

№20: Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач.

Переписать лекцию,
разобраться с примерами,
выполнить решение задач на
последнем слайде

Закон умножения

Определение

Закон умножения в комбинаторике: число сочетаний (способов, комбинаций) в независимых наборах умножается.

Другими словами, пусть имеется A способов выполнить одно действием B способов выполнить другое действие. Пусть также эти действия независимы, т.е. никак не связаны между собой. Тогда можно найти число способов выполнить первое и второе действие по формуле: $C = A \cdot B$.

Закон умножения — это логическое «И», при котором нас интересует одновременное выполнение и первого, и второго действия.



НАПРИМЕР

В корзине лежат 8 белых шаров и 12 черных. Сколькими способами можно достать из этой корзины 2 белых шара и 2 черных?

Решение


Всего в корзине $n = 8$ белых шаров, из которых надо выбрать $k = 2$ шара. Это можно сделать $C_8^2 = \dots = 28$ различными способами.

Кроме того, в корзине имеется $n = 12$ черных шаров, из которых надо выбрать опять же $k = 2$ шара. Число способов сделать это равно $C_{12}^2 = \dots = 66$.

Поскольку выбор белого шара и выбор черного — события независимые, общее число комбинаций считается по закону умножения: $C = 28 \cdot 66 = 1848$. Как видим, вариантов может быть довольно много.



Закон сложения

 *Закон сложения* в комбинаторике: если два взаимоисключающих действия можно выполнить A и B способами соответственно, то эти события можно объединить. При этом возникнет новое событие, которое можно выполнить $X = A + B$ способами.

Другими словами, при объединении взаимоисключающих действий (событий, вариантов) число их комбинаций складывается.

Можно сказать, что закон сложения — это логическое «ИЛИ» в комбинаторике, когда нас устраивает любой из взаимоисключающих вариантов.



НАПРИМЕР

В корзине лежат 9 черных шаров и 7 красных. Мальчик достает 2 шара одинакового цвета. Сколькими способами он может это сделать?

Решение

Если шары одинакового цвета, то вариантов немного: оба они либо черные, либо красные. Очевидно, что эти варианты — взаимоисключающие.




В первом случае мальчику предстоит выбрать $k = 2$ черных шара из 9 имеющихся. Число способов сделать это равно $C_9^2 = \dots = 36$. $n =$

Аналогично, во втором случае выбираем $k = 2$ красных шара из 7 возможных. Число способов равно $C_7^2 = \dots = 21$. $n =$

Осталось найти общее количество способов. Поскольку варианты с черными и красными шарами — взаимоисключающие, по закону сложения имеем: $X = 36 + 21 = 57$.



Решение задач на законы сложения и умножения

-  В ларьке продаются 15 роз и 18 тюльпанов. Ученик 9-го класса хочет купить 3 цветка для своей одноклассницы, причем все цветы должны быть одинаковыми. Сколькими способами он может составить такой букет?
-  Студенческая группа состоит из 23 человек, среди которых 10 юношей и 13 девушек. Сколькими способами можно выбрать 2-х человек одного пола.
-  Студенческая группа состоит из 23 человек, среди которых 10 юношей и 13 девушек. Сколькими способами можно составить пару из юноши и девушки

