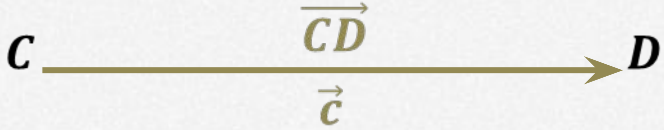
Векторы на плоскости

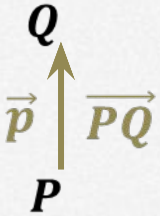
Понятие вектора

Понятие вектора

Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая — концом, называется **направленным отрезком** или **вектором**.

Назвать векторы:





Нулевой вектор

Условимся любую точку плоскости также считать вектором.

$$M \bullet \ \overrightarrow{MM} \ (\vec{0})$$

Такие векторы называют нулевыми.

Начало нулевого вектора совпадает с его концом.

Длина вектора

$$A \xrightarrow{\overrightarrow{AB}} B$$

Длиной ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB.

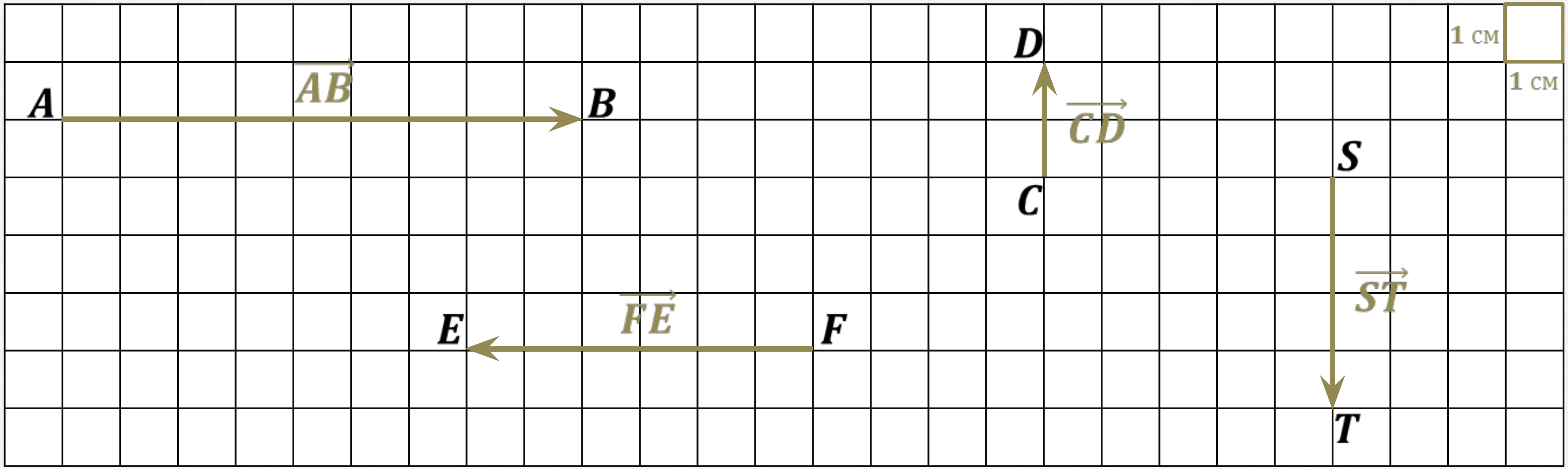
$$\left|\overrightarrow{AB}\right|$$

«модуль вектора AB»

$\bullet$ $\overrightarrow{MM}$

$$\left|\vec{0}\right| = 0$$

Указать длину векторов
(каждая клетка на рисунке имеет сторону длиной в 1 см).



$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB = 9$ см; $\left|\overrightarrow{CD}\right| = CD = 2$ см; $\left|\overrightarrow{ST}\right| = ST = 4$ см; $\left|\overrightarrow{FE}\right| = FE = 6$ см.

В ΔABC стороны AB, BC и AC равны 4, 7 и 10 см соответственно. Точки K, M и L — середины сторон AB, BC и AC треугольника. Найдите длины векторов: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CL}$, $\overrightarrow{KM}$, $\overrightarrow{BM}$ и $\overrightarrow{ML}$.

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB = 4 \text{ (см)}$$

$$\left|\overrightarrow{BC}\right| = BC = 7 \text{ (см)}$$

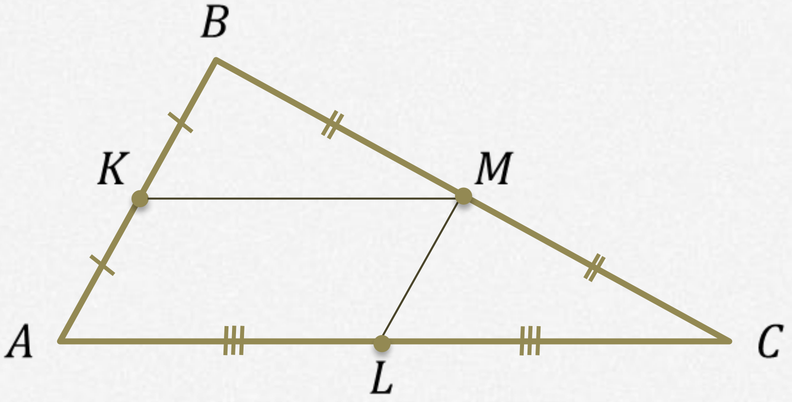
$$\left|\overrightarrow{AC}\right| = AC = 10 \text{ (см)}$$

$$\left|\overrightarrow{CL}\right| = CL = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ (см)}$$

$$\left|\overrightarrow{KM}\right| = KM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ (см)}$$

$$\left|\overrightarrow{BM}\right| = BM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 7 = 3{,}5 \text{ (см)}$$

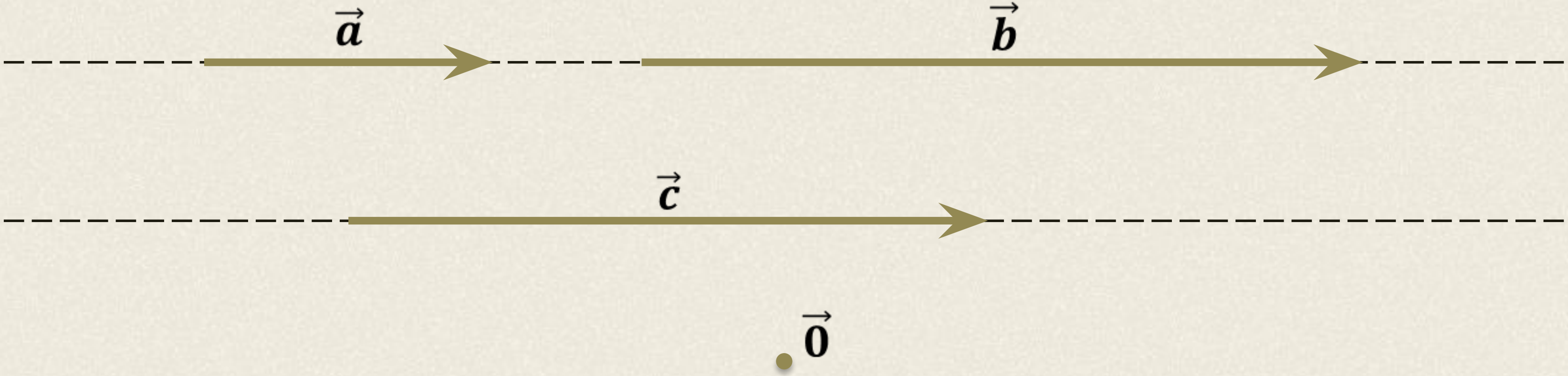
$$\left|\overrightarrow{ML}\right| = ML = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \text{ (см)}$$



Коллинеарные векторы

Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой либо на параллельных прямых.

Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.



Указать коллинеарные векторы.

Коллинеарные векторы:

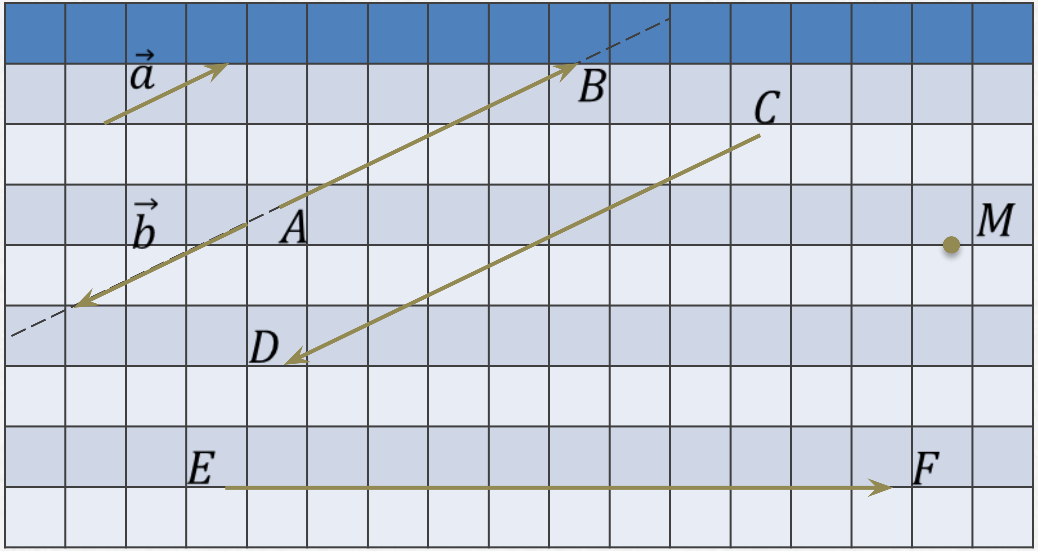
$\vec{a}, \vec{b}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MM}$;

$\overrightarrow{MM}$ и $\overrightarrow{EF}$.

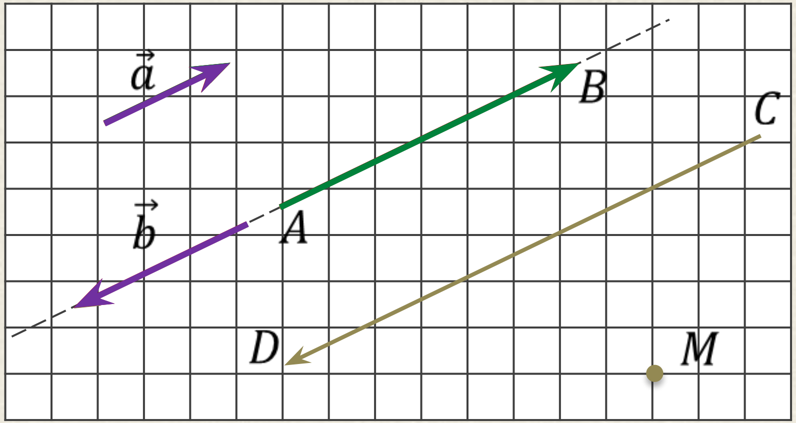
Неколлинеарные векторы:

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{EF}$;

$\vec{b}$ и $\overrightarrow{EF}$.



Коллинеарные векторы



$\vec{a}$ и $\overrightarrow{AB}$

(одинаково направлены)

Сонаправленные векторы

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AB}$$

$\vec{a}$ и $\vec{b}$

(противоположно направлены)

Противоположно направленные векторы

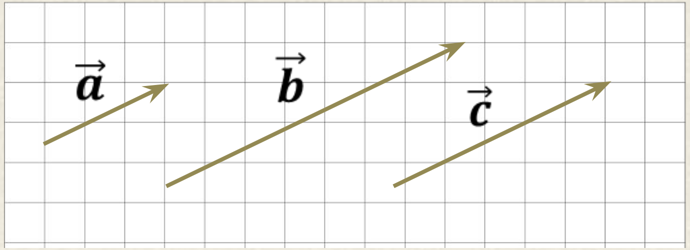
$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$

Нулевой вектор сонаправлен с любым вектором.

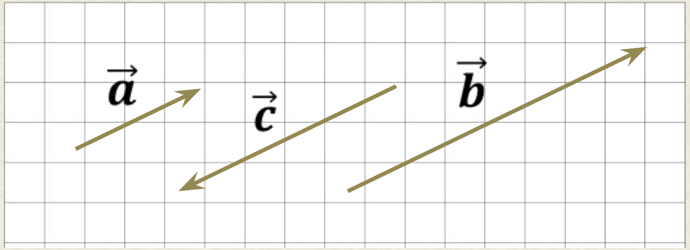
$\overrightarrow{MM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD}$

Свойства ненулевых коллинеарных векторов

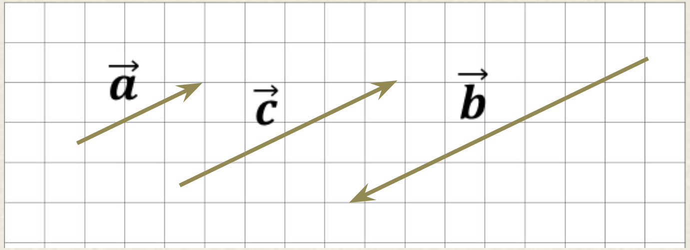
1. Если вектор $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$, а вектор $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{c}$, то сонаправленными будут векторы $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$.



2. Если вектор $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{c}$ и вектор $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{c}$, то векторы $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$.



3. Если вектор $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$, а вектор $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{c}$, то векторы $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$.



Равные векторы

Если векторы сонаправлены и их длины равны, то такие векторы называют равными.

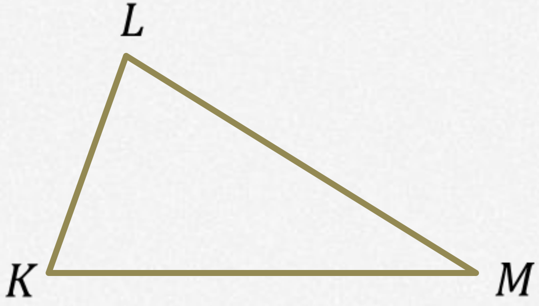
1. $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$
2. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

$$\vec{a} = \vec{b}$$

Выписать пары коллинеарных векторов, которые определяются сторонами:

а) ΔKLM; б) квадрата $ABCD$.

а)



б)

$\overrightarrow{KL}$ и $\overrightarrow{LK}$;

$\overrightarrow{LM}$ и $\overrightarrow{ML}$;

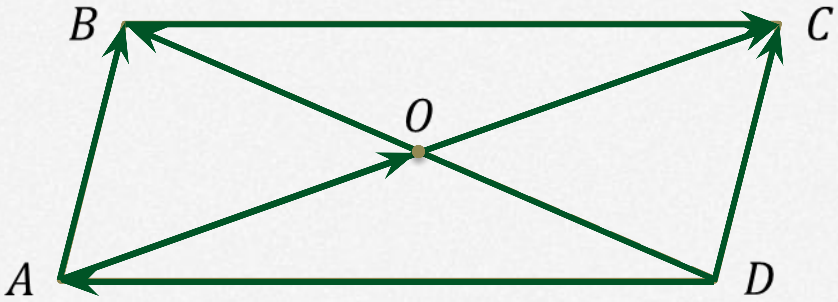
$\overrightarrow{KM}$ и $\overrightarrow{MK}$.

$\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{DA}$;

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{CD}$;

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{DA}$.

Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Равны ли векторы: AB и DC, BC и DA, AO и OC, AC и BD?



$\vec{a} = \vec{b}$

1. $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$
2. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$:

1. $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DC}$
2. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$

$\Longrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$:

1. $\overrightarrow{BC} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DA}$
2. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$

$\Longrightarrow \overrightarrow{BC} \neq \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{OC}$:

1. $\overrightarrow{AO} \uparrow\uparrow \overrightarrow{OC}$
2. $|\overrightarrow{AO}| = |\overrightarrow{OC}|$

$\Longrightarrow \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$:

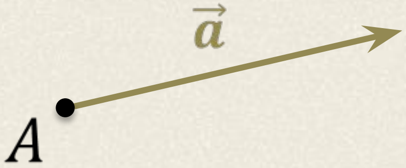
1. $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$

не коллинеарны

$\Longrightarrow \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$

Откладывание вектора от данной точки

Если точка A является началом вектора $\vec{a}$, то говорят, что вектор $\vec{a}$ отложен от точки A.



От любой точки M можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{a}$, и притом только один.

Доказательство:

$\vec{a} \neq \vec{0}$

$M \in p, \; p \parallel AB$

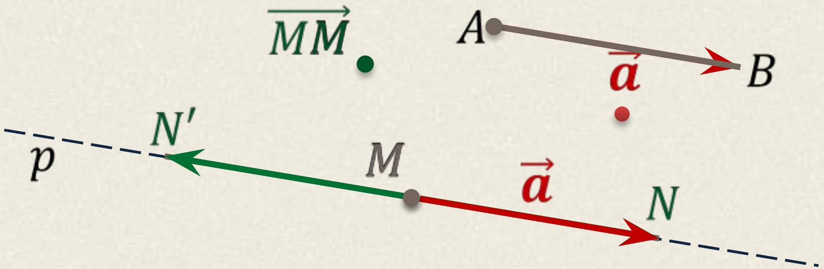
$MN = AB, \;\; MN' = AB$

$|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{MN'}| = |\vec{a}|$

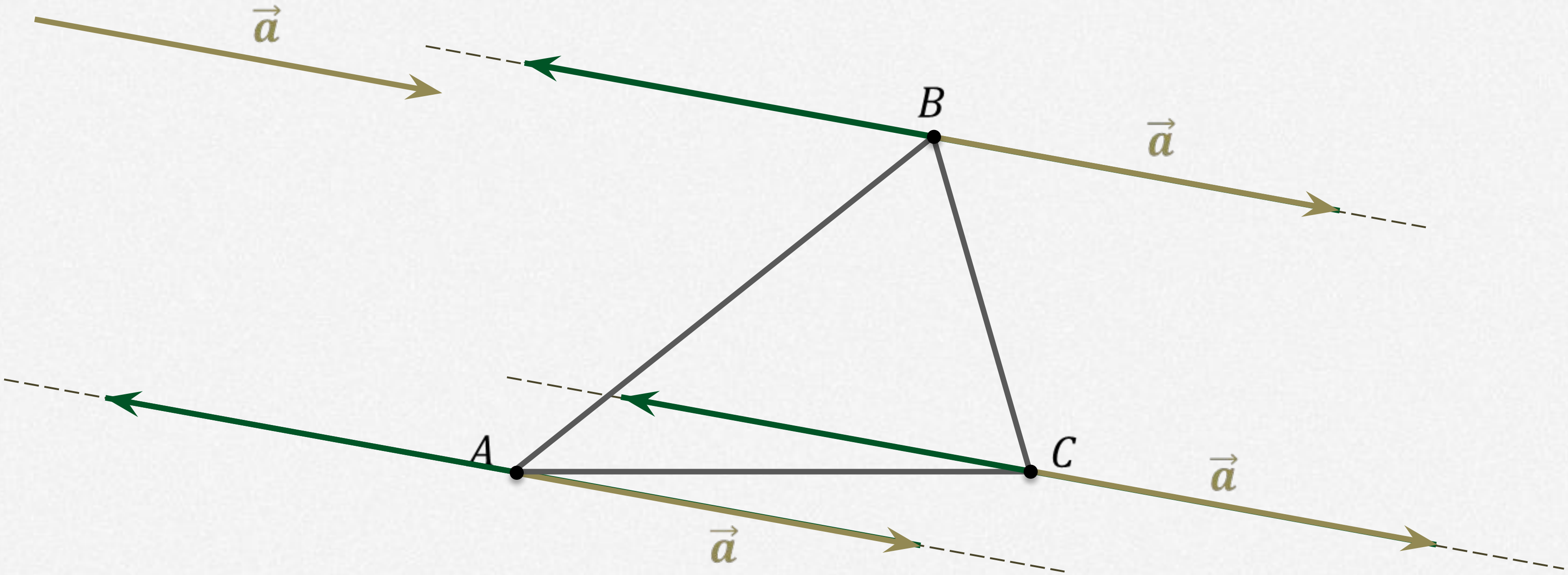
$\overrightarrow{MN} \uparrow\uparrow \vec{a}$

$\overrightarrow{MN'} \uparrow\downarrow \vec{a}$

$\overrightarrow{MN} = \vec{a}$



Отложить векторы, равные ненулевому вектору $\vec{a}$, от каждой из вершин ΔABC.



Понятие вектора

Понятие вектора

$$\overrightarrow{AB}$$

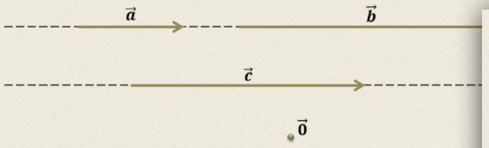
Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая — концом, называется направленным отрезком или вектором.

Понятие вектора

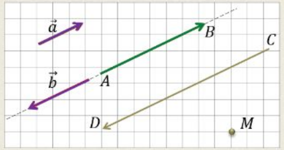
Коллинеарные векторы

Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой либо на параллельных прямых.

Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.



Коллинеарные векторы



$\vec{a}$ и $\overrightarrow{AB}$

(одинаково направленны)

Сонаправленные векторы

$\vec{a} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AB}$

$\vec{a}$ и $\vec{b}$

(противоположно направленны)

Противоположно направленные векторы

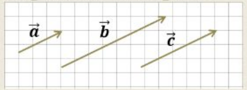
$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$

Нулевой вектор будет сонаправлен с любым вектором.

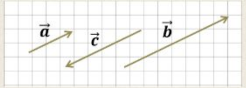
$\overrightarrow{MM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD}$

Свойства ненулевых коллинеарных векторов

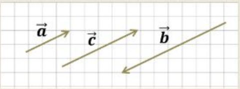
1. Если вектор $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$, а вектор $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{c}$, то сонаправленными будут векторы $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$.



2. Если вектор $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{c}$, и вектор $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{c}$, то векторы $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$.



3. Если вектор $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$, а вектор $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{c}$, то векторы $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$.



Понятие вектора

Откладывание вектора от данной точки

Если точка A является началом вектора $\vec{a}$, то говорят что вектор $\vec{a}$ отложен от точки A.

От любой точки M можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{a}$, и притом только один.

Доказательство.

$\vec{a} = \vec{0}$

$M \in p, \ p \parallel AB$

$MN = AB, \ MN' = AB$

$|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{MN'}| = |\vec{a}|$

$\overrightarrow{MN} \uparrow\uparrow \vec{a}$

$\overrightarrow{MN'} \uparrow\downarrow \vec{a}$

$\overrightarrow{MN} = \vec{a}$