



• Лесникова Юлия Игоревна

- Кафедра Вычислительная Математика и Механика
- Тел. 2391564,
- ауд. 108 корпус Г (Поздеева, 13)
- ауд. 101 корпус Г

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления – принятый способ записи чисел.

В современном мире принята – десятичная система счисления.

Также используют

- 12-ричную систему (1 год – 12 месяцев, 1 фут – 12 дюймов), которая пришла с Древнего Востока.
- 60-ричную (1 час – 60 мин), которая пришла с Древнего Вавилона.

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

ПОЗИЦИОННАЯ

Позиционная система счисления - система, в которой значение цифры зависит от ее места (позиции) в записи числа.

Например, в числе 757,7 первая семерка означает 7 сотен, вторая — 7 единиц, а третья — 7 десятых долей единицы

НЕПОЗИЦИОННАЯ

Непозиционная система счисления – система счисления, в которой количественный эквивалент каждой цифры не зависит от ее положения (места, позиции) в записи числа.

Римская система

I – 1 V – 5 X – 10 L – 50 C – 100
D – 500 M – 1000

IV = 4

XXX = 30

ПРИМЕРЫ ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

| Основание | Система счисления | Знаки |
|-----------|-------------------|---------------------------------|
| 2 | Двоичная | 0,1 |
| 3 | Троичная | 0,1,2 |
| 4 | Четвертичная | 0,1,2,3 |
| 5 | Пятиричная | 0,1,2,3,4 |
| 8 | Восьмиричная | 0,1,2,3,4,5,6,7 |
| 10 | Десятичная | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 |
| 12 | Двенадцатиричная | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B |
| 16 | Шестнадцатиричная | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F |

Основанием системы счисления называется количество знаков или символов, используемых для изображения числа в данной системе счисления.

Положение, занимаемой цифрой при письменном обозначении числа называется *разрядом*.

$$1978,1 = 1*10^3 + 9*10^2 + 7*10^1 + 8*10^0 + 1*10^{-1}$$

весовые коэффициенты разрядов («веса»)



Любое число можно представить в развернутом виде:

$$A_{m-1} * P^{m-1} + A_{m-2} * P^{m-2} + \dots + A_1 * P^1 + A_0 * P^0 + A_{-1} * P^{-1} + \dots + A_{-s} * P^{-s}$$

P – основание системы счисления

n и **m** - число целых и дробных разрядов, соответственно.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ В РАЗНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

$$1101_{(2)} = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0;$$

$$112_{(3)} = 1*3^2 + 1*3^1 + 2*3^0;$$

$$341,5_{(8)} = 3*8^2 + 4*8^1 + 1*8^0 + 5*8^{-1};$$

$$A1F,4_{(16)} = A*16^2 + 1*16^1 + F*16^0 + 4*16^{-1}$$

КАК ПОРОЖДАЮТСЯ ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА В ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ?

В каждой системе счисления цифры упорядочены в соответствии с их значениями: 1 больше 0, 2 больше 1 и т.д.

Продвижением цифры называют замену её следующей по величине.

Продвинуть цифру 1 значит заменить её на 2, продвинуть цифру 2 значит заменить её на 3 и т.д.

Продвижение старшей цифры (например, цифры 9 в десятичной системе) **означает замену её на 0.**

В двоичной системе, использующей только две цифры - 0 и 1, продвижение 0 означает замену его на 1, а продвижение 1 - замену её на 0.

Целые числа в любой системе счисления порождаются с помощью **Правила счета**:

Для образования целого числа, следующего за любым данным целым числом, нужно продвинуть самую правую цифру числа; если какая-либо цифра после продвижения стала нулем, то нужно продвинуть цифру, стоящую слева от неё.

Применяя это правило, запишем первые десять целых чисел

в двоичной системе: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001;

в троичной системе: 0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100;

в пятеричной системе: 0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14;

в восьмеричной системе: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11.

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

1. Перевод целого числа из любой позиционной системы счисления в десятичную

Правило Для того чтобы число из любой системы счисления перевести в десятичную систему счисления, необходимо его представить в развернутом виде и произвести вычисления.

Любое число можно представить в развернутом виде:

$$A_{m-1} * P^{m-1} + A_{m-2} * P^{m-2} + \dots + A_1 * P^1 + A_0 * P^0 + A_{-1} * P^{-1} + \dots + A_{-s} * P^{-s}$$

$$1101_{(2)} = 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 13_{(10)};$$

$$112_{(3)} = 1 * 3^2 + 1 * 3^1 + 2 * 3^0 = 14_{(10)};$$

$$341,5_{(8)} = 3 * 8^2 + 4 * 8^1 + 1 * 8^0 + 5 * 8^{-1} = 225,625_{(10)};$$

$$A1F,4_{(16)} = A * 16^2 + 1 * 16^1 + F * 16^0 + 4 * 16^{-1} = 2591,25_{(10)}$$

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

2. Перевод целого числа из десятичной системы в любую другую позиционную систему

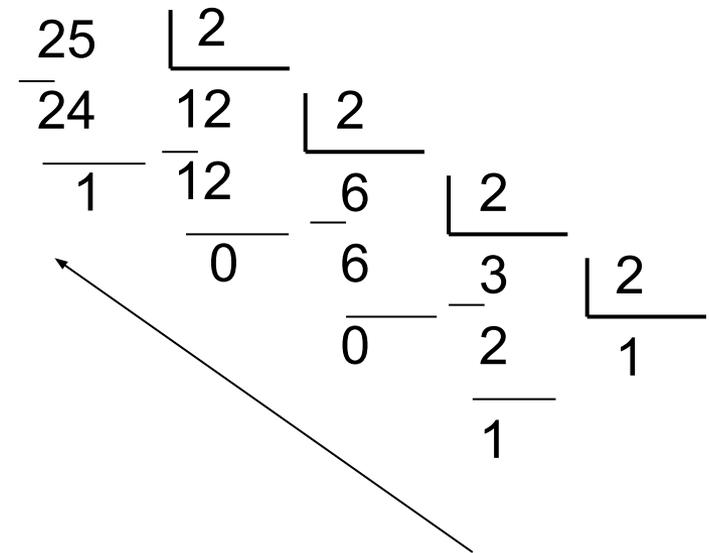
Правило перевода целых чисел из десятичной системы счисления в систему с основанием «Р»:

- Последовательно выполнять деление исходного числа и получаемых частных на «Р» до тех пор, пока не получим частное, меньшее делителя.
- Полученные при таком делении остатки – цифры числа в системе счисления «Р» – записать в обратном порядке (снизу вверх).

Пример перевода целого числа из десятичной системы счисления в любую другую.

Переведем число $25_{(10)}$ в двоичную систему счисления

| | Остаток |
|---------------|---------|
| $25 : 2 = 12$ | (1), |
| $12 : 2 = 6$ | (0), |
| $6 : 2 = 3$ | (0), |
| $3 : 2 = 1$ | (1), |
| $1 : 2 = 0$ | (1). |



Таким образом, $25_{(10)} = 11001_{(2)}$.

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

3. Перевод дробного числа из десятичной системы в любую другую позиционную систему

Правило перевода дробных чисел из десятичной системы счисления в систему с основанием «Р»:

- Последовательно выполнять умножение исходного числа и получаемых дробные части на «Р» до тех пор, пока дробная часть не станет равна нулю или не достигнем требуемую точность.
- Полученные при таком умножении целые части - числа в системе счисления «Р» – записать в прямом порядке (сверху вниз).

Пример перевода дробного числа из десятичной системы счисления в любую другую.

Переведем число $0,5625_{(10)}$ в двоичную систему счисления

$$0,5625_{10}$$

$$0,5625 * 2 = 1,125$$

$$0,125 * 2 = 0,25$$

$$0,25 * 2 = 0,5$$

$$0,5 * 2 = 1,0$$

Таким образом, $0,5625_{(10)} = 0,1001_{(2)}$

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

4. Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему.

Правило перевода: необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой (тройкой цифр) или тетрадой (четверкой цифр).

$$537, 1_8 = 101 \ 011 \ 111, 001_2 ; 1A3, F_{16} = 1 \ 1010 \ 0011, 1111_2$$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 5 | 3 | 7 | 1 | 1 | A | 3 | F |

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

5. Перевод числа из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную.

Правило перевода: число нужно разбить влево и вправо от запятой на триады (для восьмеричной) или тетрады (для шестнадцатеричной) и каждую такую группу заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccccc} 10 & 101 & 001, & 101 & 110_2 & = 251,56_8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 2 & 5 & 1 & 5 & 6 & \end{array}$$

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccc} 1010 & 1001, & 1011 & 1000_2 & = A9,B8_{16} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ A & 9 & B & 8 & \end{array}$$

Представление чисел в различных системах счисления

| 10-я | 2-я | 8-я | 16-я |
|------|-------|-----|------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 2 |
| 3 | 11 | 3 | 3 |
| 4 | 100 | 4 | 4 |
| 5 | 101 | 5 | 5 |
| 6 | 110 | 6 | 6 |
| 7 | 111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |
| 16 | 10000 | 20 | 10 |
| 17 | 10001 | 21 | 11 |
| 18 | 10010 | 22 | 12 |
| 19 | 10011 | 23 | 13 |