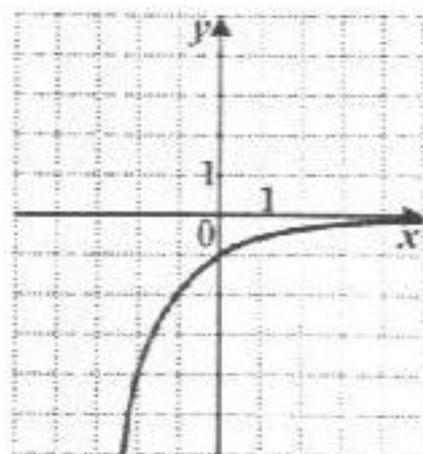
На одном из рисунков изображен эскиз графика функции

$$y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x. \text{ Укажите номер этого рисунка.}$$

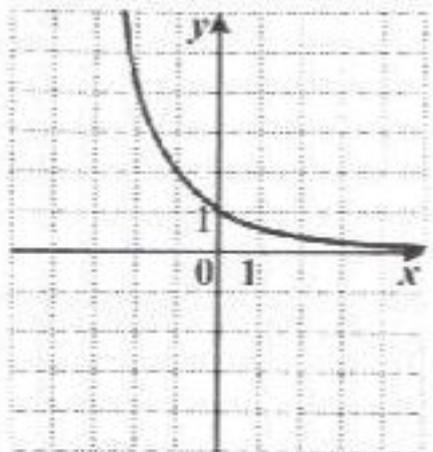
1)



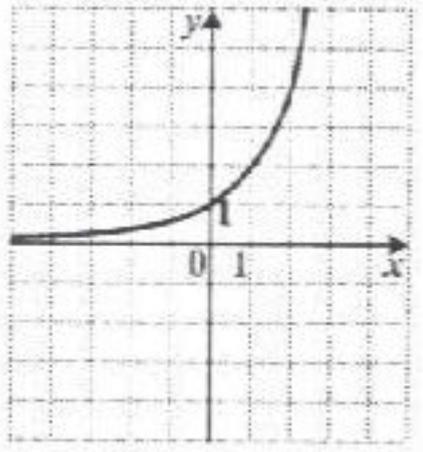
3)



2)

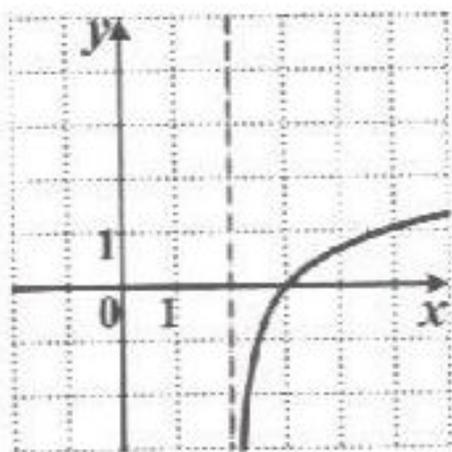


4)

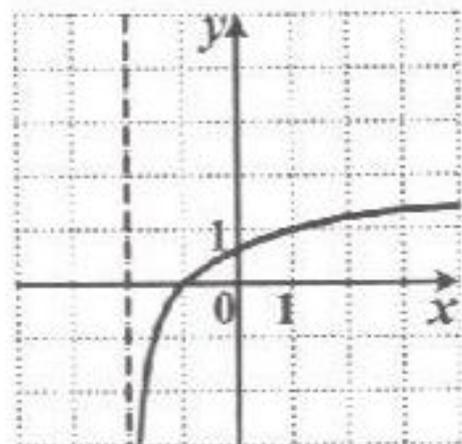


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции  $y = 2^x - 2$ . Укажите номер этого рисунка.

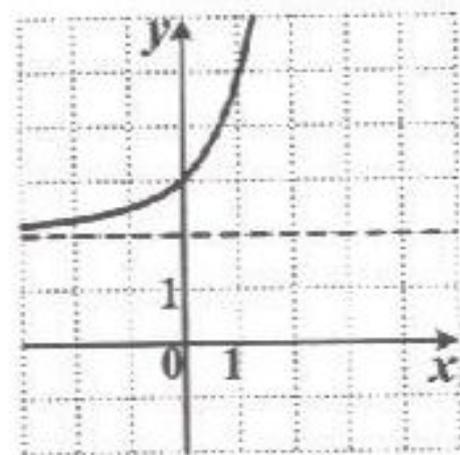
1)



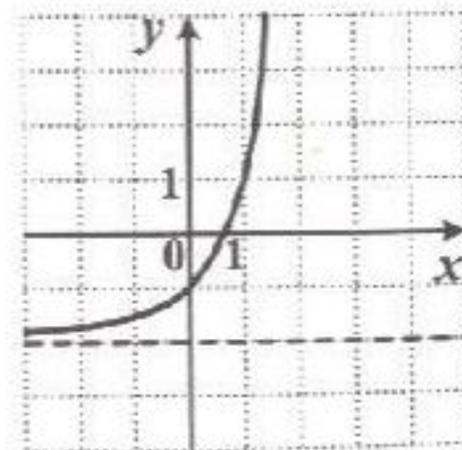
3)



2)



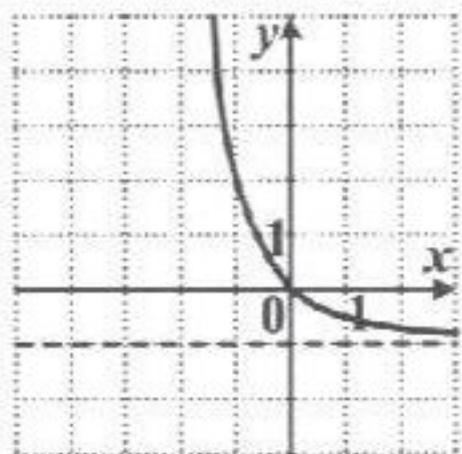
4)



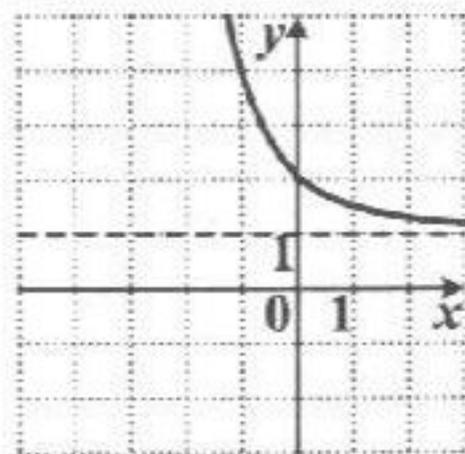
На одном из рисунков изображен эскиз графика функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1. \text{ Укажите номер этого рисунка.}$$

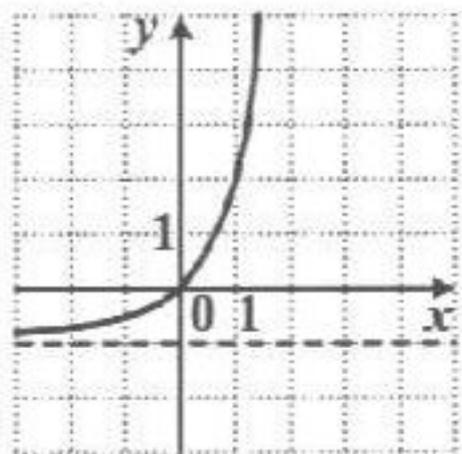
1)



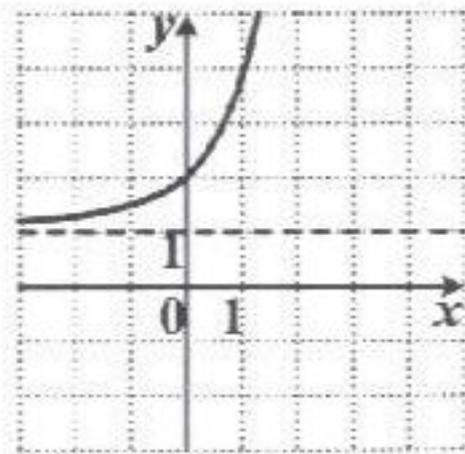
3)



2)

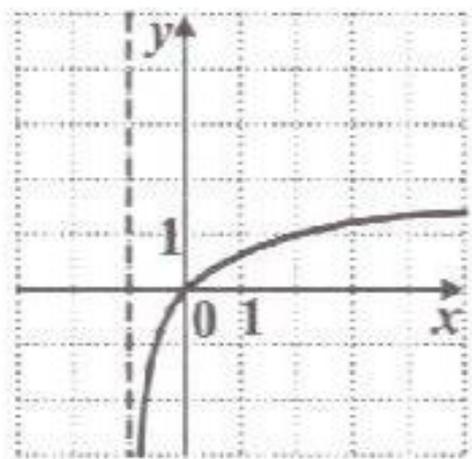


4)

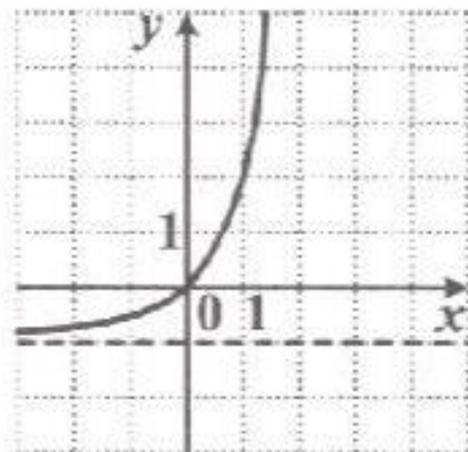


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции  $y = 3^{-x} + 1$ . Укажите номер этого рисунка.

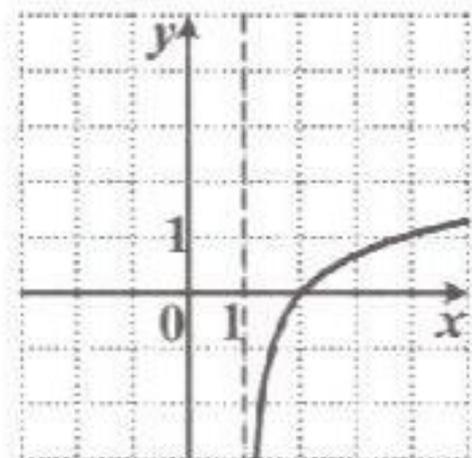
1)



3)



2)



4)

