



**Московский энергетический институт**

**Кафедра Вычислительных машин систем и сетей**

***КУРС ПРОБЛЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ***

Лекция на тему :

**«Введение в машинное обучение»**

Москва 2018 г.

# Задача обучения по прецедентам

$X$  — множество объектов;

$Y$  — множество ответов;

$y: X \rightarrow Y$  — неизвестная зависимость (target function).

**Дано:**

$\{x_1, \dots, x_\ell\} \subset X$  — обучающая выборка (training sample);

$y_i = y(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, \ell$  — известные ответы.

**Найти:**

$a: X \rightarrow Y$  — алгоритм, решающую функцию (decision function), приближающую  $y$  на всём множестве  $X$ .

## Как задаются объекты. Признаковое описание

$f_j: X \rightarrow D_j, j = 1, \dots, n$  — признаки объектов (features).

Типы признаков:

- ▶  $D_j = \{0, 1\}$  — бинарный признак  $f_j$ ;
- ▶  $|D_j| < \infty$  — номинальный признак  $f_j$ ;
- ▶  $|D_j| < \infty, D_j$  упорядочено — порядковый признак  $f_j$ ;
- ▶  $D_j = \mathbb{R}$  — количественный признак  $f_j$ .

Вектор  $(f_1(x), \dots, f_n(x))$  — признаковое описание объекта  $x$ .

Матрица «объекты–признаки» (feature data)

$$F = \left\| f_j(x_i) \right\|_{\ell \times n} = \begin{pmatrix} f_1(x_1) & \dots & f_n(x_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_1(x_\ell) & \dots & f_n(x_\ell) \end{pmatrix}$$

# Как задаются ответы.

## Типы задач

Задачи классификации (classification):

- ›  $Y = \{-1, +1\}$  — классификация на 2 класса.
- ›  $Y = \{1, \dots, M\}$  — на  $M$  непересекающихся классов.
- ›  $Y = \{0, 1\}^M$  — на  $M$  классов, которые могут пересекаться.

Задачи восстановления регрессии (regression):

- ›  $Y = \mathbb{R}$  или  $Y = \mathbb{R}^m$ .

Задачи ранжирования (ranking, learning to rank):

- ›  $Y$  — конечное упорядоченное множество.

# Предсказательная модель

*Модель* (predictive model) — параметрическое семейство функций

$$A = \{a(x) = g(x, \theta) \mid \theta \in \Theta\},$$

где  $g: X \times \Theta \rightarrow Y$  — фиксированная функция,

$\Theta$  — множество допустимых значений параметра  $\theta$ .

**Пример.**

*Линейная модель* с вектором параметров  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ ,  $\Theta = \mathbb{R}^n$ :

$$g(x, \theta) = \sum_{j=1}^n \theta_j f_j(x) \quad \text{— для регрессии и ранжирования, } Y = \mathbb{R};$$

$$g(x, \theta) = \text{sign} \sum_{j=1}^n \theta_j f_j(x) \quad \text{— для классификации, } Y = \{-1, +1\}.$$

# Этапы обучения и применения модели

## Этап обучения (train):

Метод обучения (learning algorithm)  $\mu: (X \times Y)^\ell \rightarrow A$   
по выборке  $X^\ell = (x_i, y_i)_{i=1}^\ell$  строит алгоритм  $a = \mu(X^\ell)$ :

$$\boxed{\begin{pmatrix} f_1(x_1) & \dots & f_n(x_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_1(x_\ell) & \dots & f_n(x_\ell) \end{pmatrix} \xrightarrow{y} \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_\ell \end{pmatrix} \xrightarrow{\mu} a}$$

## Этап применения (test):

алгоритм  $a$  для новых объектов  $x'_1, \dots, x'_k$  выдаёт ответы  $a(x'_i)$ .

$$\begin{pmatrix} f_1(x'_1) & \dots & f_n(x'_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_1(x'_k) & \dots & f_n(x'_k) \end{pmatrix} \xrightarrow{a} \begin{pmatrix} a(x'_1) \\ \dots \\ a(x'_k) \end{pmatrix}$$

# Функционалы качества

$\mathcal{L}(a, x)$  — функция потерь (loss function) — величина ошибки алгоритма  $a \in A$  на объекте  $x \in X$ .

**Функции потерь для задач классификации:**

›  $\mathcal{L}(a, x) = [a(x) \neq y(x)]$  — индикатор ошибки;

**Функции потерь для задач регрессии:**

›  $\mathcal{L}(a, x) = |a(x) - y(x)|$  — абсолютное значение ошибки;

›  $\mathcal{L}(a, x) = (a(x) - y(x))^2$  — квадратичная ошибка.

*Эмпирический риск* — функционал качества алгоритма  $a$  на  $X^\ell$ :

$$Q(a, X^\ell) = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathcal{L}(a, x_i).$$

## Сведение задачи обучения к задаче оптимизации

*Минимизация эмпирического риска (empirical risk minimization):*

$$\mu(X^\ell) = \arg \min_{a \in A} Q(a, X^\ell).$$

*Пример: метод наименьших квадратов ( $Y = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{L}$  квадратична):*

$$\mu(X^\ell) = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^{\ell} (g(x_i, \theta) - y_i)^2.$$

**Понятие обобщающей способности (generalization performance):**

- › найдём ли мы «закон природы» или *переобучимся*, то есть подгоним функцию  $g(x_i, \theta)$  под заданные точки?
- › будет ли  $a = \mu(X^\ell)$  приближать функцию  $y$  на всём  $X$ ?
- › будет ли  $Q(a, X^k)$  мало на новых данных — контрольной выборке  $X^k = (x'_i, y'_i)_{i=1}^k$ ,  $y'_i = y(x_i)$ ?

## Восстановление зависимостей по эмпирическим данным

Задача восстановления зависимости  $y = y(x)$   
по точкам обучающей выборки  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, \ell$ .

Дано: векторы  $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^n)$  — объекты обучающей выборки,  
 $y_i = y(x_i)$  — правильные ответы,  $i = 1, \dots, \ell$ :

$$\begin{pmatrix} x_1^1 & \dots & x_1^n \\ \dots & \dots & \dots \\ x_\ell^1 & \dots & x_\ell^n \end{pmatrix} \xrightarrow{y} \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_\ell \end{pmatrix}$$

Найти: функцию  $a(x)$ , способную давать правильные ответы  
на тестовых объектах  $\tilde{x}_i = (\tilde{x}_i^1, \dots, \tilde{x}_i^n)$ ,  $i = 1, \dots, k$ :

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1^1 & \dots & \tilde{x}_1^n \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{x}_k^1 & \dots & \tilde{x}_k^n \end{pmatrix} \xrightarrow{a?} \begin{pmatrix} a(\tilde{x}_1) \\ \dots \\ a(\tilde{x}_k) \end{pmatrix}$$

# Задачи медицинской диагностики

Объект — пациент в определённый момент времени.

Классы: диагноз или способ лечения или исход заболевания.

Примеры признаков:

- › бинарные: пол, головная боль, слабость, тошнота, и т. д.
- › порядковые: тяжесть состояния, желтушность, и т. д.
- › количественные: возраст, пульс, артериальное давление, содержание гемоглобина в крови, доза препарата, и т. д.

Особенности задачи:

- › обычно много «пропусков» в данных;
- › как правило, недостаточный объём данных;
- › нужен интерпретируемый алгоритм классификации;
- › нужна оценка вероятности

# Задача кредитного скоринга

Объект — заявка на выдачу банком кредита.

Классы — bad или good.

Примеры признаков:

- › бинарные: пол, наличие телефона, и т. д.
- › номинальные: место проживания, профессия, работодатель, и т. д.
- › порядковые: образование, должность, и т. д.
- › количественные: возраст, зарплата, стаж работы, доход семьи, сумма кредита, и т. д.

Особенности задачи:

- › нужно оценивать вероятность дефолта  $P(\text{bad})$ .

# Задача предсказания оттока клиентов

Объект — абонент в определённый момент времени.

Классы — уйдёт или не уйдёт в следующем месяце.

Примеры признаков:

- › бинарные: корпоративный клиент, включение услуг, и т. д.
- › номинальные: тарифный план, регион проживания, и т. д.
- › количественные: длительность разговоров (входящих, исходящих, СМС, и т. д.), частота оплаты, и т. д.

Особенности задачи:

- › нужно оценивать вероятность ухода;
- › сверхбольшие выборки;
- › не ясно, какие признаки вычислять по «сырым» данным.



# Задача категоризации текстовых документов

Объект — текстовый документ.

Классы — рубрики иерархического тематического каталога.

Примеры признаков:

- › номинальные: автор, издание, год, и т. д.
- › количественные: для каждого термина — частота в тексте, в заголовках, в аннотации, и т. д.

Особенности задачи:

- › лишь небольшая часть документов имеют метки  $u_i$ ;
- › документ может относиться к нескольким рубрикам;
- › в каждом ребре дерева свой классификатор на 2 класса.

# Задача прогнозирования стоимости недвижимости

Объект — квартира в Москве.

Примеры признаков:

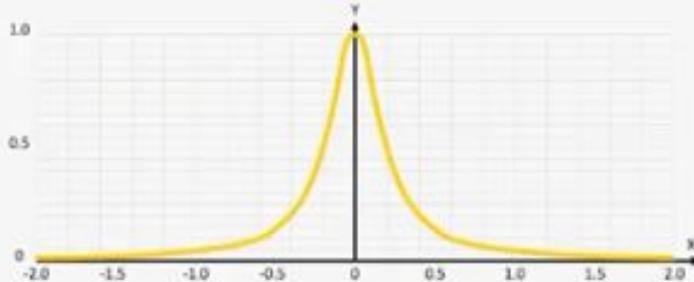
- › бинарные: наличие балкона, лифта, мусоропровода, охраны, и т. д.
- › номинальные: район города, тип дома (кирпичный/панельный/блочный/монолит), и т. д.
- › количественные: число комнат, жилая площадь, расстояние до центра, до метро, возраст дома, и т. д.

Особенности задачи:

- › выборка неоднородна, стоимость меняется со временем;
- › разнотипные признаки;
- › для линейной модели нужны преобразования признаков.

## Пример. Переобучение полиномиальной регрессии

Зависимость  $y(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$  на отрезке  $x \in [-2, 2]$ .



Признаковое описание  $x \mapsto (1, x^1, x^2, \dots, x^n)$ .

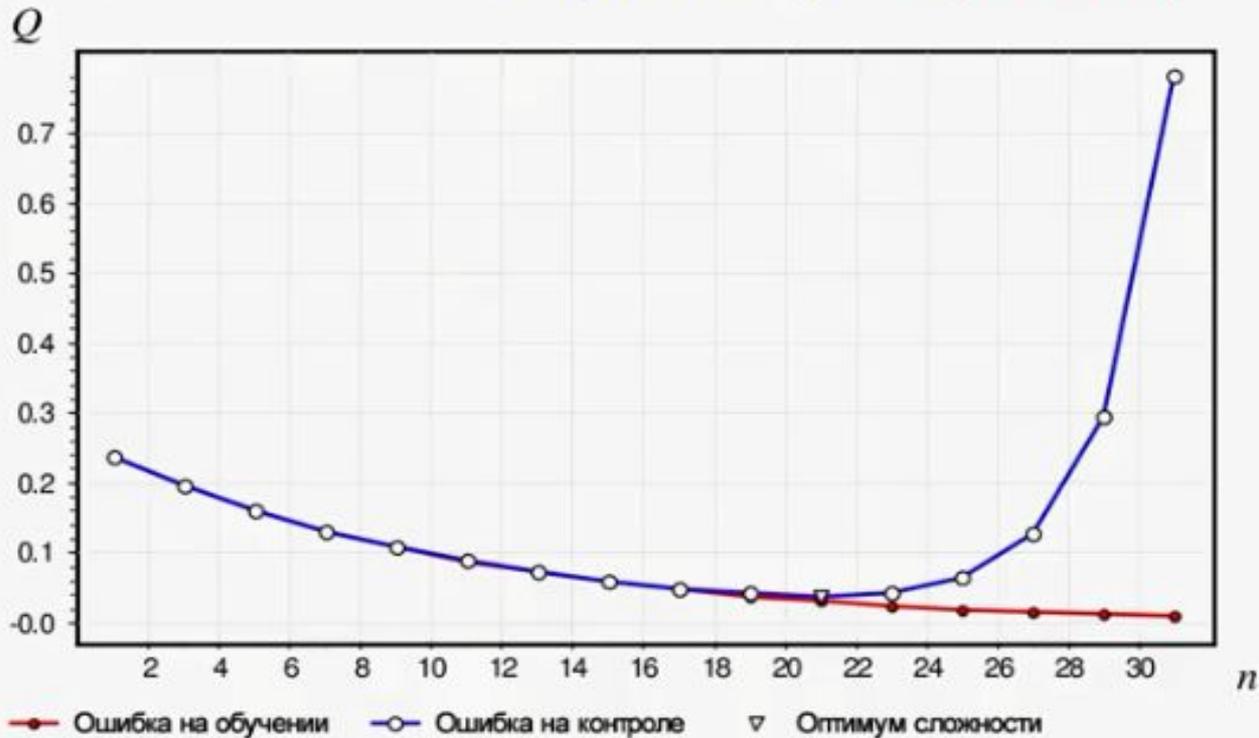
Модель полиномиальной регрессии

$$a(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x + \dots + \theta_n x^n \text{ — полином степени } n.$$

Обучение методом наименьших квадратов:

$$Q(a, X^\ell) = \sum_{i=1}^{\ell} (\theta_0 + \theta_1 x_i + \dots + \theta_n x_i^n - y_i)^2 \rightarrow \min_{\theta_0, \dots, \theta_n}.$$

Переобучение — это когда  $Q(\mu(X^\ell), X^k) \gg Q(\mu(X^\ell), X^\ell)$ :



Обучающая выборка:

$$X^\ell = \{x_i = 4 \frac{i-1}{\ell-1} - 2 \mid i = 1, \dots, \ell\}.$$

Контрольная выборка:

$$X^k = \{x_i = 4 \frac{i-0.5}{\ell-1} - 2 \mid i = 1, \dots, \ell-1\}.$$

- Эмпирический риск на тестовых данных (hold-out):

$$\text{HO}(\mu, X^\ell, X^k) = Q(\mu(X^\ell), X^k) \rightarrow \min$$

- Скользкий контроль (leave-one-out),  $L = \ell + 1$ :

$$\text{LOO}(\mu, X^L) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathcal{L}(\mu(X^L \setminus \{x_i\}), x_i) \rightarrow \min$$

- Кросс-проверка (cross-validation) по  $N$  разбиениям,  $X^L = X_n^\ell \sqcup X_n^k$ ,  $L = \ell + k$ :

$$\text{CV}(\mu, X^L) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Q(\mu(X_n^\ell), X_n^k) \rightarrow \min$$

# Эксперименты на реальных данных

## Эксперименты на конкретной прикладной задаче:

- › цель — решить задачу как можно лучше
- › важно понимание задачи и данных
- › важно придумывать информативные признаки
- › конкурсы по анализу данных: <http://www.kaggle.com>

## Эксперименты на наборах прикладных задач:

- › цель — протестировать метод в разнообразных условиях
- › нет необходимости (и времени) разбираться в сути задач : (
- › признаки, как правило, уже кем-то придуманы
- › репозиторий UC Irvine Machine Learning Repository  
<http://archive.ics.uci.edu/ml> (308 задач, 09-02-2015)

CRISP-DM — межотраслевой стандарт решения задач интеллектуального анализа данных

