

«Показательная функция»

Цель:

- Рассмотрение основных свойств показательной функции.
- Построение графика.
- Решение показательных уравнений.
- Решение показательных неравенств.

Определение

Показательная функция – это

функция вида

,

где x – переменная,

- заданное число, $a > 0$, $a \neq 1$.

Примеры:

Свойства показательной функции

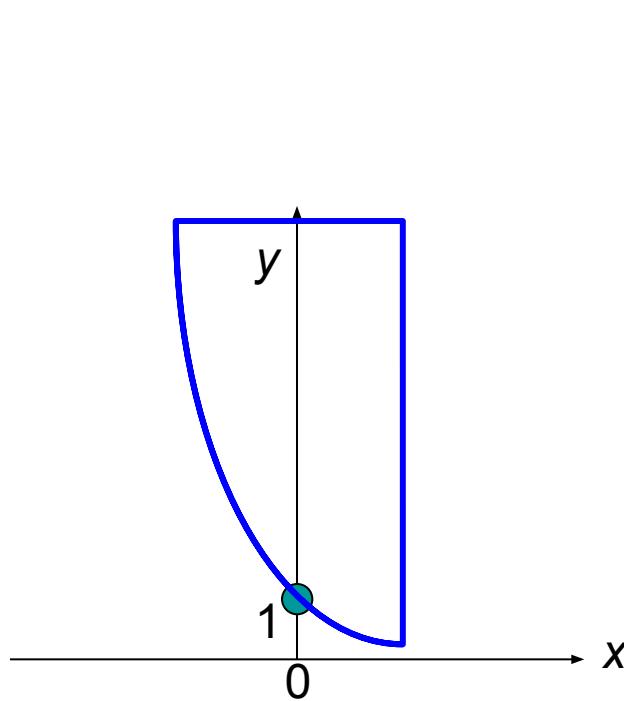
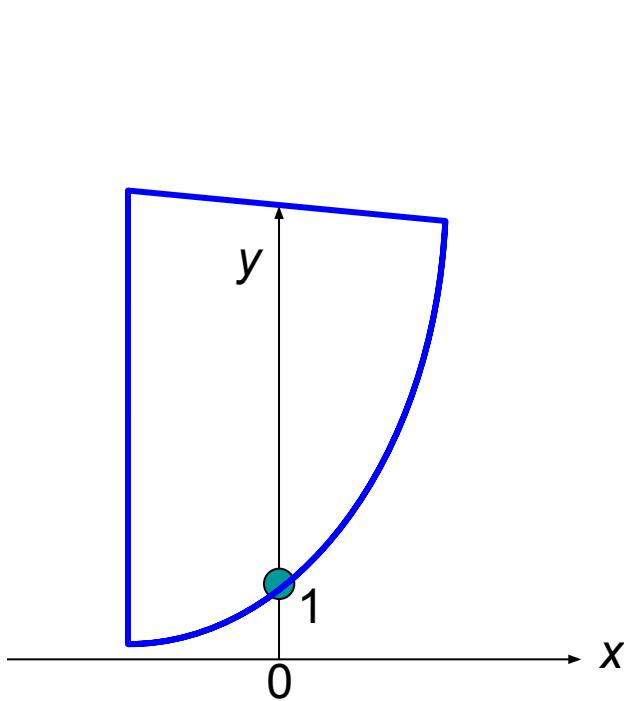
1. Область определения:
все действительные числа
2. Множество значений:
все положительные числа
3. При $a > 1$ функция возрастающая;
при $0 < a < 1$ функция убывающая.

$$D(y) = \mathbb{R};$$

$$E(y) = (0; + \infty);$$

График показательной функции

Т.к. $a^0 = 1$, то график любой показательной функции проходит через точку $(0; 1)$



Показательные уравнения

Определение

Простейшие
уравнения

Способы решения
сложных уравнений

Определение

Уравнение, в котором
переменная содержится в
показателе степени, называется
показательным.

Примеры:

**Простейшее показательное
уравнение – это уравнение вида**

**Простейшее показательное
уравнение решается с
использованием свойств степени.**

$$a^x = a^b \Leftrightarrow x = b$$

Способы решения сложных показательных уравнений.

Замена
переменной

Деление на
показательную
функцию

Вынесение
за скобки
степени с
меньшим
показателем

Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

Данный способ используется, если соблюдаются два условия:

- 1) основания степеней одинаковы;
- 2) коэффициенты перед переменной одинаковы

Например:

Замена переменной

При данном способе показательное уравнение сводится к квадратному.

Способ замены переменной используют, если

а) основания степеней одинаковы;

б) показатель одной из степеней в 2 раза больше, чем у другой.

коэффициенты перед переменной противоположны.

Например:

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$$

Например:

$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$

Деление на показательную функцию

Данный способ используется, если основания степеней разные.

а) в уравнении вида $a^x = b^x$ делим на b^x

Например: $2^x = 5^x \mid : 5^x$

б) в уравнении A $a^{2x} + B (ab)^x + C b^{2x} = 0$
делим на b^{2x} .

Например:

$3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0 \mid : 9^x$

Показательные неравенства

Определение

Простейшие
неравенства

Решение неравенств

Определение

Показательные неравенства –

это неравенства, в которых

неизвестное содержится в

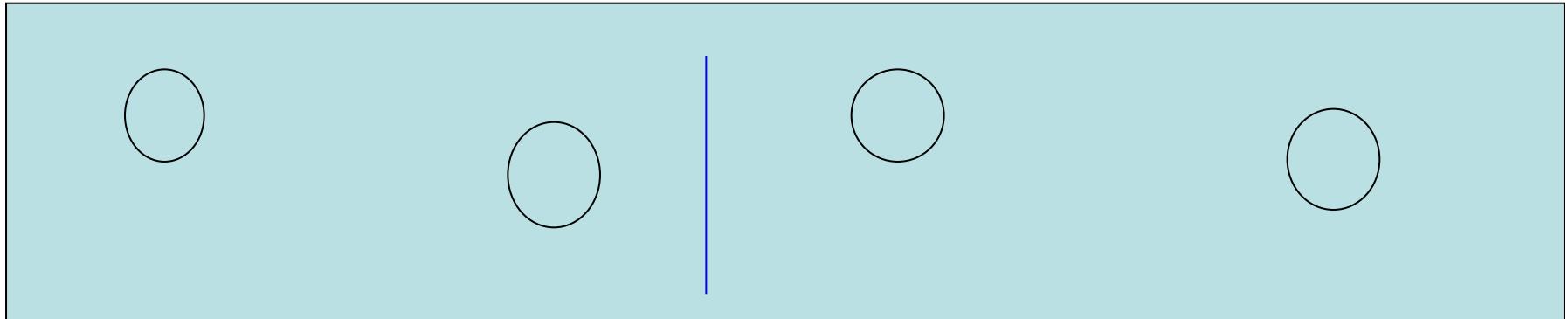
показателе степени.

Примеры:

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

где $a > 0$, $a \neq 1$, b – любое число.

При решении **простейших** неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.



Для решения более **сложных** показательных неравенств используются те же способы, что и при решении показательных уравнений.

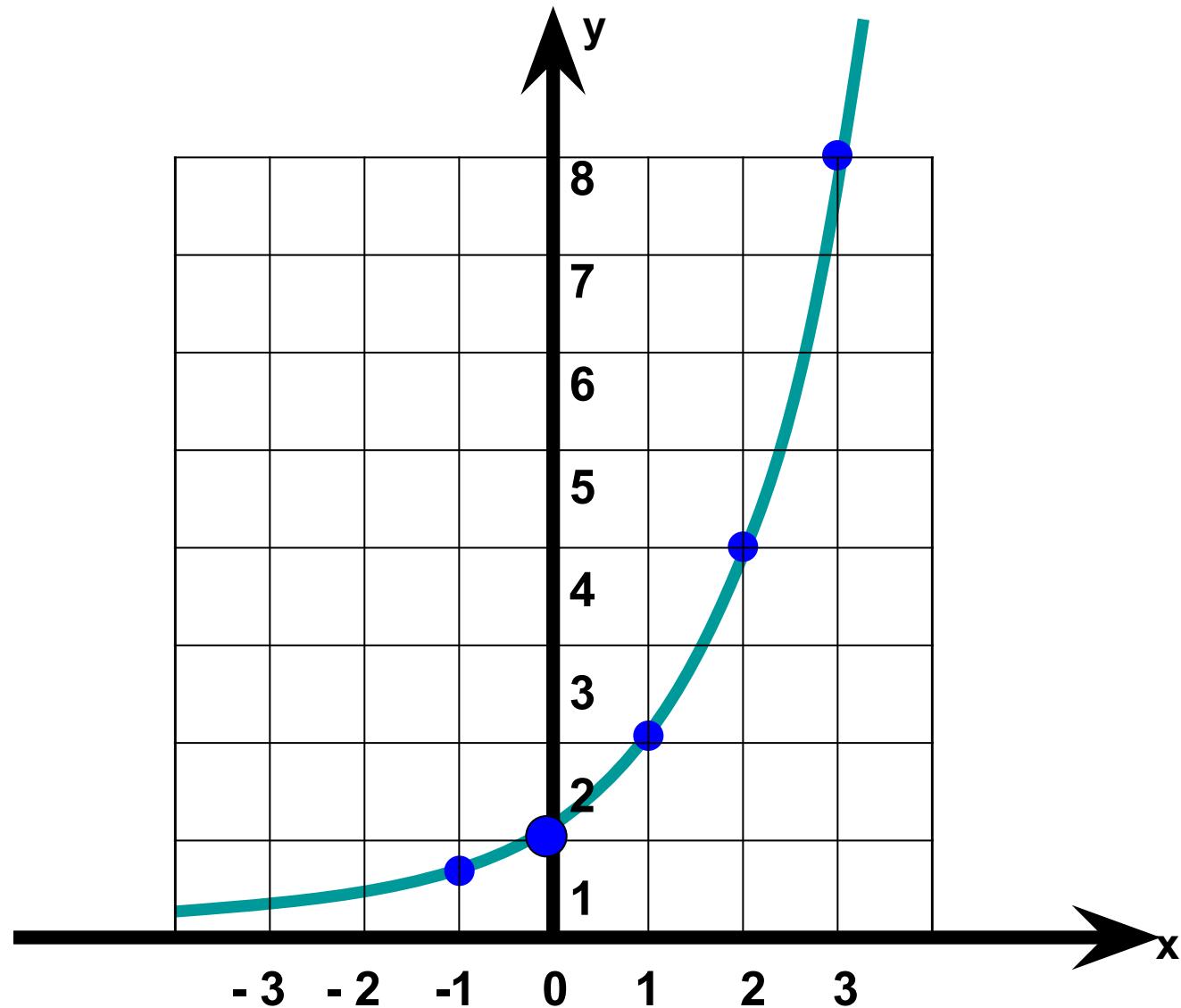
Показательная функция

- Построение графика
- Сравнение чисел с использованием свойств показательной функции
- Сравнение числа с 1
 - а) аналитический способ;
 - б) графический способ.

Задача 1

Построить график функции $y = 2^x$

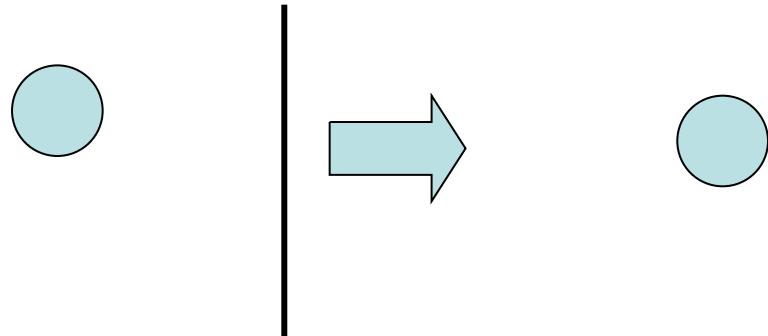
x	y
-1	1
0	2
1	4
2	8



Задача 2

Сравнить числа

Решение

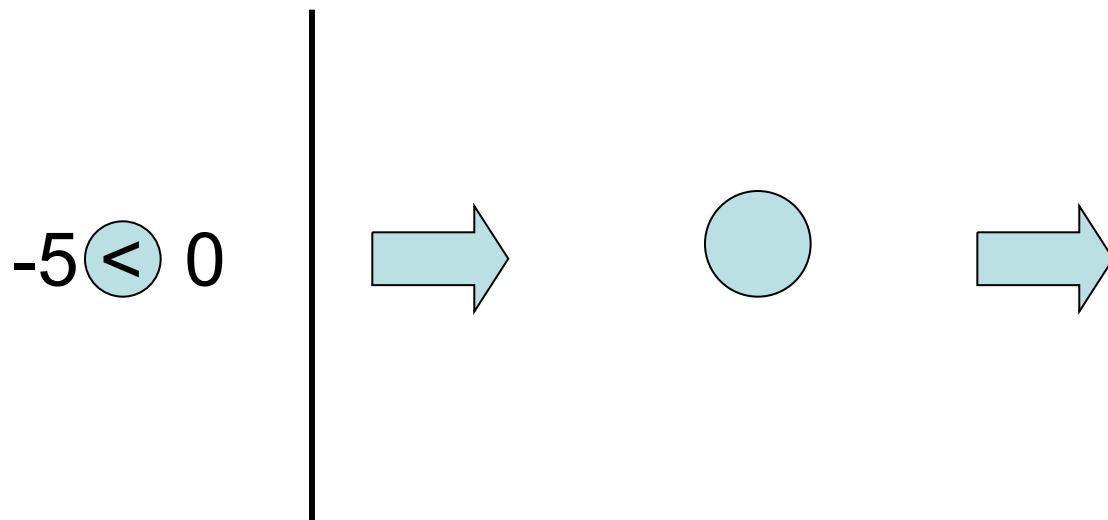


Ответ:

Задача 3

Сравнить число с 1.

Решение



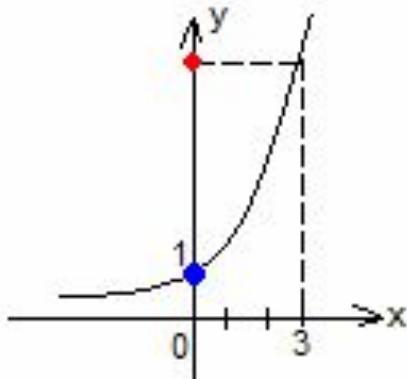
Ответ:

Задача 4

Сравнить число p с 1

$$p =$$

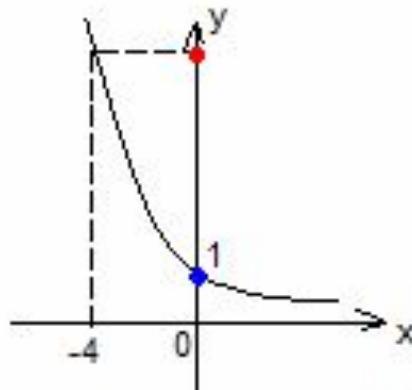
$2 > 1$, то
функция $y = 2^t$ –
возрастающая.



Ответ: $2^3 > 1$.

$$p =$$

$0 < p < 1$, то $\left(\frac{1}{2}\right)^t$
функция $y = \left(\frac{1}{2}\right)^t$
– убывающая



Ответ: $(\frac{1}{2})^{-4} > 1$

Решение показательных уравнений

- Простейшие показательные уравнения
- Уравнения, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Уравнения, решаемые заменой переменной
 - случай 1;
 - случай 2.
- Уравнения, решаемые делением на показательную функцию
 - случай 1;
 - случай 2.

Простейшие показательные уравнения

Ответ: - 5,5.

Ответ: 0; 3.

Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

$$\begin{aligned}x + 1 - (x - 2) &= \\&= x + 1 - x + 2 = 3\end{aligned}$$

Ответ: 5

Замена переменной (1)

основания степеней одинаковы, показатель одной из степеней в 2 раза больше, чем у другой .

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$$

$$t = 3^x (t > 0)$$

$$t^2 - 4t - 45 = 0$$

По т. Виета: $t_1 \cdot t_2 = -45$; $t_1 + t_2 = 4$

$t_1 = 9$; $t_2 = -5$ не удовлетворяет условию
 $3^{1x} = 9$; $3^{2x} = 3^2$; $x = 2$.

Ответ: 2

Замена переменной (2)

Основания степеней одинаковы,
коэффициенты перед переменной противоположны.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & t & 2t \\ \hline \end{array}$$

По т. Виета:

- Не удовлетворяет условию

Ответ: 1

Деление на показательную функцию

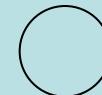
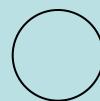
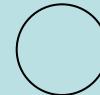
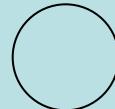
Ответ: 0

Деление на показательную функцию

Ответ: 0; 1.

- Простейшие показательные неравенства
- Двойные неравенства
- Неравенства, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Неравенства, решаемые заменой переменной

Простейшие показательные неравенства



Двойные неравенства

$3 > 1$, то

Ответ: $(-4; -1)$.

Решение показательных неравенств

Метод: Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

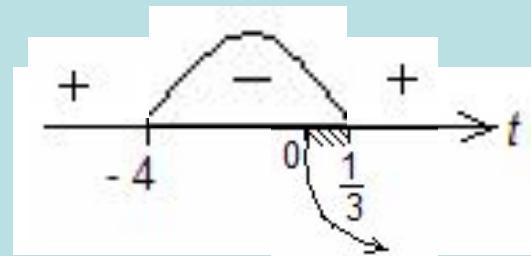
| : 10

Т.к.
3 > 1, то знак неравенства
остается прежним

Ответ: $x > 3$

Решение показательных неравенств

Метод: Замена переменной



$3>1$, то

Ответ: $x < -1$.

Используемая литература.

- А.Г.Мордкович: Алгебра и начала математического анализа(профильный уровень), 10класс,2011г.
- А.Н. Колмогоров: Алгебра и начала математического анализа,2008г.
- Интернет