«Показательная функция»

Цель:

- Рассмотрение основных свойств показательной функции.
- Построение графика.
- Решение показательных уравнений.
- Решение показательных неравенств.

Определение

Показательная функция – это

функция вида ,

где x – переменная,

- заданное число, >0, ≠1.

Примеры:

Свойства показательной функции

1. Область определения:
все действительные числа

$D(y) = R;$

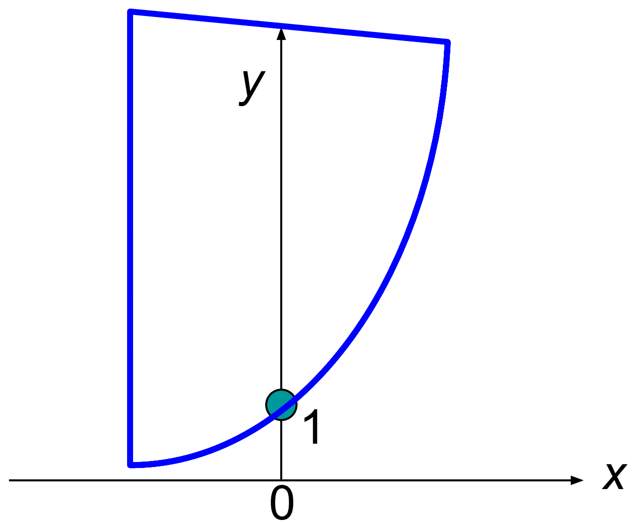
2. Множество значений:
все положительные числа

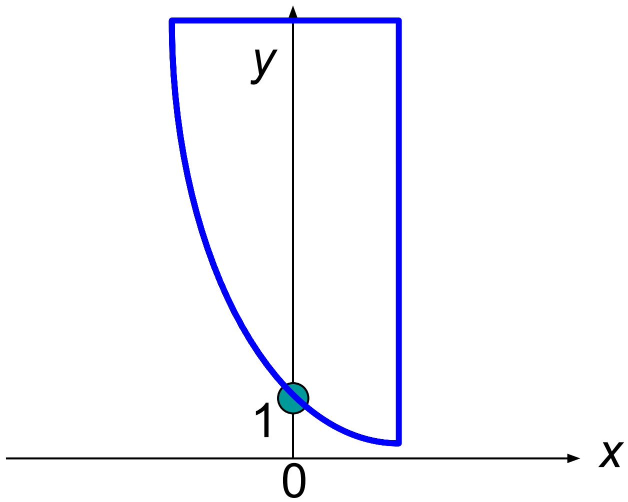
$E(y) = (0; +\infty);$

3. При > 1 функция возрастающая;
при 0 < < 1 функция убывающая.

График показательной функции

Т.к.   , то график любой показательной функции проходит через точку (0; 1)





Показательные уравнения

- Определение
- Простейшие уравнения
- Способы решения сложных уравнений

Определение

Уравнение, в котором переменная содержится в показателе степени, называется **показательным.**

Примеры:

Простейшее показательное уравнение – это уравнение вида

Простейшее показательное уравнение решается с использованием свойств степени.

$$a^x = a^b \Leftrightarrow x = b$$

Способы решения сложных показательных уравнений.

Замена переменной

Деление на показательную функцию

Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

Данный способ используется, если соблюдаются два условия:

1) основания степеней одинаковы;
2) коэффициенты перед переменной одинаковы

Например:

Замена переменной

При данном способе показательное уравнение сводится к квадратному.

Способ замены переменной используют, если

а) основания степеней одинаковы;

б) показатель одной из степеней в 2 раза больше, чем у другой.

Например:

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^{x} - 45 = 0$$

коэффициенты перед переменной противоположны.

Например:

$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$

Деление на показательную функцию

Данный способ используется, если основания степеней разные.

а) в уравнении вида $a^x = b^x$ делим на b^x

Например: $2^x = 5^x \mid : 5^x$

б) в уравнении $A\,a^{2x} + B\,(ab)^x + C\,b^{2x} = 0$ делим на b^{2x}.

Например:

$3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0 \mid : 9^x$

Показательные неравенства

Определение

Простейшие неравенства

Решение неравенств

Определение

Показательные неравенства –

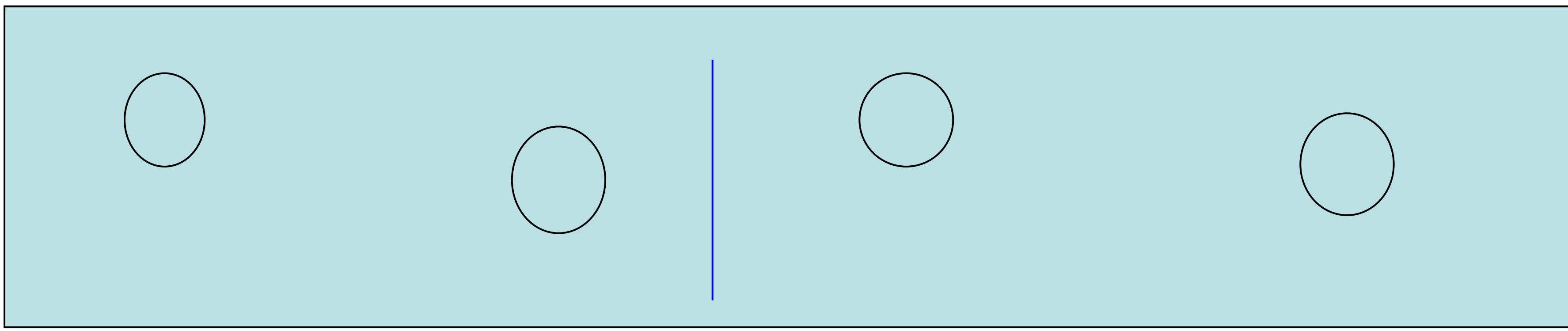
это неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

Примеры:

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

где $a > 0$, $a \neq 1$, b – *любое число*.

При решении **простейших** неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.



Для решения более **сложных** показательных неравенств используются те же способы, что и при решении показательных уравнений.

Показательная функция

- [Построение графика]
- [Сравнение чисел с использованием свойств показательной функции]
- Сравнение числа с 1

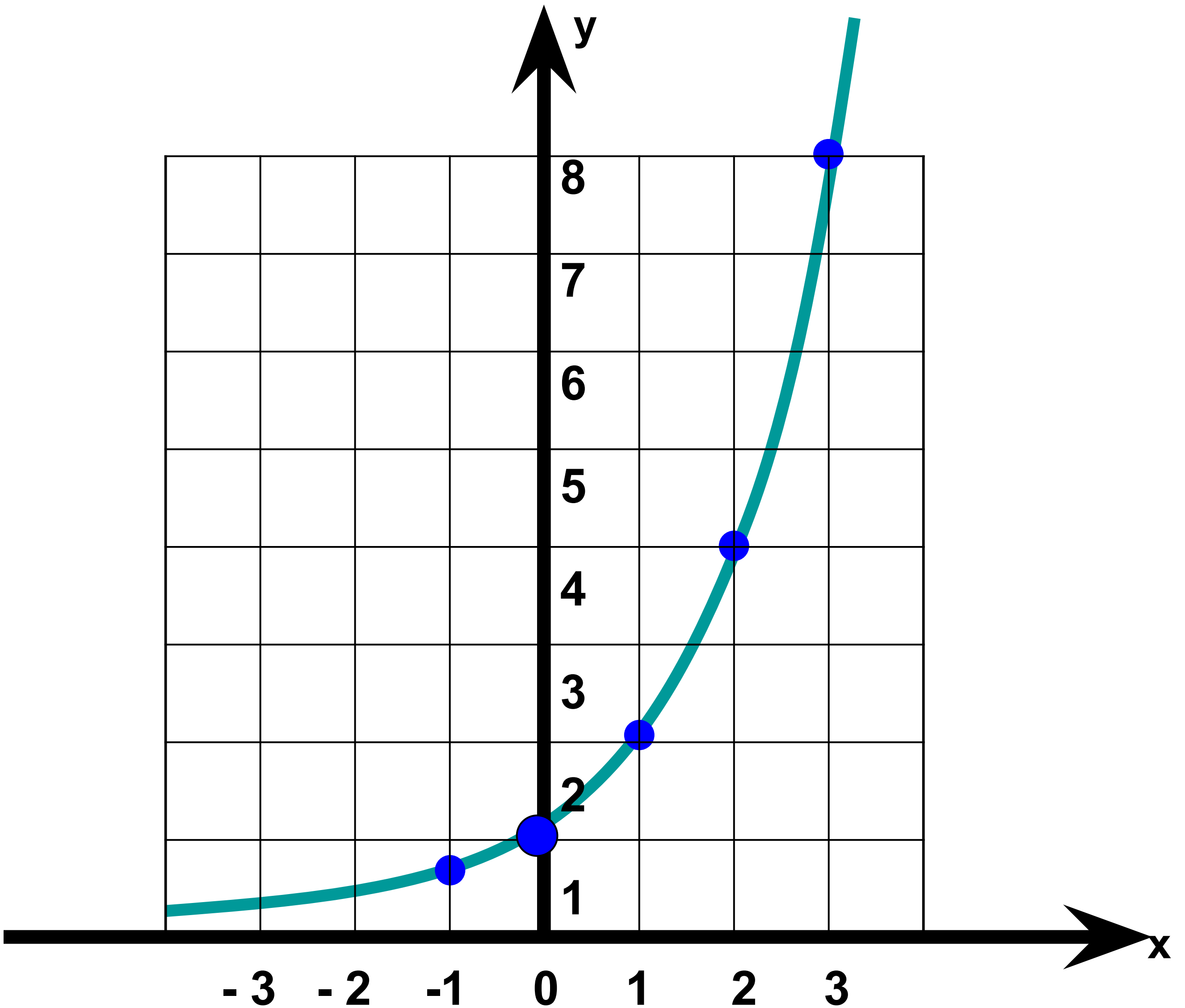
  а) аналитический способ;

  б) графический способ.

Задача 1

Построить график функции $y = 2^x$

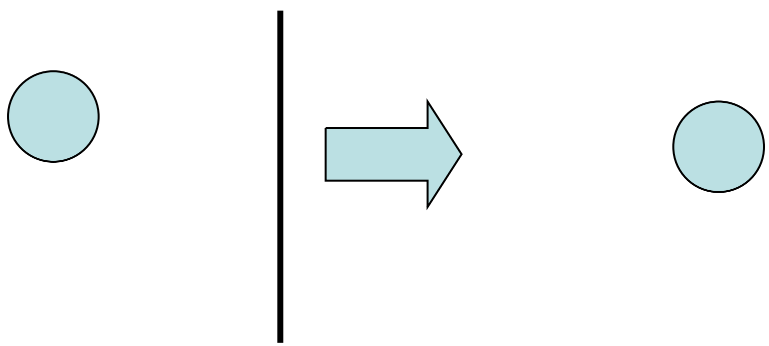
x	y
-1	
0	1
1	2
2	4
3	8



Задача 2

Сравнить числа

Решение



Ответ:

Задача 3

Сравнить число   с 1.

Решение

-5 < 0

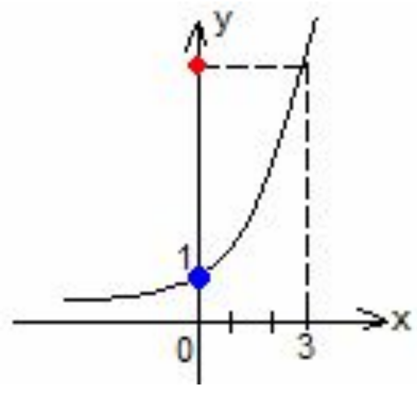
Ответ:

Задача 4

Сравнить число p с 1

$p =$

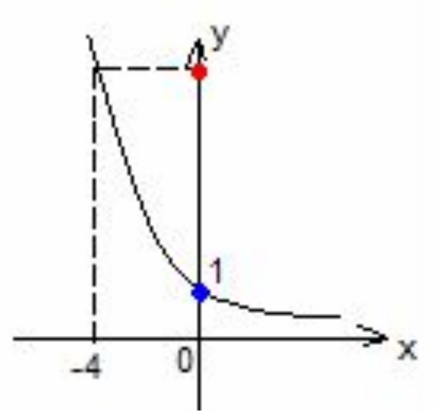
$2 > 1$, то
функция $y = 2^t$ –
возрастающая.



Ответ: $2^3 > 1$.

$p =$

$0 <$ < 1, то
функция $y = \left(\frac{1}{2}\right)^t$
– убывающая



Ответ: > 1

Решение показательных уравнений

- Простейшие показательные уравнения
- Уравнения, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Уравнения, решаемые заменой переменной
  - случай 1;
  - случай 2.
- Уравнения, решаемые делением на показательную функцию
  - случай 1;
  - случай 2.

Простейшие показательные уравнения

Ответ: - 5,5.

Ответ: 0; 3.

Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

$x + 1 - (x - 2) =$

$= x + 1 – x + 2 = 3$

Ответ: 5

Замена переменной (1)

основания степеней одинаковы, показатель одной из степеней в 2 раза больше, чем у другой .

$3^{2x} - 4 \cdot 3^{x} - 45 = 0$

$t = 3^{x}$ $(t > 0)$

$t^{2} - 4t - 45 = 0$

По т. Виета: $t_1 \cdot t_2 = -45$; $t_1 + t_2 = 4$

$t_1 = 9$; $t_2 = -5$ – не удовлетворяет условию

$3^{x} = 9$; $3^{x} = 3^{2}$; $x = 2$.

Ответ: 2

Замена переменной (2)

Основания степеней одинаковы,
коэффициенты перед переменной противоположны.

2 t $2t$

По т. Виета:

- Не удовлетворяет условию

Ответ: 1

Деление
на показательную функцию

Ответ: 0

Деление
на показательную функцию

Ответ: 0; 1.

Решение показательных неравенств

- Простейшие показательные неравенства
- Двойные неравенства
- Неравенства, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Неравенства, решаемые заменой переменной

Простейшие показательные неравенства

Двойные неравенства

3 > 1, то

Ответ: (- 4; -1).

Решение показательных неравенств

<u>Метод:</u> Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

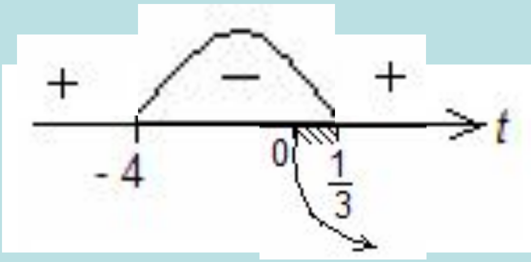
Т.к.
$3 > 1$, то знак неравенства остается прежним

$: 10$

Ответ: $x > 3$

Решение показательных неравенств

Метод: Замена переменной



3>1, то

Ответ: $x < -1$.

Используемая литература.

- А.Г.Мордкович: Алгебра и начала математического анализа(профильный уровень), 10класс,2011г.
- А.Н. Колмогоров: Алгебра и начала математического анализа,2008г.

- Интернет