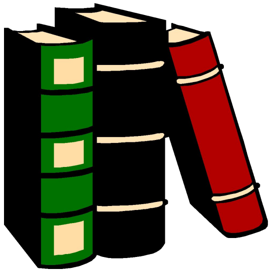
Интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.

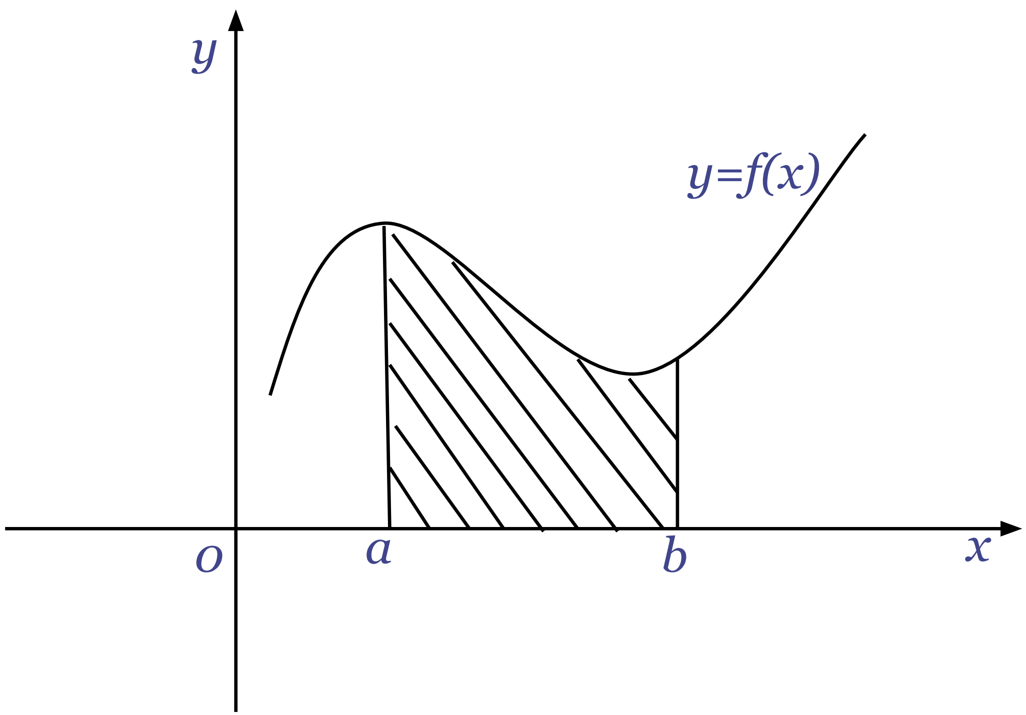
Цель урока:

- Ввести понятие интеграла и его вычисление по формуле Ньютона – Лейбница, используя знания о первообразной и правила её вычисления;
- Проиллюстрировать практическое применение интеграла на примерах нахождения площади криволинейной трапеции;
- Закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.



Определение:

Пусть дана положительная функция *f(x)*, определенная на конечном отрезке [a;b]. ***Интегралом от функции f(x) на [a;b]*** называется площадь её криволинейной трапеции.



Обозначение:

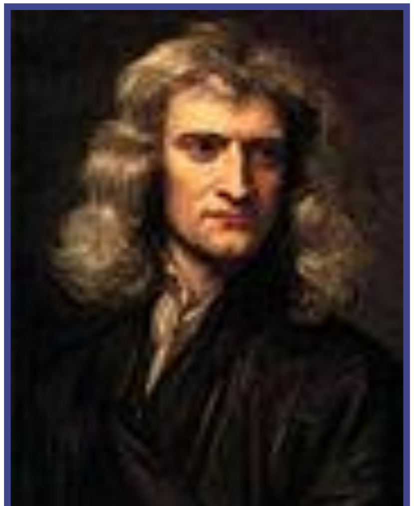
$$\int_a^b f(x)dx$$

— *«интеграл от a до b эф от икс дэ икс»*

Историческая справка:

Обозначение интеграла Лейбниц произвёл от первой буквы слова ***«Сумма» (Summa)***. Ньютон в своих работах не предложил альтернативной символики интеграла, хотя пробовал различные варианты. Сам термин *интеграл* придумал Якоб Бернулли.

Готфрид Вильгельм фон Лейбниц



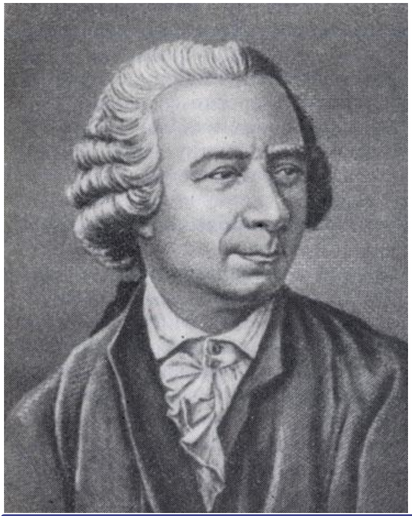
Исаак Ньютон

Якоб Бернулли

Summa

Оформление определённого интеграла в привычном нам виде придумал Фурье.

Обозначение неопределённого интеграла ввёл Эйлер.



Леонард Эйлер

Жан Батист Жозеф Фурье

Формула Ньютона - Лейбница

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Пример 1. Вычислить определённый интеграл:

$$\int_{-2}^{1}(3-2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{1}(3-2x-x^2)dx = \left| \begin{array}{c} f(x) = 3-2x-x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \dfrac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$= \left(3\cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3}\right) - \left(3\cdot(-2) - (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3}\right) = 9$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Пример 2. Вычислите определённые интегралы:

$\int_2^7 dx$	5
$\int_1^4 (x-1)^2\,dx$	9
$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos\,x\,dx$	1

Пример 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$ и осью абсцисс.

Решение:

Для начала найдем точки пересечения оси абсцисс с графиком функции $y = 3 - 2x - x^2$. Для этого решим уравнение.

$$3 - 2x - x^2 = 0 \quad \Rightarrow x_1 = -3 \;\; u \; x_2 = 1$$

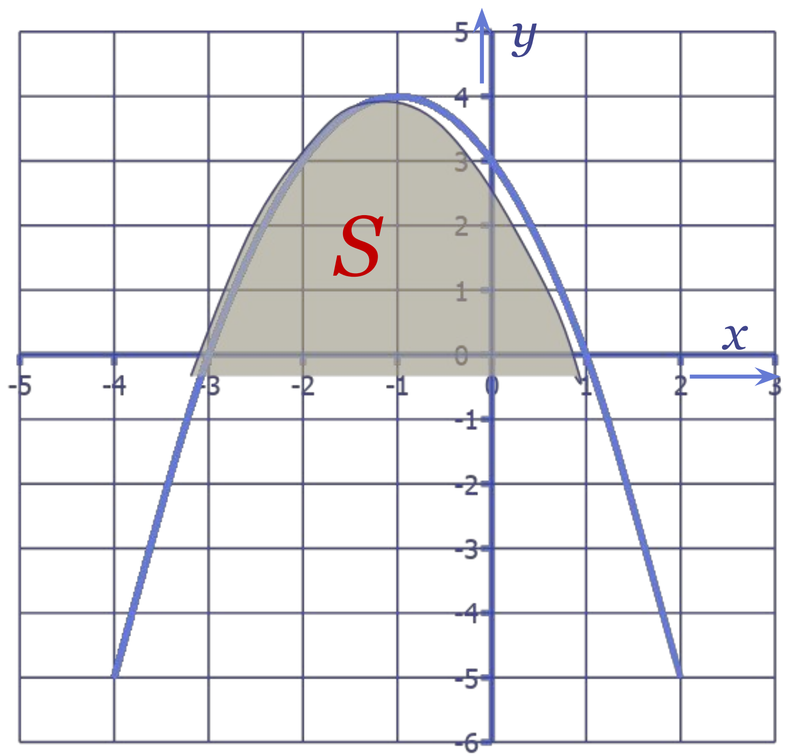
$$S = \int_{-3}^{1} (3 - 2x - x^2)dx =$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \dfrac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$\left(3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3}\right) -$$

$$\left(3 \cdot (-3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3}\right) =$$

$$= 10\frac{2}{3}(e\partial^2)$$



Пример 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$ и $y = 1 - x$

Решение:

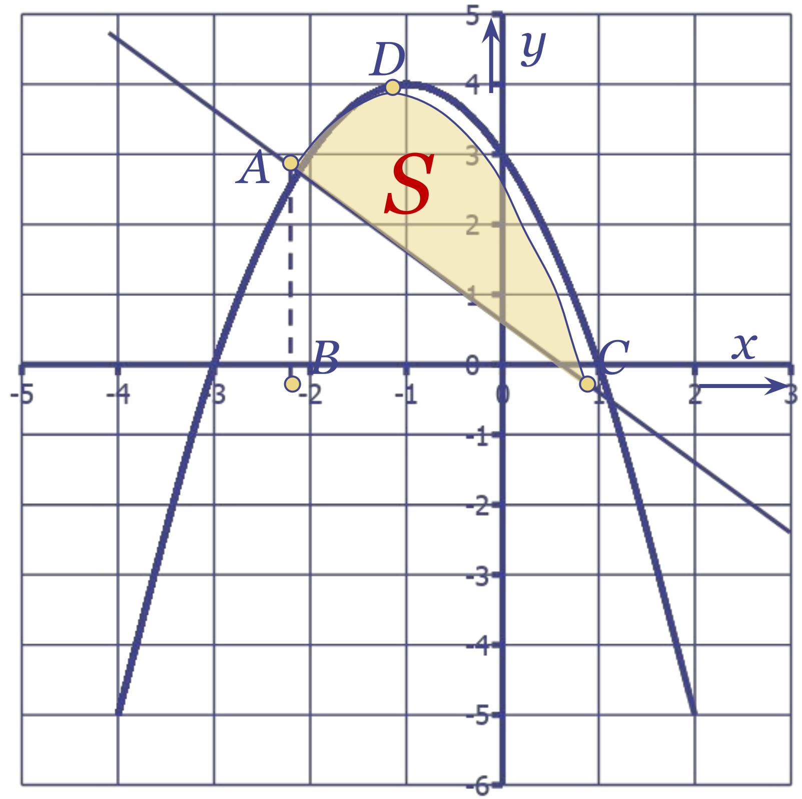
Найдём точки пересечения (абсциссы) этих линий, решив уравнение

$$1 - x = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x_1 = -2;\ x_2 = 1$$

$$\boxed{S = S_{BADC} - S_{\Delta BAC}}$$

$$S_{BADC} = \int_{-2}^{1} (3 - 2x - x^2)dx =$$

= смотри пример 1 $= 9(ед^2)$



$$S_{\Delta BAC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5(ед^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 9 - 4{,}5 = 4{,}5\ (ед^2)}$$

ПРАВИЛА СИНКВЕЙНА

1строка – тема синквейна 1 слово

2строка – 2 прилагательных, описывающих признаки и свойства темы

3строка – 3 глагола описывающие характер действия

4строка – короткое предложение из 4 слов, показывающее Ваше личное отношение к теме

5строка – 1 слово, синоним или Ваша ассоциация тема предмета.

1. Интеграл

2. Определённый, положительный

3. Считают, прибавляют, умножают

4. Вычисляют формулой Ньютона - Лейбница

5. Площадь

Список используемой литературы:

учебник Колмагорова А.Н. и др. Алгебра и начала анализа 10 - 11 кл.

« ТАЛАНТ –
это 99% труда и 1% способности»

народная мудрость

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Пример 1. Вычислить определённый интеграл:

$$\int_{-2}^{1}(3-2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{1}(3-2x-x^2)dx = \left| \begin{array}{c} f(x) = 3-2x-x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \dfrac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$= \left(3 - 1 - \tfrac{1}{3}\right) - \left(3\cdot(-2) - (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3}\right) = 9$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

пример 4