ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ
З ДИСЦИПЛІНИ «ОСНОВИ ТЕОРІЇ СПОРУД»

В процесі виконання індивідуальних завдань по курсу «Основи теорії споруд» ЗВО, що навчаються за спеціальністю 191 Архітектура та містобудування набувають фахових умінь застосування теоретичних знань для вирішення практичних інженерних задач щодо розрахунку елементів машин, будівель та споруд на міцність, жорсткість і стійкість. Виконання індивідуальних завдань розрахунково-графічних робіт з «Основ теорії споруд» сприяє набуттю навичок застосування умов міцності для реалізації проектного, конструкторського і перевірочного розрахунків елементів будівельних конструкцій, що працюють в умовах як простого, так і складного напружено-деформованого стану.

Виконуючи індивідуальне завдання, ЗВО повинен уважно ознайомитися із основними теоретичними відомостями та розрахунковими формулами заданої теми, з наведеними прикладами рішення задач та послідовністю виконання розрахунків.

Вихідні дані ЗВО обирають з таблиць відповідно за шифром власного варіанту, який визначає викладач. Якщо вихідні дані вибрані не за шифром варіанта, то рішення задач вважається недійсним і повертається студенту на переробку.

На початку рішення кожної задачі необхідно виписати повністю її умову, числові дані, скласти в масштабі акуратні креслення і вказати на них всі величини, необхідні для розрахунку.

Рішення задач повинно супроводжуватися короткими поясненнями і кресленнями, на яких всі розрахункові величини слід вказати в числах, що відповідають власному варіанту. При використанні в розрахунках формул слід підставити в них числові значення і, не наводячи проміжних обчислень, записати відповідь із зазначенням розмірності визначених величин.

Якщо неправильно виконана робота повернута ЗВО для виправлення, то ці виправлення слід виконати на окремих аркушах, вкласти їх в не зараховану роботу і здати повторно на перевірку. Окремо від початкового варіанту розв'язку завдань розрахунково-графічної роботи виправлення не розглядаються.

Задачі оформляються у формі пояснювальної записки на аркушах формату А4 (297*210) згідно ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. Звіт з виконання РГР включає:

- ✔ Титульний аркуш;
- ✔ Зміст (перелік всіх завдань із зазначенням сторінок);
- ✔ Рішення задач;
- ✔ Використані джерела.

Виконану і зараховану розрахунково-графічну роботу ЗВО повинен пред'явити на заліку або іспиті.

Критерії оцінювання виконання РГР наведені в таблиці нижче.

Зразки оформлення титульного та поточного аркушів наведено нижче.

№ п/п	Критерії оцінки виконання РГР	Розподіл балів
1	Своєчасне виконання РГР або дострокове	5
2	Несвоєчасне виконання (з запізненням на 7 і більше днів)	-5
3	Відповіді на теоретичні питання	5
4	Якість оформлення	5
5	Якість оформлення графічної частини	5
6	Захист РГР у відповідності до графіка	5
7	Захист РГР несвоєчасний	-5
8	Відповіді на складі запитання та більш розширене тлумачення питання при захисті	5
	Разом	**30**

Всі завдання розрахунково-графічної роботи повинні виконуватися за принципами академічної доброчесності. ЗВО повинні ознайомитися з «Кодексом академічної доброчесності Національного університету «Чернігівська політехніка» (*нова редакція*)», затвердженого Вченою радою Національного університету «Чернігівська політехніка» 31 травня 2021 р. протокол № 5 та введеного в дію наказом ректора від 31 травня 2021 р. №100 (https://stu.cn.ua/wp-content/uploads/2021/06/kodeks-akademichnoyi-dobrochesnosti-nova-redakcziya.pdf).

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Чернігівська політехніка»

Навчально-науковий інститут архітектури, дизайну та геодезії

Кафедра архітектури та дизайну середовища

ОСНОВИ ТЕОРІЇ СПОРУД

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

Варіант № ____

Керівник доц. Заваць кий С.В.

Виконав
студент II-го курсу
група _____
(прізвище, ініціали, підпис)

Чернігів 20___

Ткачук Д.О. АМ- 201	Варіант 22	Аркуш 3

Задача №1. Розрахунок статично визначуваних систем, які працюють на розтягання і стискання

Ступінчатий брус завантажений силами F_1, F_2, F_3, що напрямлені вздовж його осі. Задано довжини ділянок *a, b, c* і площі їх поперечних перерізів F_1 *і* F_2. Модуль пружності матеріалу E=2·10^5 МПа, границя текучості σ_T =240 МПа і запас міцності відносно до межі текучості n_T =1,5.

Необхідно:

1) побудувати епюри повздовжніх сил N, напружень σ і повздовжніх переміщень Δ;

2) перевірити виконання умови міцності.

Розрахункові схеми вибираються за рис. 1, числові дані беруться з табл. 1.

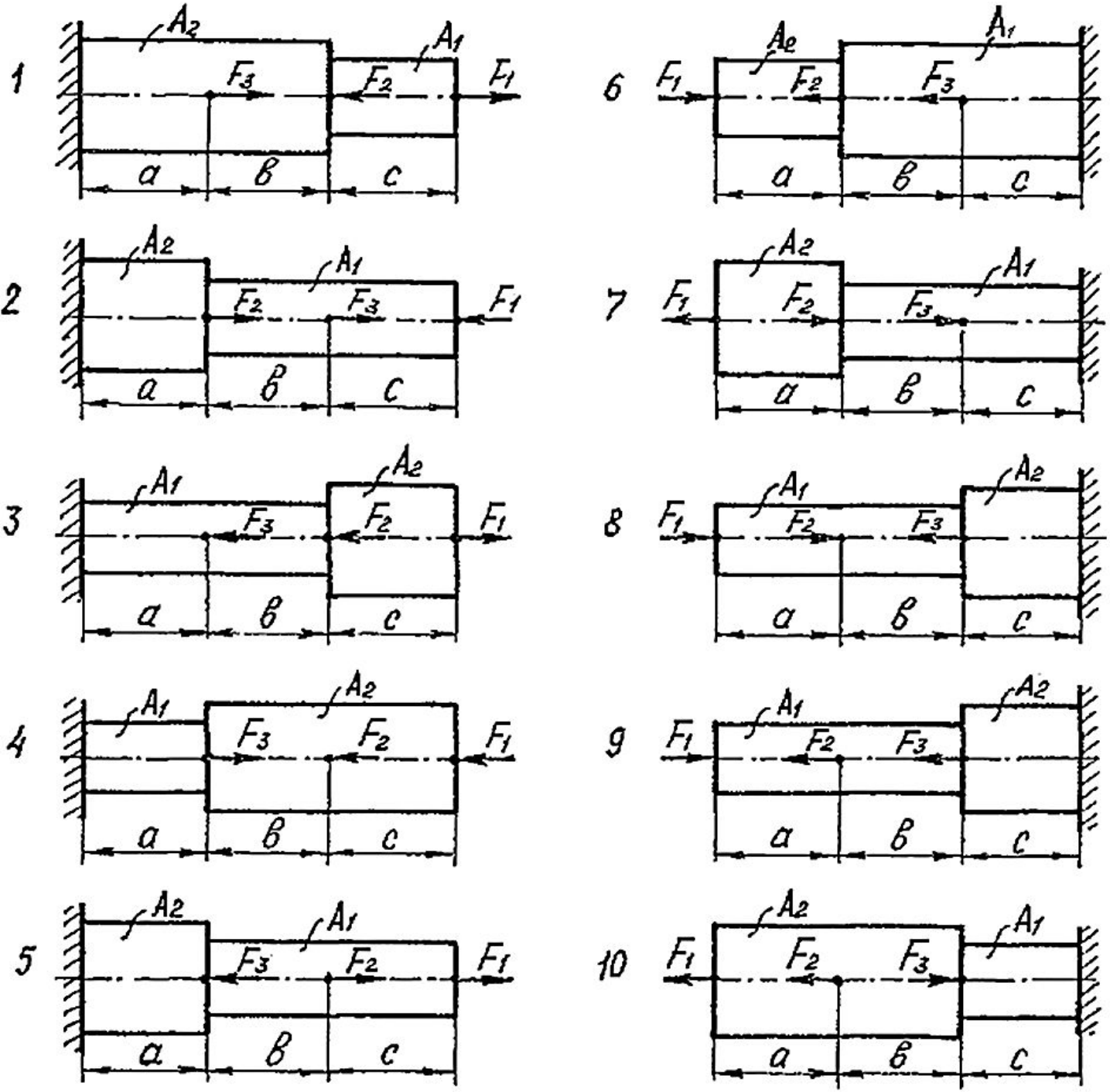


Рис. 1.
Розрахункові схеми до задачі № 1

Таблиця 1

Числові дані до задачі № 1

Номер рядка	Номер схеми за рис. 1	Сила, кН			Довжина ділянок, м			Площа поперечного перерізу, см^2	
		F_1	F_2	F_3	a	b	c	A_1	A_2
1	1	40	90	100	0,3	0,5	0,6	5	10
2	2	45	80	120	0,3	0,5	0,5	4	12
3	3	50	85	110	0,4	0,6	0,4	6	14
4	4	35	70	115	0,4	0,6	0,6	4	10
5	5	40	75	100	0,5	0,4	0,3	5	15
6	6	50	80	95	0,5	0,4	0,4	6	18
7	7	60	70	120	0,3	0,2	0,5	4	12
8	8	45	60	115	0,4	0,3	0,6	7	10
9	9	35	65	110	0,2	0,4	0,4	8	14
0	10	30	90	95	0,5	0,5	0,3	6	16

Методичні вказівки до рішення задачі №1

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

Розглянемо такий вид навантаження, як розтягнення (стиснення), при якому в поперечних перерізах бруса виникають тільки поздовжні сили, спрямовані уздовж його осі, всі інші внутрішні зусилля дорівнюють нулю.

Поздовжня, або нормальна сила, N вважається позитивною при розтягуванні і негативною при стисненні. Її величина може бути знайдена за допомогою методу перерізів: вона чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекці на вісь бруса всіх зовнішніх сил, прикла дених до бруса з одного боку від розглянутого перерізу.

Діюча в поперечному перерізі поздовжня сила N рівномірно розподіляється за всім перерізом і, як наслідок цього, нормальні напруги σ також рівномірно розподіляються за всім перерізом.

Їх величина визначається за формулою

$$\sigma = \frac{N}{A}, \qquad (1.1)$$

де N - поздовжня сила в поперечному перерізі;

A - його площа.

Сила вимірюється в Ньютонах (Н), площа поперечного перерізу – в квадратних метрах (м^2), нормальні напруження – в Паскалях (Па).

Абсолютне подовжування бруса при розтягуванні визначається за формулою

$$\Delta l = l_к - l, \qquad (1.2)$$

де l – початкова довжина бруса;

$l_к$ - довжина бруса після деформації.

Відносне подовження бруса (відносна поздовжня деформація)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{1.3}$$

при розтягуванні $\Delta l > 0$ і $\varepsilon > 0$, при стисненні ці величини негативні.

Абсолютне поперечне звужування

$$\Delta b = b_к - b, \tag{1.4}$$

де b - початковий поперечний розмір бруса;

$b_к$ - величина поперечного розміру бруса після навантаження.

Відносне поперечне звужування (відносна поперечна деформація)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \tag{1.5}$$

Абсолютна величина відношення ε'/ε, що позначається ν, Називається коефіцієнтом Пуассона. Вона є постійною для кожного матеріалу і характеризує його пружні властивості:

$$\nu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|. \tag{1.6}$$

Між нормальними напруженнями і відносним подовженням існує прямо пропорційна залежність, яка називається законом Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \tag{1.7}$$

де E – коефіцієнт пропорційності (модуль пружності першого роду, або модуль Юнга).

Модуль пружності – це фізична характеристика матеріалу, яка вимірюєтьс в тих же одиницях, що і нормальні напруження.

Враховуючи що $\sigma = \frac{N}{A}$ і $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, можна записати вираз для обчислення абсолютного подовження бруса у вигляді

$$\Delta l = \frac{N\,l}{E\,A}. \tag{1.8}$$

Для ступінчатого стержня і (або) стержня з декількома поздовжніми навантаженнями подовження обчислюється як алгебраїчна сума подовжень ділянок бруса, в межах яких N, E, A постійні:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i A_i}. \tag{1.9}$$

Якщо ж величини N і A змінюються за довжиною бруса, його абсолютне подовження обчислюється за формулою

$$\Delta l = \int_l \frac{N(z)\,dz}{E\,A(z)}. \tag{1.10}$$

Використовуючи співвідношення $\sigma_{max} \le [\sigma]$, яке називається умовою міцності за допустимими напруженнями, можна вирішити три основні задачі опору матеріалів:

1. Підібрати переріз розтягнутого (стиснутого) бруса, при якому його міцність буде забезпечена. Розрахункова формула в цьому випадку має вигляд

$$\frac{N}{A} \le [\sigma], \qquad (1.11)$$

де N – поздовжня сила в небезпечному перерізі бруса (перерізі, в якому ді максимальне нормальне напруження);

A - площа поперечного перерізу бруса;

$[\sigma]$ – допустимі напруження матеріалу бруса.

Звідси визначається необхідна площа його перерізу

$$A \ge \frac{N}{[\sigma]}. \qquad (1.12)$$

Знаючи форму перерізу і його площу, можна визначити лінійні розміри перерізу або за сортаментом підібрати необхідний стандартний профіль: кутник швелер, двотавр тощо.

Допустимі напруження [σ] або задаються, або знаходяться за формулою

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{небезпеч}}{n}, \qquad (1.13)$$

де $\sigma_{небезп.} = \sigma_т$ – межа текучості для пластичних матеріалів;

$\sigma_{небезп.} = \sigma_в$ – тимчасовий опір для крихких матеріалів;

n - запас міцності матеріалу.

2. Визначити допустиме навантаження, якщо відомі міцністні властивості матеріалу і площа поперечного перерізу бруса.

Розрахункова формула, що випливає з умови міцності

$$N \le A[\sigma], \tag{1.14}$$

дозволяє обчислити на йбільше значення поздовжньої сили N, що діє в небезпечному перерізі і, отже, величину зовнішнього навантаження, прикладеного до бруса.

3. Виконати перевірочний розрахунок міцності бруса.

При перевірочному розрахунку навантаження, розміри і матеріал, з яког о виготовлений брус, вважаються відомими. Обчислюється найбільше нормальне напруження в небезпечному поперечному перерізі і порівнюється з допустимим

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \le [\sigma]. \tag{1.15}$$

Якщо $\sigma_{max} \le [\sigma]$, то міцність бруса забезпечено.

Приклад рішення задачі №1

Ступінчастий брус навантажений силами F_1, F_2, F_3, (рис.2, *а*).

Потрібно побудувати епюри поздовжніх сил N, нормальних напружень σ, поздовжніх переміщень Δ і перевірити, чи виконується умова міцності.

Числові дані до задачі вибираються за табл. 1.

Наприклад: $F_1 = 40$ кН, $F_2 = 90$ кН, $F_3 = 110$ кН;

$a = 0{,}5$ м, $b = 0{,}5$ м, $c = 0{,}4$ м;

$A_1 = 6$ см^2, $A_2 = 14$ см^2

Для всіх варіантів приймається: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа ; $\sigma_T = 240$ МПа ; $n_T = 1{,}5$.

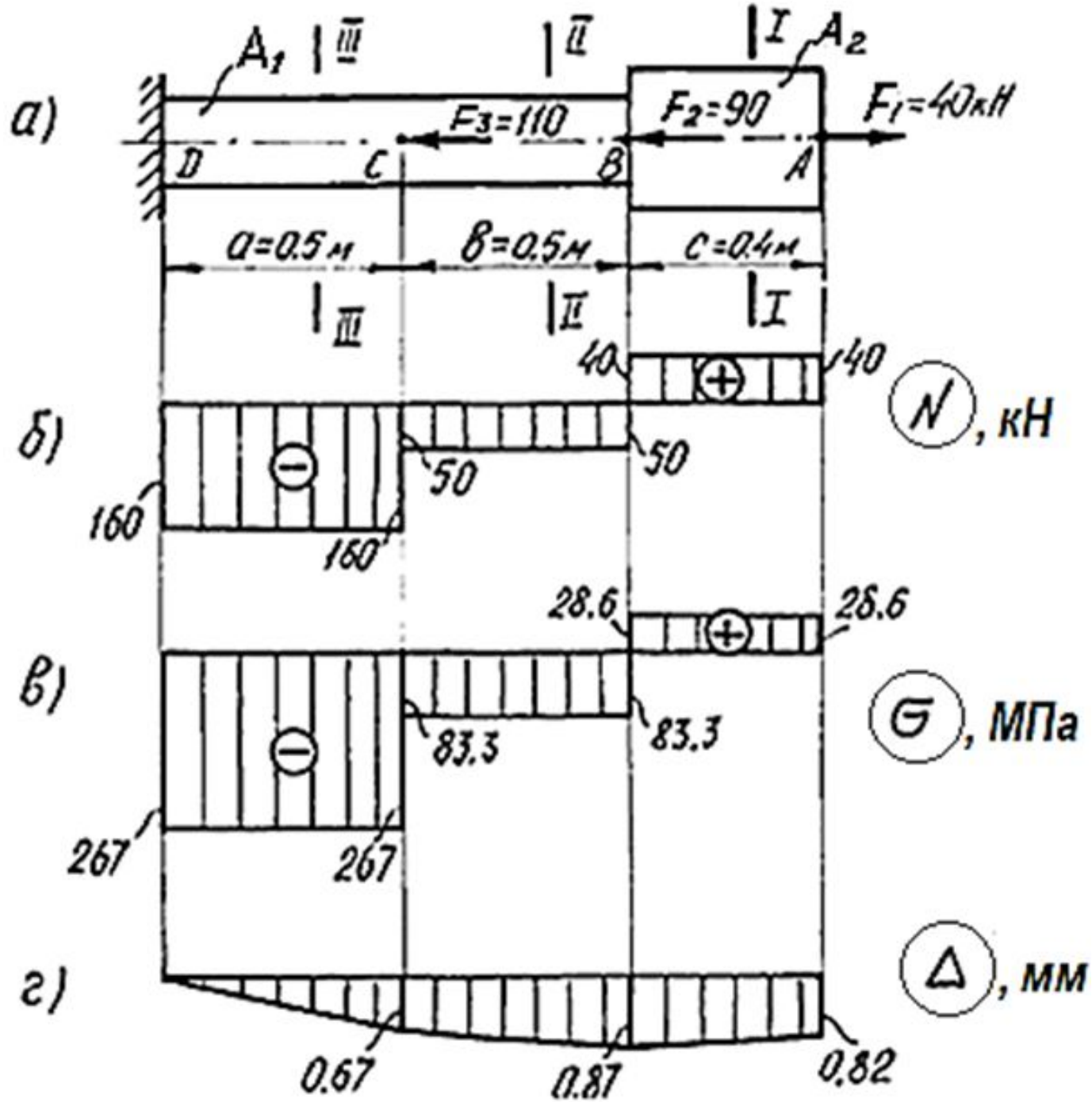


Рис. 2. Розрахункова схема бруса та епюри: *а*) – розрахункова схема; *б)* – епюра поздовжніх сил; *в)* – епюра напружень; *г)* – епюра поздовжніх переміщень.

1. Побудова епюри *N*.

На брус діють тр и сили, отже, по здовжня сила за його довжиною буде змінюватися. Розбиваємо брус на ділянки, в межах яких поздовжня сила буде постійною. В даному випадку межами ділянок є перерізи, в яких прикладені сили. По значимо перерізи буквами *A*, *B*, *C*, *D*, починаючи з в ільного кінця, в даному випадку правого.

Для визначення поздовжньої сили на кожній дільниці розглядаємо довільний поперечний переріз, сила в якому визначається за правилом, наведеним раніше. Щоб не визначат и попередньо реакцію в затисненні *D*, починаємо розрахунки з вільного кінця бруса *A*.

Ділянка *AB*, переріз *I-I*. Праворуч від перерізу діє сила розтягу F_1 (Рис.2,а). У відповідності із наведеним вище правилом, отримуємо

$N_{AB} = + F_1 = 40$ кН.

Ділянка *BC*, переріз *II-II*. Праворуч від нього розташовані дві сили, спрямовані в різні боки. З урахуванням правила знаків, отримаємо

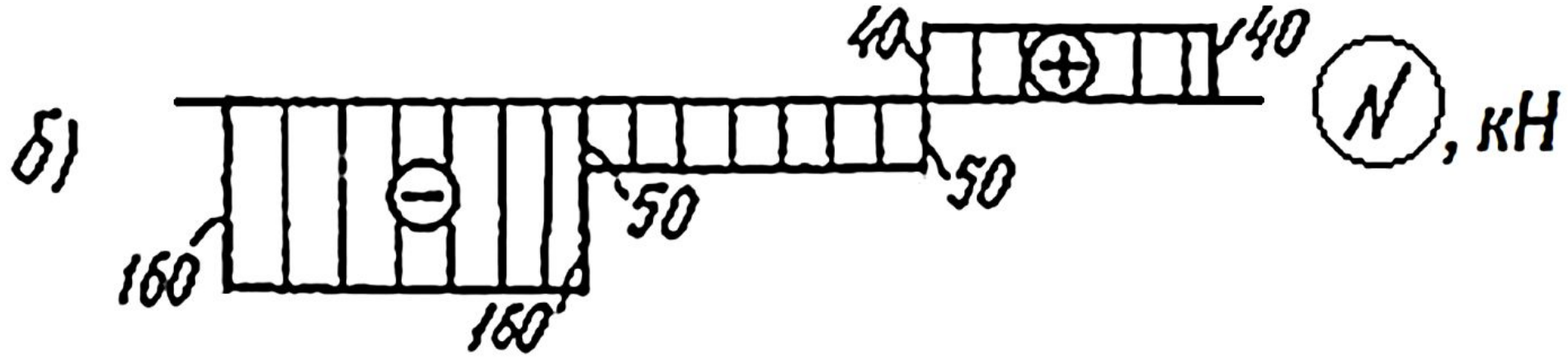
$N_{BC} = + F_1 - F_2 = 40 - 90 = -50$ кН.

Ділянка *CD*, переріз *III-III*. Аналогічно отримуємо

$N_{CD} = + F_1 - F_2 - F_3 = 40 - 90 - 110 = -160$ кН.

За знайденими значеннями *N* у вибраному масштабі будуємо е пюру, враховуючи, що в межах кожної ділянки поздовжня сила постійна (рис.2,*б*).

Позитивні значення *N* відкладаємо вгору від осі епюри, негативні – вниз.



Приклад вибору масштабу для побудови епюри *N*

1) Нехай 100 кН відповідає відрізок довжиною 20 мм
2) Тоді 10 кН відповідає ордината висотою 2 мм
3) 40 кН відповідає ордината висотою 2·4=8 мм
4) -50 кН відповідає ордината висотою -2·5=-10 мм
5) -160 кН відповідає ордината висотою -2·16=-32 мм

2. Побудова епюри напружень σ.

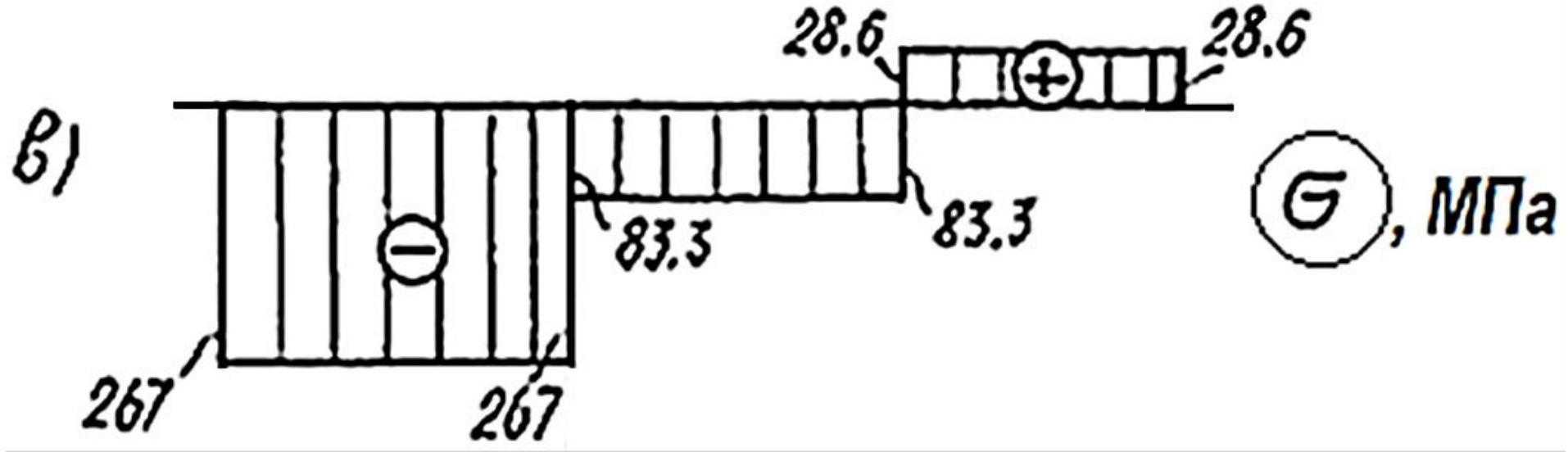
За формулою (1.1) обчислюємо напруження в поперечному перерізі для кожної ділянки бруса:

$$\sigma = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-4}} = 2{,}86 \cdot 10^7 \frac{Н}{см^2} = 28{,}6 МПа;$$

$$\sigma = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -83{,}3 МПа;$$

$$\sigma = \frac{N_{CD}}{A_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -267 МПа.$$

При обчисленні нормальних напружень значення поздовжніх сил N беруться з епюри з урахуванням їх знаків. Знак плюс відповідає розтягу, мінус – стиску. Епюра напружень показана на рис. 2, *в*.



Приклад вибору масштабу для побудови епюри *σ*

1) Нехай 100 МПа відповідає відрізок довжиною 20 мм
2) Тоді 10 МПа відповідає ордината висотою 2 мм
3) 28,6 МПа відповідає ордината висотою 2·2,86=5,72 мм
4) - 83,3 кН відповідає ордината висотою -2·8,33=-16,66 мм
5) -267 кН відповідає ордината висотою -2·26,7=-53,4 мм

3. Побудова епюри поздовжніх переміщеньΔ.

Для побудови епюри переміщень обчислюємо абсолютні подовження окремих ділянок бруса, використовуючи закон Гука (1.8):

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot l_{AB}}{E \cdot A_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0{,}4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 0{,}57 \cdot 10^{-4}\ м;$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E \cdot A_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -2{,}1 \cdot 10^{-4}\ м;$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{E \cdot A_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -6{,}7 \cdot 10^{-4}\ м.$$

Визначаємо переміщення перерізів, починаючи з нерухомого закріпленого кінця.

Переріз D розташовано в затисненні, він не може зміщуватися і його переміщення дорівнює нулю:

$$\Delta_D = 0.$$

Переріз C переміститься в результаті зміни довжини ділянки CD. Переміщення перерізу C визначається за формулою

$$\Delta_C = \Delta l_{CD} = -6{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

При негативній (стиск) силі точка C зміститься вліво.

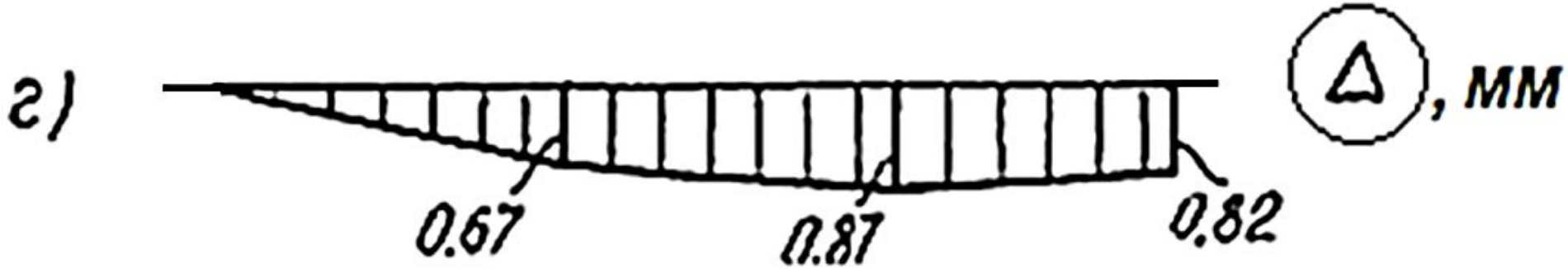
Переміщення перерізу B є результатом зміни довжин DC і CB. Додаючи їх подовження, отримуємо

$$\Delta_B = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} = -6{,}7 \cdot 10^{-4} - 2{,}1 \cdot 10^{-4} = -8{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Аналогічно, обчислюємо переміщення перерізу A:

$$\Delta_A = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{AB} = -6{,}7 \cdot 10^{-4} - 2{,}1 \cdot 10^{-4} + 0{,}57 \cdot 10^{-4} = -8{,}23 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

В обраному масштабі відкладаємо від вихідної осі значення обчислених переміщень. З'єднавши отримані точки прямими лініями, будуємо епюру переміщень (рис. 2, *г*).



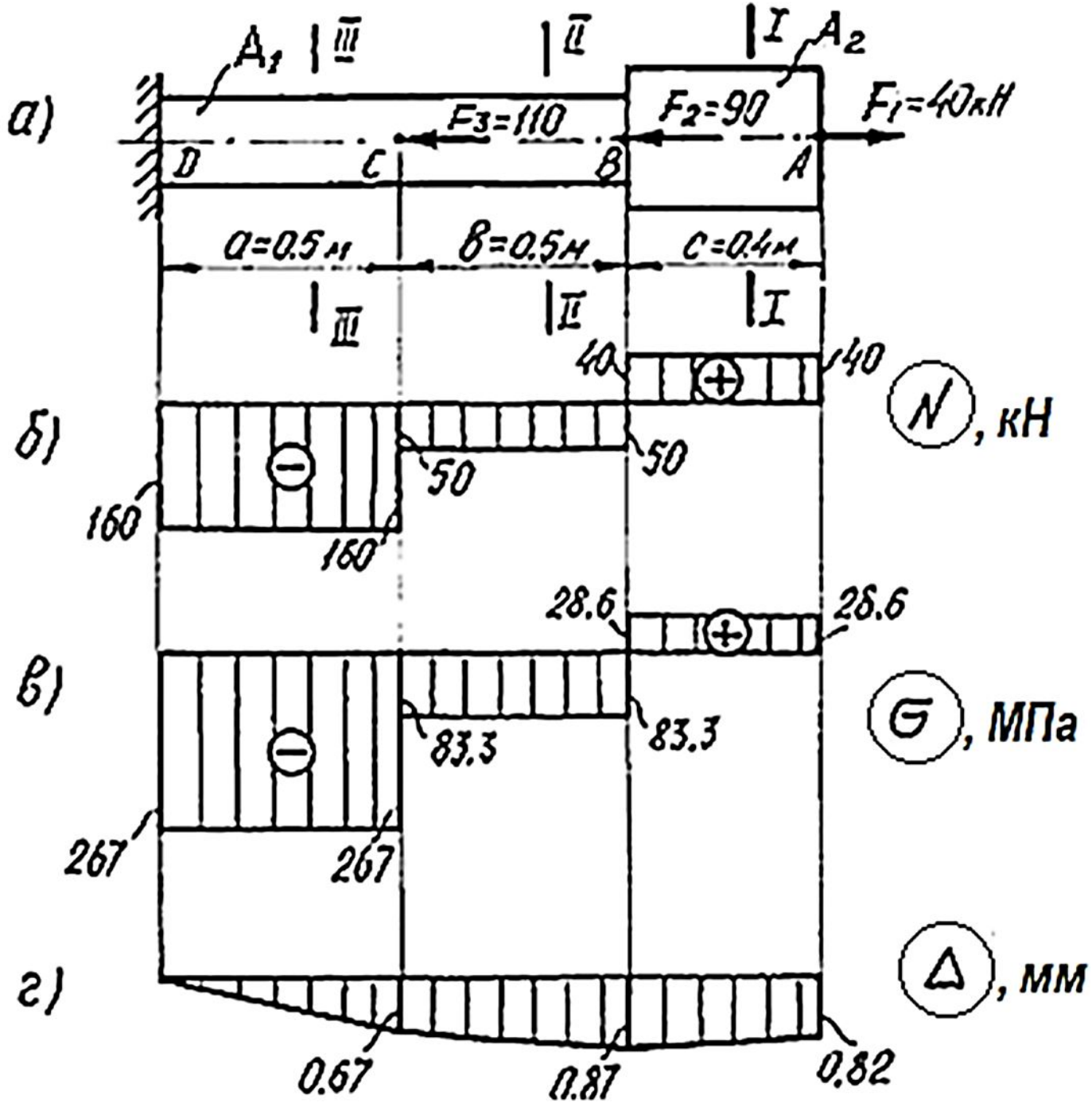
Приклад вибору масштабу для побудови епюри *Δ*

1) Нехай *Δ*=1 мм відповідає відрізок довжиною 20 мм

2) Тоді *Δ*= - *6,7* ·10^{-4}м=-0,67 мм відповідатиме ордината висотою -0,67·20 = -13,4 мм

3) -0,87 мм відповідатиме ордината висотою -0,87·20=-17,4 мм

4) -0,82 мм відповідатиме ордината висотою -0,82·20=-16,4 мм


а)
б)
в)
г)
A1
A2
III
II
I
F3=110
F2=90
F1=40кН
D
C
B
A
a=0.5м
b=0.5м
c=0.4м
40
40
N, кН
50
50
160
160
28.6
28.6
σ, МПа
83.3
83.3
267
267
Δ, мм
0.67
0.87
0.82

4. Перевірка міцності бруса.

Умова міцності записується в наступному вигляді:

$$\sigma_{max} \le [\sigma].$$

Максимальне напруження σ_{max} знаходимо за епюрою напружень, вибираючи максимальне значення за абсолютною величиною:

$$\sigma_{max} = 267 \text{ МПа}.$$

Це напруження діє на ділянці *DC*, всі перерізи якого є небезпечними.

Допустиме напруження обчислюємо за формулою (1.13):

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1{,}5} = 160 \text{ МПа}.$$

Порівнюючи σ_{max} і $[\sigma]$, робимо висновок про те, що умова міцності не виконується, оскільки максимальне напруження перевищує допустиме.

Для забезпечення умови міцності потрібно збільшити площу поперечного перерізу ділянки *DC*. Для цього виконаємо проєктувальний розрахунок, тобто з умови міцності визначимо потрібну площу поперечного перерізу для ділянки *DC*

$$A \ge \frac{N}{[\sigma]}.$$

Знаючи форму перерізу і його площу, можна визначити лінійні розміри перерізу або за сортаментом підібрати необхідний стандартний профіль: кутник, швелер, двотавр тощо.