Струнная система с упругими опорами

$$u_{xx}(x,t) - q(x)u(x,t) = u_{tt}(x,t)\ (x \in \Gamma, t > 0),$$

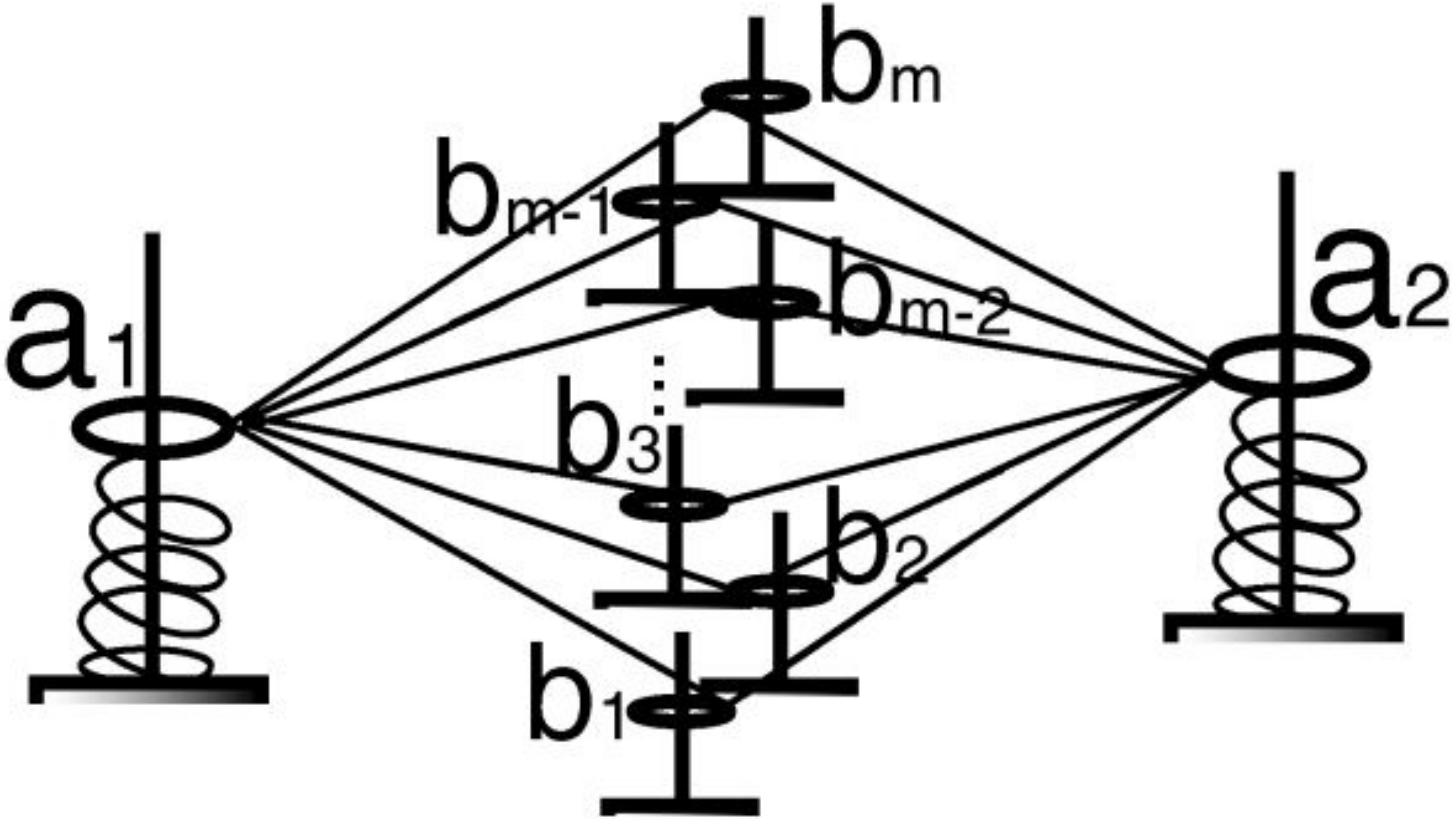
где $q(x) = k_1\delta(x - x_1) + k_2\delta(x - x_2)$

С начальным и граничным условиями (1)

$$u(x,0) = \varphi(x),\ u_t(x,0) = 0\ \ (x \in \overline{\Gamma}),$$

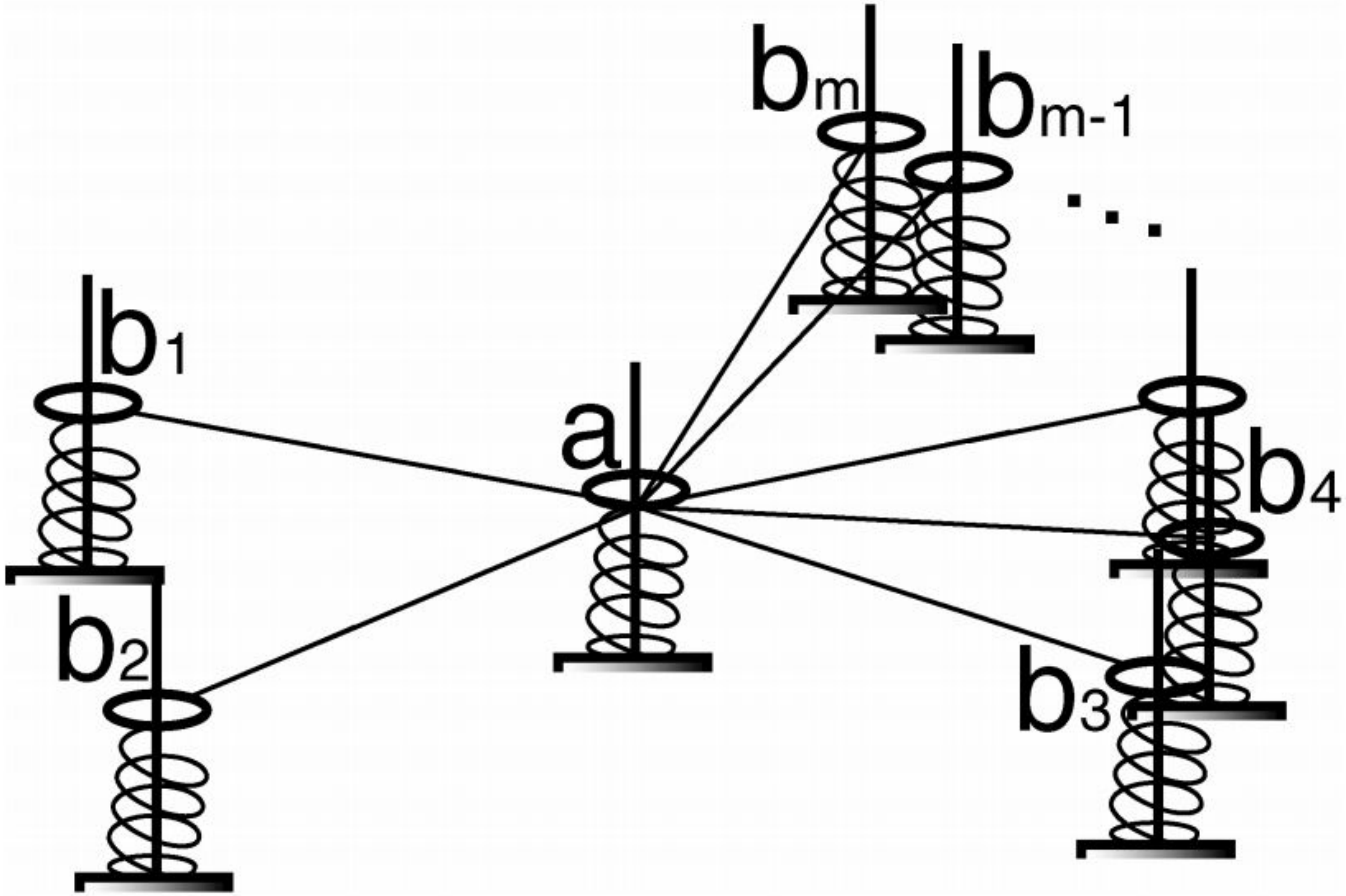
$$u(x + 0 \cdot h, t) = 0\ \ \ (x \in \partial\Gamma, h \in D(x), t \geq 0)$$

Физическая иллюстрация струнной системы с упругими опорами



Корректность задачи (1)

Теорема 3.1. Пусть существует $u(x,t)$ – решение задачи (1). Тогда оно единственно.



$$B_m(\ell, \emptyset, k_1, k_2, \widetilde{\psi_1})$$

Обозначение основной задачи колебаний системы с упругими опорами

$$V_{2m}(\ell, \emptyset, k_1, k_2, 0, \varphi)$$

Метод "вспомогательных функций"

$$(\text{Ч}\varphi)(x) = \frac{1}{2}\big(\varphi(b_i + ||x - b_i||h_{1i} + \varphi(b_i + ||x - b_i||h_{2i}))\big)(x \in \overline{\gamma_i})$$

$$(\text{Н}\varphi) = (\text{Ч}\varphi)(x) - \varphi(x)\ (x \in \overline{\Gamma}) \qquad (2)$$

$$u^{\varphi}(x,t) = u^{(\text{Ч}\varphi)}(x,t) + u^{(\text{Н}\varphi)}(x,t) \qquad (3)$$

Алгоритм поиска решения задач V_{2m}

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & & & V_{2m}(\ell, \emptyset, k_1, k_2, 0, \varphi) \arrow[dll] \arrow[drr] & & & \\
 & B_m(\ell, \emptyset, k, 0, \widetilde{\psi_1}) \arrow[dl] \arrow[dr] & & & & B_m(\ell, \emptyset, k, +\infty, \widetilde{\psi_2}) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
S(\ell, k, 0, \Psi) & & S(\ell, k, +\infty, \Psi) & & S(\ell, 0, +\infty, \Psi) & & S(\ell, +\infty, +\infty, \Psi)
\end{tikzcd}
$$