

Презентация к уроку: «Показательная функция»

Выполнила
учитель математики
Бородина С. Ю.
МБОУ «СОШ №8»
Тбилисский район
Краснодарский край

Показательная функция

Некоторые наиболее часто встречающиеся виды трансцендентных функций, прежде всего показательные, открывают доступ ко многим исследованиям.

Л.

Эйлер

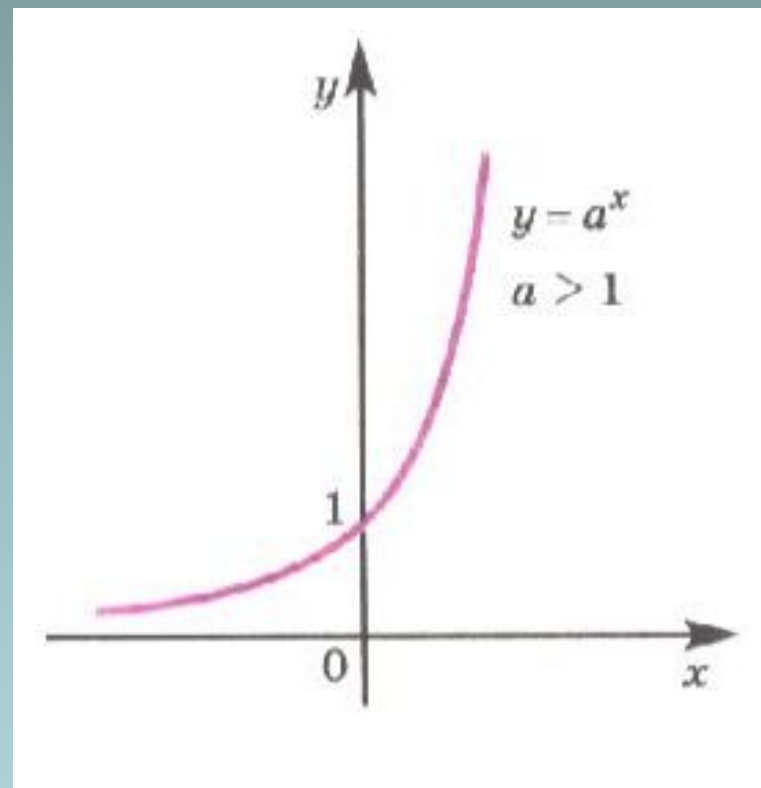
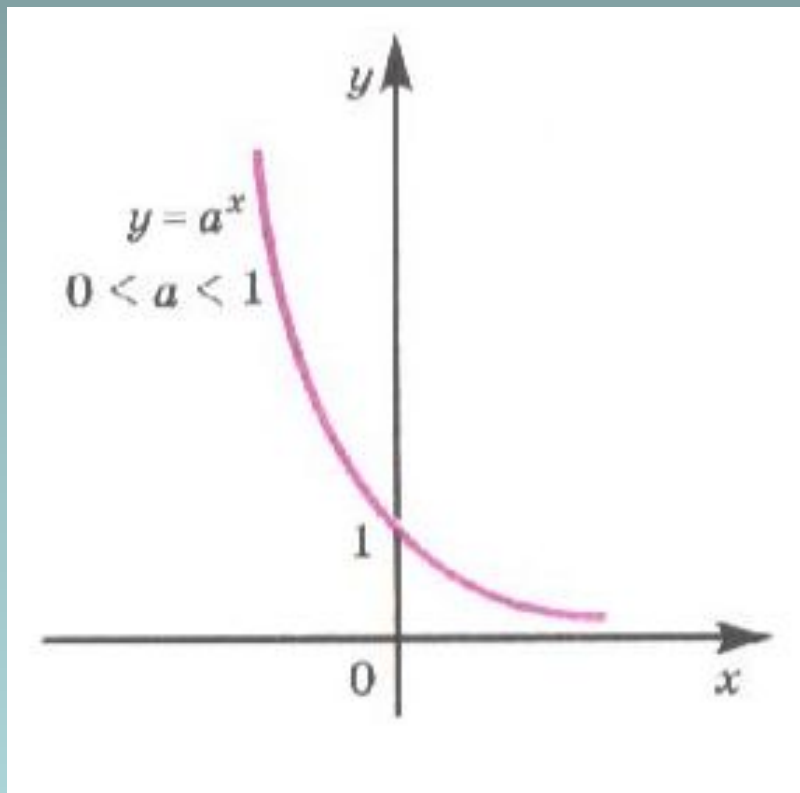
Определение.

Показательной функцией называется функция $y=a^x$, где a – заданное число, $a>0$, $a\neq 1$.

Свойства показательной функции

- 1. Область определения показательной функции – множество \mathbb{R} всех действительных чисел.**
- 2. Множество значений показательной функции – множество всех положительных чисел.**
- 3. Показательная функция $y=a^x$ является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если $a>1$, и убывающей, если $0<a<1$.**

График показательной функции



Сравнение чисел

Сравните числа:

а) 2^π и $2^{3,14}$.

Решение.

Так как $\pi > 3,14$ и $y=2^x$ возрастает на \mathbb{R} ,
то $2^\pi > 2^{3,14}$.

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$ и $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$.

Решение.

Так как $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ и $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ убывает на \mathbb{R} ,

то $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$

Используя свойство возрастания или убывания показательной функции, сравнить числа:

- 1) $1,7^3$ и 1 ; 2) $0,3^2$ и 1 ; 3) $3,2^{1,5}$ и $3,2^{1,6}$;
4) $0,2^{-3}$ и $0,2^{-2}$; 5) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ и $\left(\frac{1}{5}\right)^{1,4}$; 6) 3^π и $3^{3,14}$.

Укажите, какие из следующих показательных функций возрастают, а какие убывают:

- | | |
|--|---|
| 1) $y = 5^x$; | 2) $y = 3^{x-1}$; |
| 3) $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x$; | 4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$; |
| 5) $y = 2^{-x}$; | 6) $y = 3^x \cdot 4^x$; |
| 7) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$; | 8) $y = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x$. |

Показательные уравнения

Решение простейших показательных уравнений основано на монотонности показательной функции $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = (0; +\infty)$).

Простейшее показательное уравнение $a^x = b$ при $b > 0$ имеет единственное решение, записывающееся в общем виде $x = \log_a b$.

При $b \leq 0$ решений нет.

$6^x = 36$ $x = \log_6 36$ $x = 2$	$2^x = \frac{1}{8}$ $x = \log_2 (1/8)$ $x = -3$	$100^x = 10$ $x = \log_{100} 10$ $x = 0,5$	$10^x = 3$ $x = \lg 3$	$e^x = 2$ $x = \ln 2$	$625^x = -25$ решений нет
--	---	--	---------------------------	--------------------------	---------------------------------

Уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ равносильны уравнению $f(x) = g(x)$.

Методы решения показательных уравнений

1.

*Приведение
к одному основанию*

$$5^x \cdot 0,2 = 125^{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{5}$$

$$5^x \cdot 5^{-1} = 5^{\frac{3x}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$$

$$5^{x-1} = 5^{\frac{3x+1}{2}}$$

$$x-1 = \frac{3x+1}{2} \Rightarrow x = -3$$

Ответ $x = -3$

2.

*Логарифмирование
обеих частей уравнения*

$$6^{1/x} \cdot 2^x = 12$$

Логарифмируем по основанию 2:

$$\frac{1}{x} \log_2 6 + x = \log_2 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_2 3 + x^2 = (2 + \log_2 3)x$$

$$x^2 - (2 + \log_2 3)x + (1 + \log_2 3) = 0$$

Ответ: $x = 1$; $x = 1 + \log_2 3$.

3.

*Вынесение
за скобку*

$$7^x + 7^{x+2} = 350$$

$$7^x(1 + 7^2) = 350$$

$$7^x = \frac{350}{1 + 7^2} = 7$$

$$x = 1$$

4. Составление отношения

$$4^x + 3^{x-1} = 4^{x-1} + 3^{x+2}$$

$$4^x - 4^{x-1} = 3^{x+2} - 3^{x-1}$$

$$4^{x-1}(4-1) = 3^{x-1}(3^3-1)$$

$$4^{x-1} \cdot 3 = 3^{x-1} \cdot 26$$

$$\frac{4^{x-1}}{3^{x-1}} = \frac{26}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{x-1} = \frac{26}{3}$$

$$x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{26}{3} + 1$$

5. Замена переменной

$$25^x + 5^x + 1 - 6 = 0$$

$$5^x = y > 0$$

$$y^2 + 5y - 6 = 0$$

$$y = 1; y = -6 < 0$$

$$5^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

6.

«Завуалированное»
обратное число

$$(\sqrt{5} - 2)^x + (\sqrt{5} + 2)^x = 18$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) &= \\ &= 5 - 4 = 1\end{aligned}$$

Пусть $(\sqrt{5} - 2)^x = y > 0$

$$y + \frac{1}{y} = 18 \Rightarrow y = 9 \pm 4\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5} - 2)^x &= 9 - 4\sqrt{5} = \\ &= (\sqrt{5} - 2)^2 \Rightarrow x = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{5} - 2)^x &= 9 + 4\sqrt{5} = \\ &= (\sqrt{5} + 2)^2 = (\sqrt{5} - 2)^{-2} \Rightarrow \\ x &= -2\end{aligned}$$

Ответ: 2; -2.

7.

*Использование
однородности*

$$3 \cdot 16^x - 12^x = 4 \cdot 9^x$$

Делим на $9^x > 0$:

$$3 \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^x - \left(\frac{12}{9}\right)^x = 4$$

$$3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{3}\right)^x - 4 = 0$$

Пусть $\left(\frac{4}{3}\right)^x = y > 0 \Rightarrow$

$$3y^2 - y - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$y = \frac{4}{3}; y = -1 < 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 1$$

8.

*Использование
монотонности*

$$2^x + 5^x = 29$$

$$f(x) = 2^x + 5^x$$

возрастает на \mathbf{R} .

$$f(2) = 29 \Rightarrow$$

$x = 2$ — единст-
венный корень.

Решение простейших показательных неравенств

$$a^{f(x)} < a^{g(x)}$$

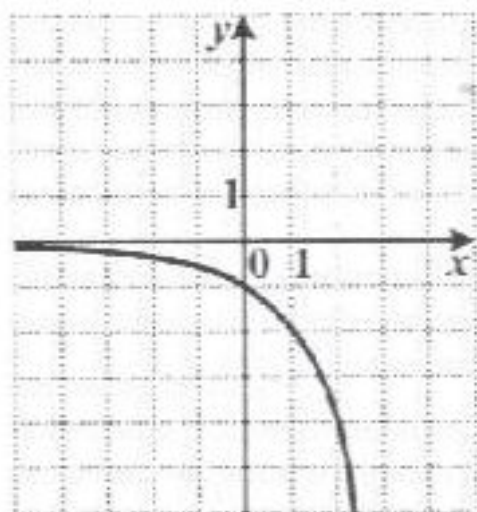
Если $a > 1$, то
 $f(x) < g(x)$

Если $0 < a < 1$, то
 $f(x) > g(x)$

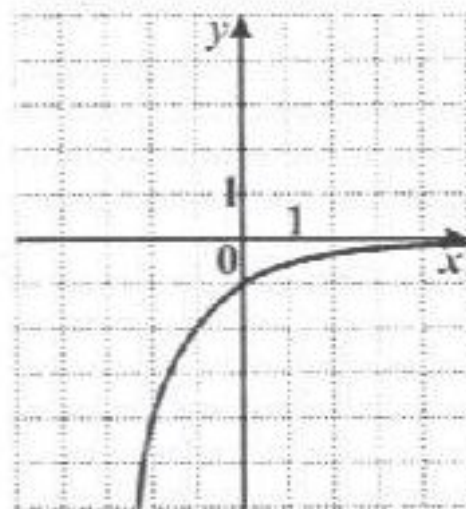
***Графики
показательной
функции***

На одном из рисунков изображен эскиз графика функции $y = 2^x$. Укажите номер этого рисунка.

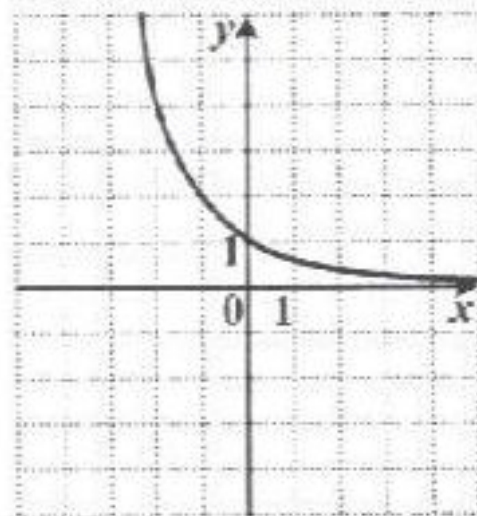
1)



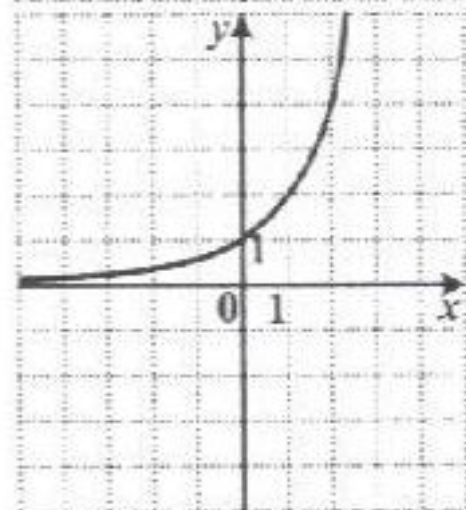
3)



2)



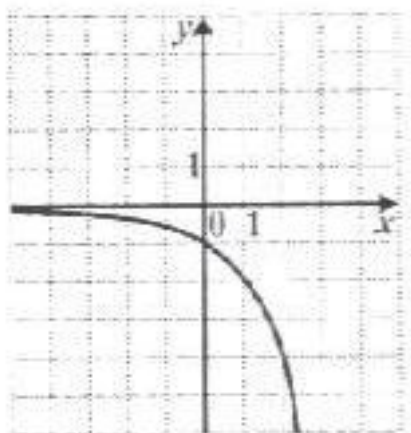
4)



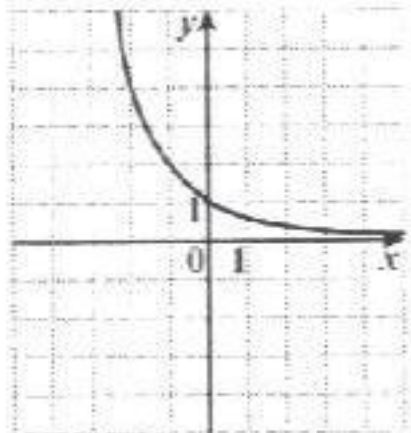
На одном из рисунков изображен эскиз графика функции

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x. \text{ Укажите номер этого рисунка.}$$

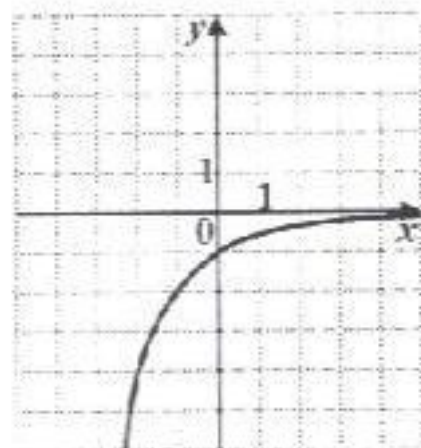
1)



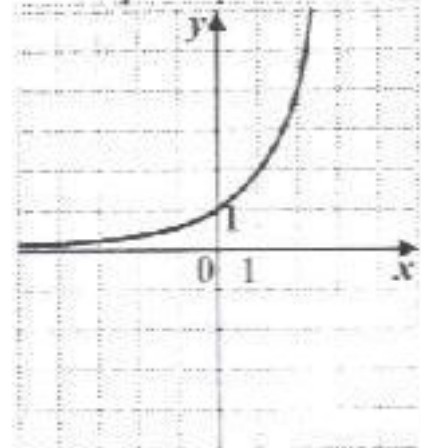
2)



3)

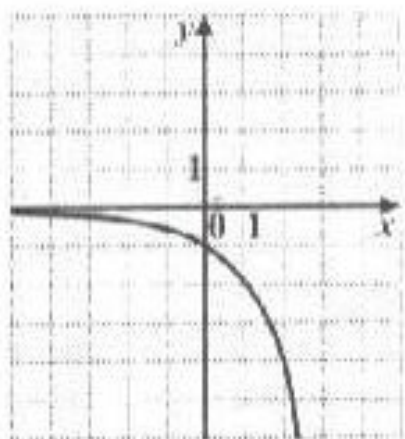


4)

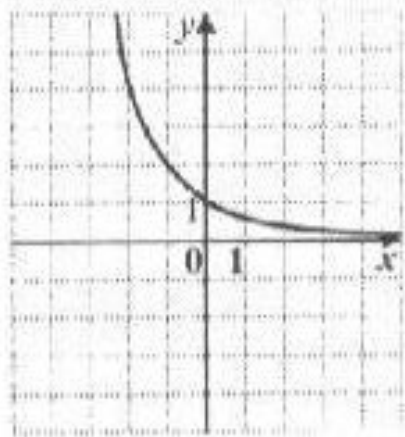


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции $y = -2^x$. Укажите номер этого рисунка.

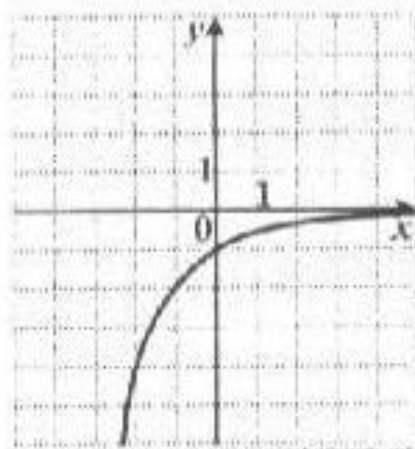
1)



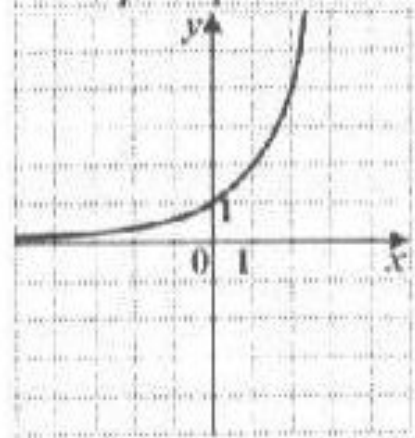
2)



3)

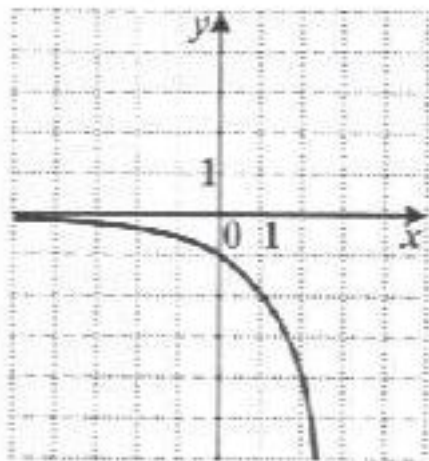


4)

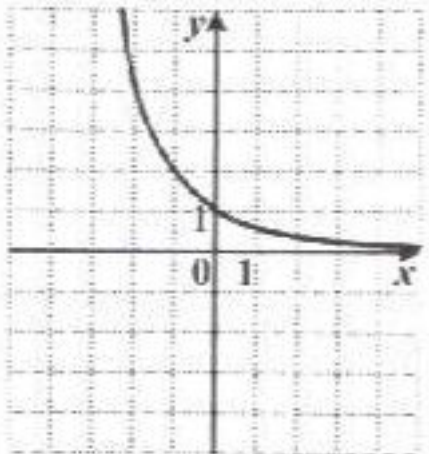


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Укажите номер этого рисунка.

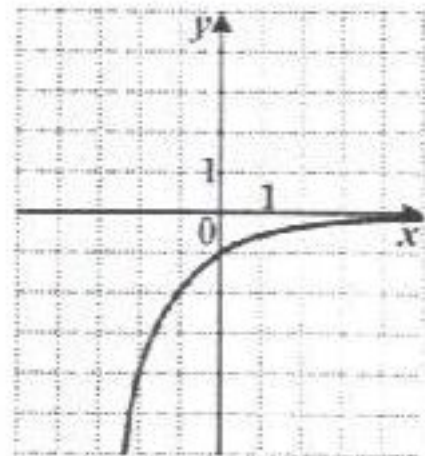
1)



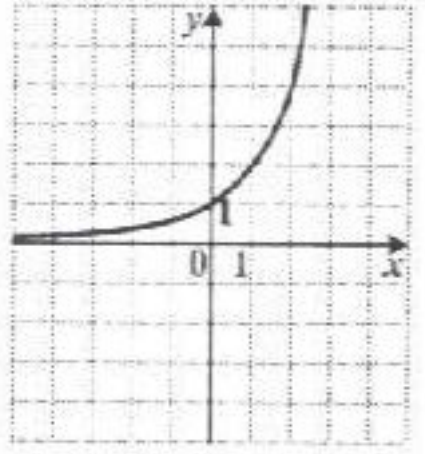
2)



3)

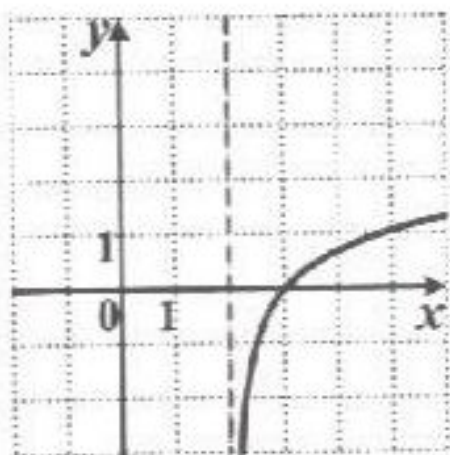


4)

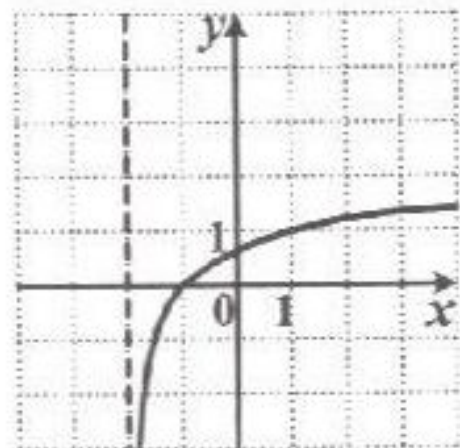


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции $y = 2^x - 2$. Укажите номер этого рисунка.

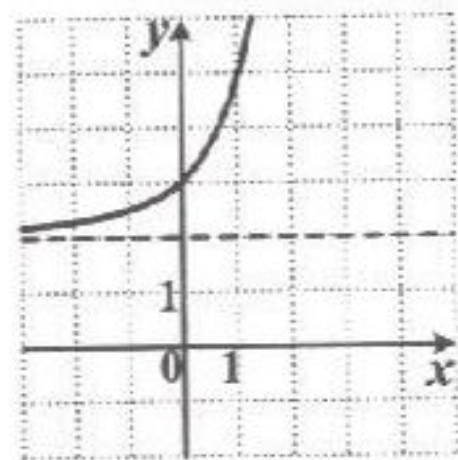
1)



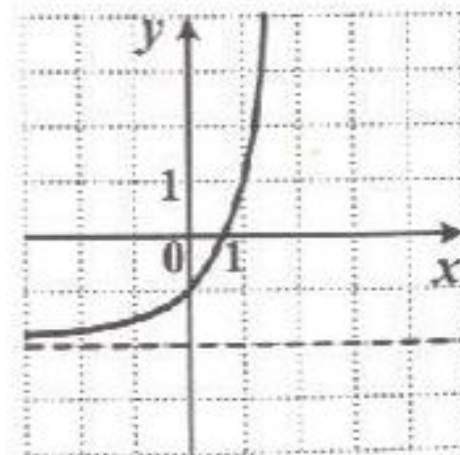
3)



2)



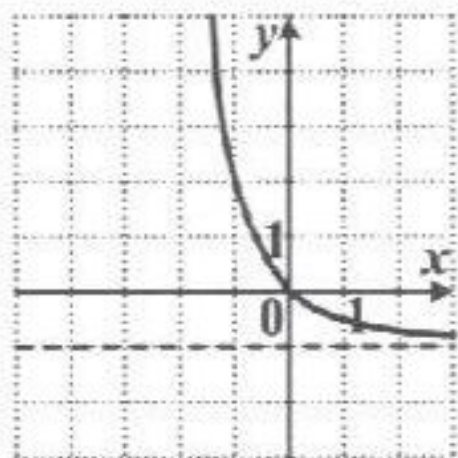
4)



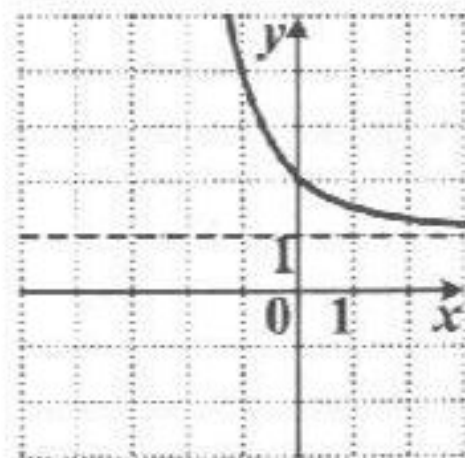
На одном из рисунков изображен эскиз графика функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1. \text{ Укажите номер этого рисунка.}$$

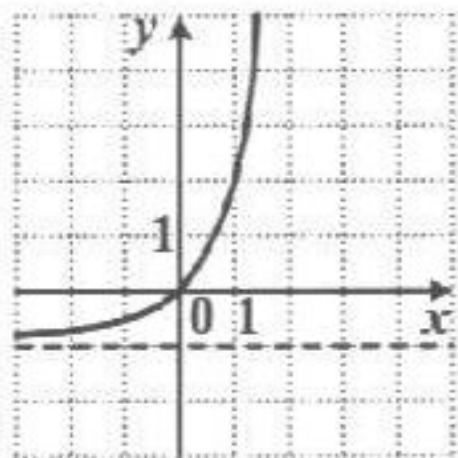
1)



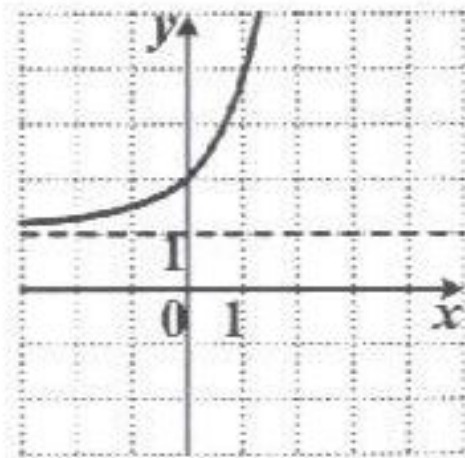
3)



2)

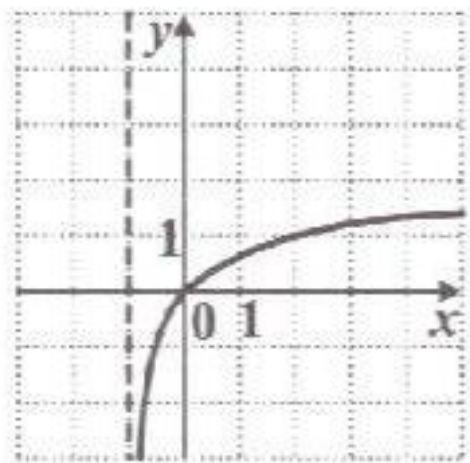


4)

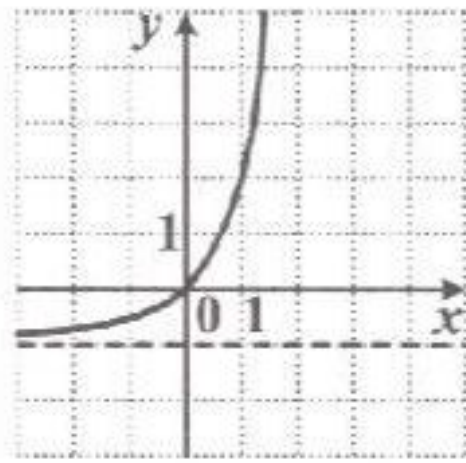


На одном из рисунков изображен эскиз графика функции $y = 3^{-x} + 1$. Укажите номер этого рисунка.

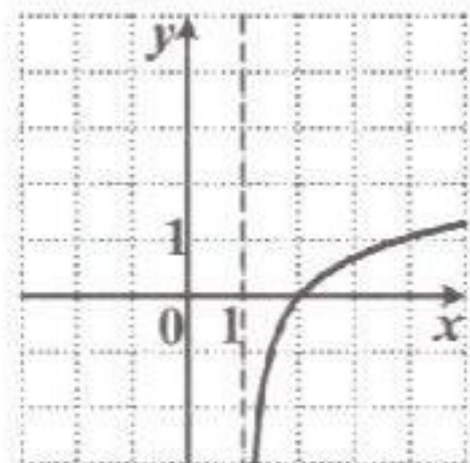
1)



3)



2)



4)

