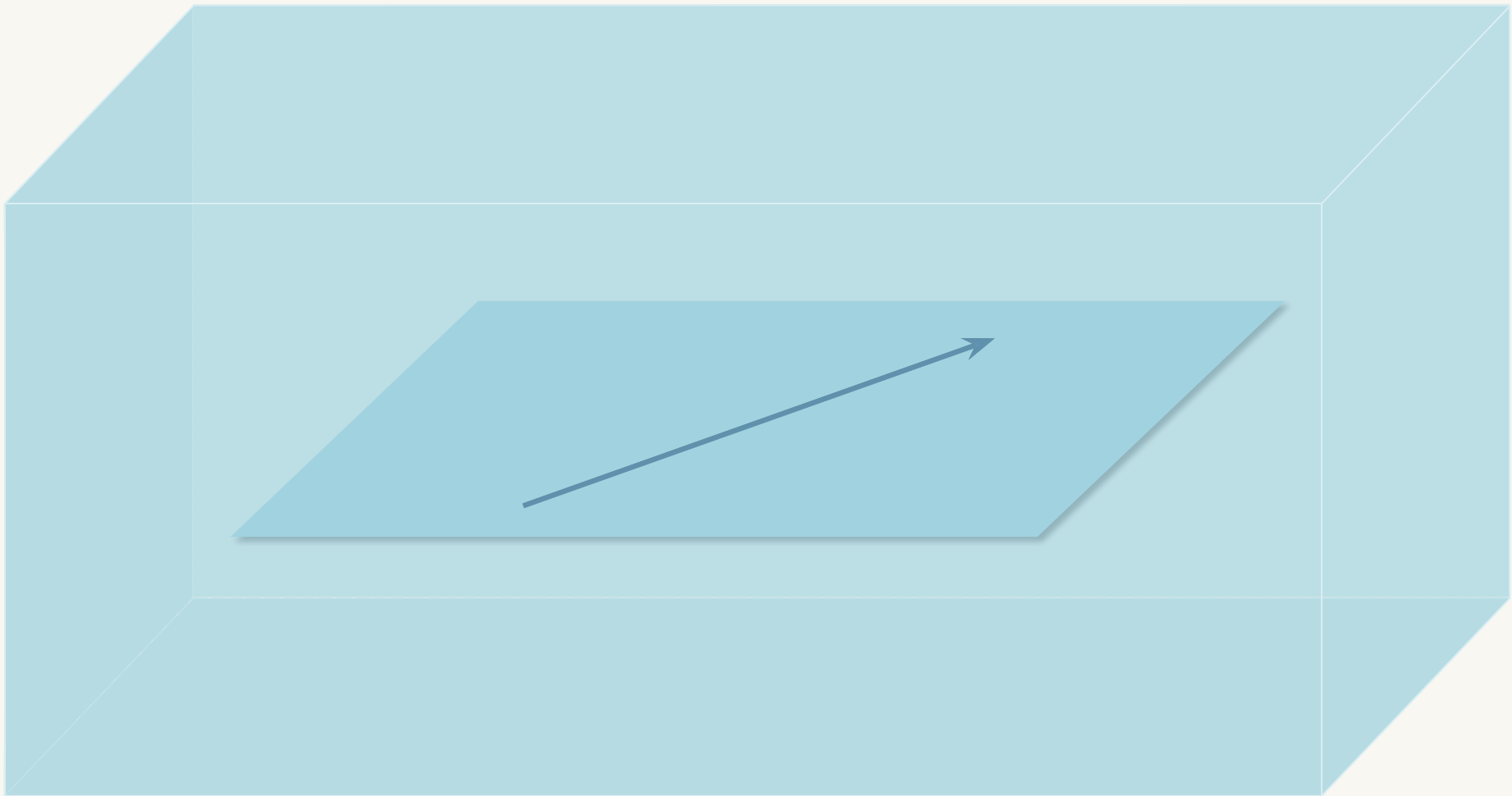
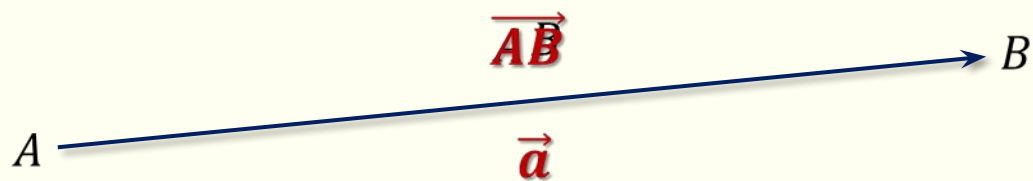


Понятие вектора



Определение. Отрезок, для которого указано, какой из его концов является началом, а какой — концом, называется вектором.



Длина ненулевого вектора \overrightarrow{AB} равна *длине отрезка* AB .

$$|\overrightarrow{AB}| = AB$$

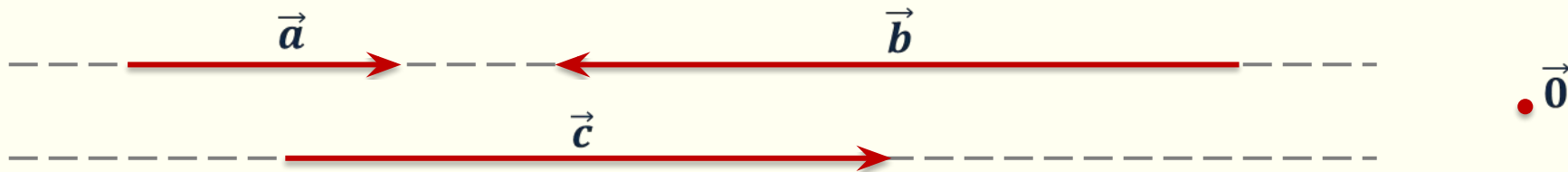


Длина нулевого вектора равна 0 .

$$|\vec{0}| = 0$$

Ненулевые векторы называются **коллинеарными**,
если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Нулевой вектор коллинеарен любому вектору.



Коллинеарные векторы,
имеющие одинаковые направления,
называют **сонаправленными**.

$$\vec{a} \uparrow \vec{c} \quad \vec{0} \uparrow \vec{a} \quad \vec{0} \uparrow \vec{b} \quad \vec{0} \uparrow \vec{c}$$

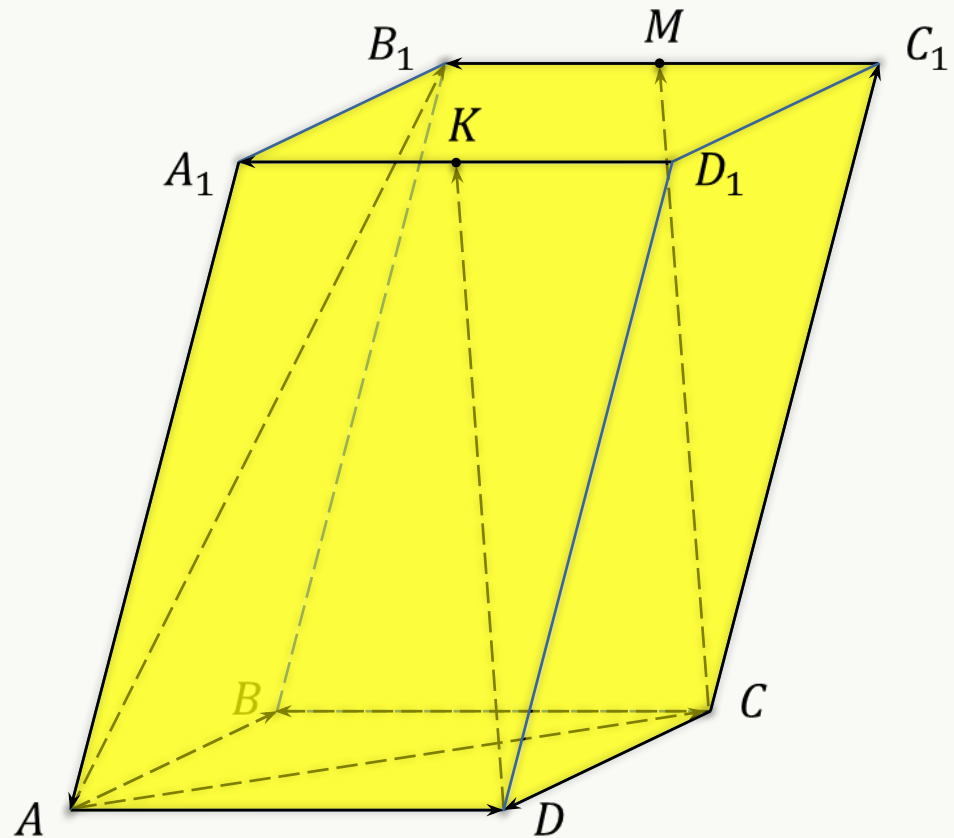
Коллинеарные векторы,
имеющие противоположные направления,
называют **противоположно направленными**.

$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b} \quad \vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$$

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

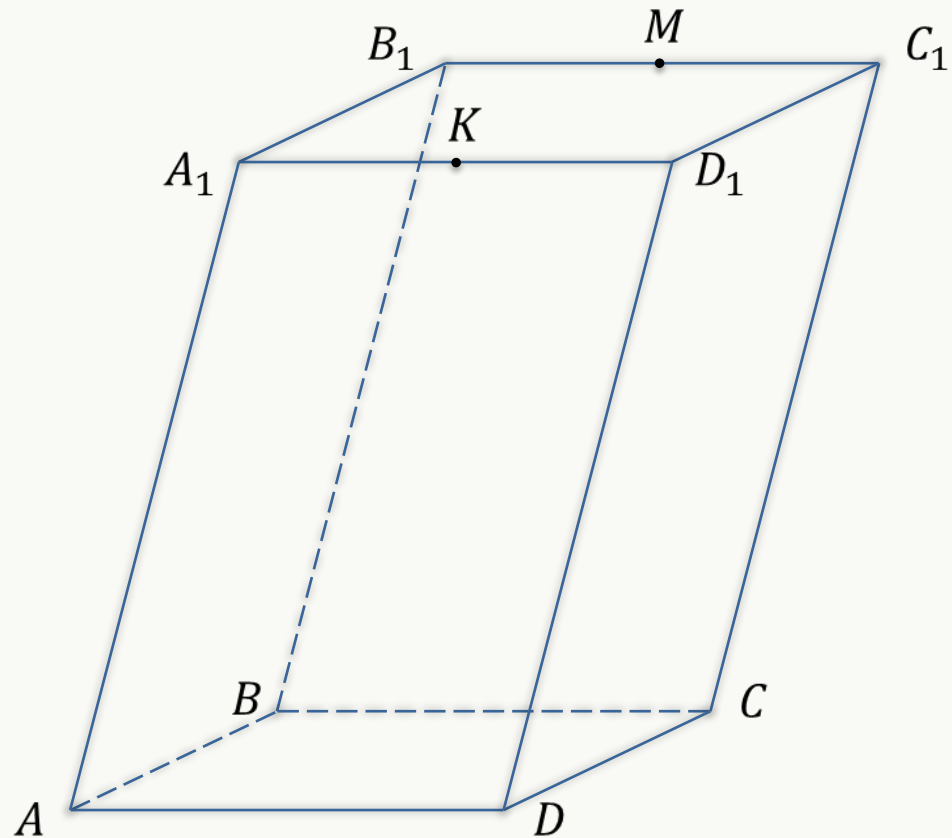
Противоположно направленные:



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

Противоположно направленные:

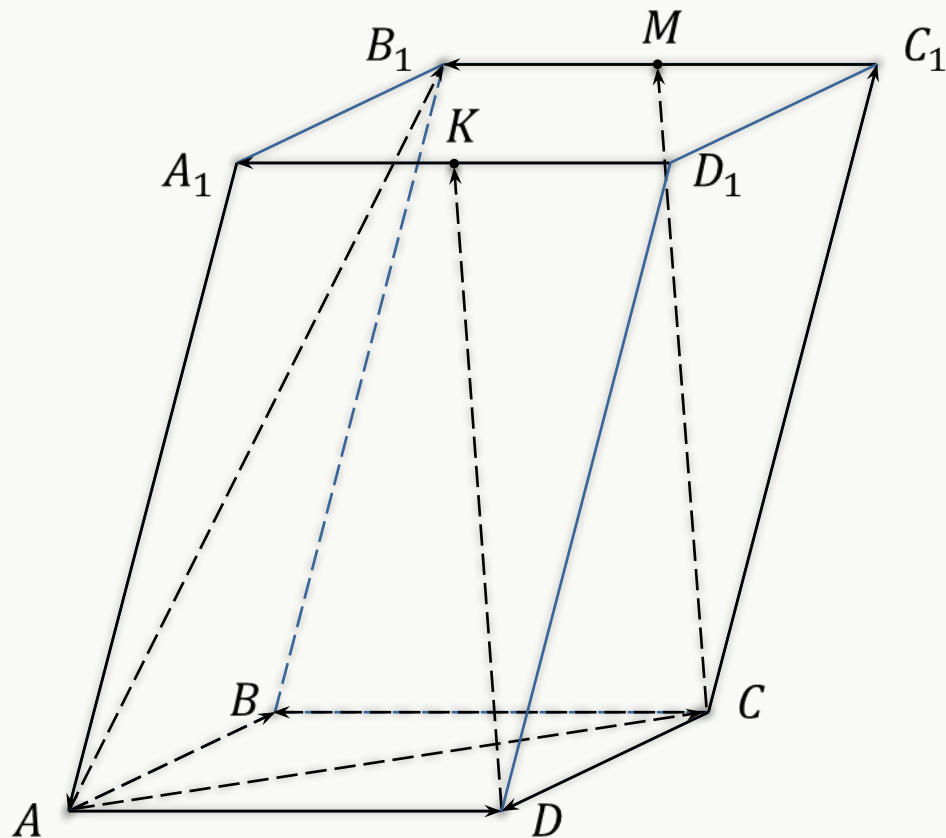


$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \updownarrow \overrightarrow{C C_1}$$

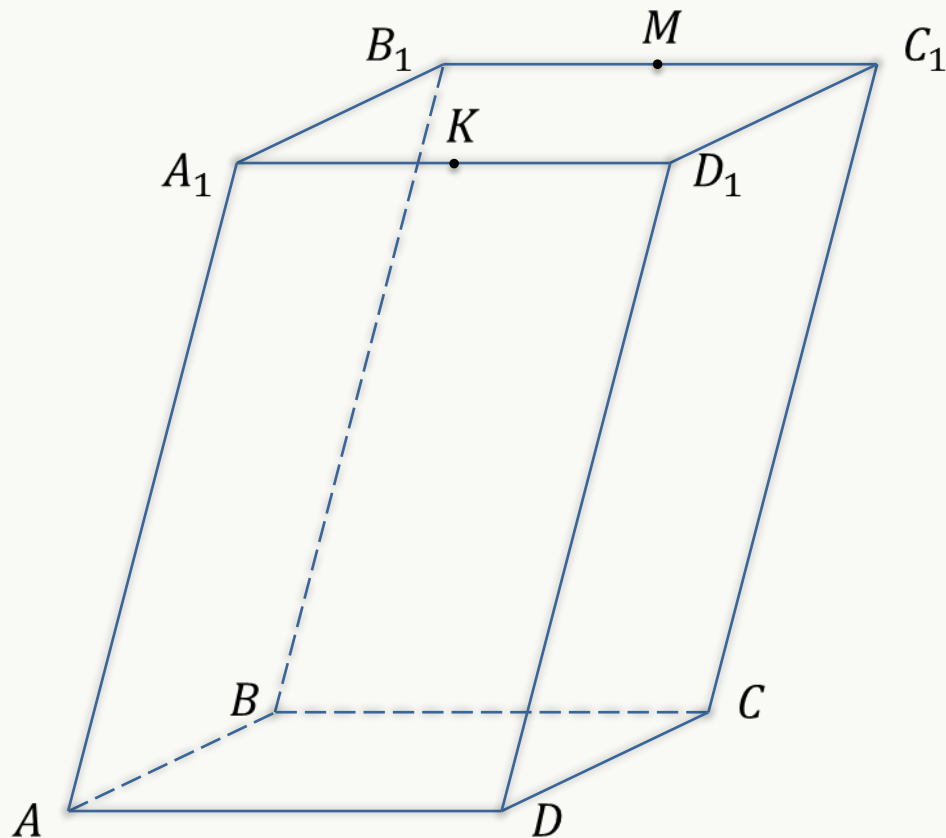


$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \updownarrow \overrightarrow{C C_1}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \parallel \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \parallel \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{C_1 B_1}$$

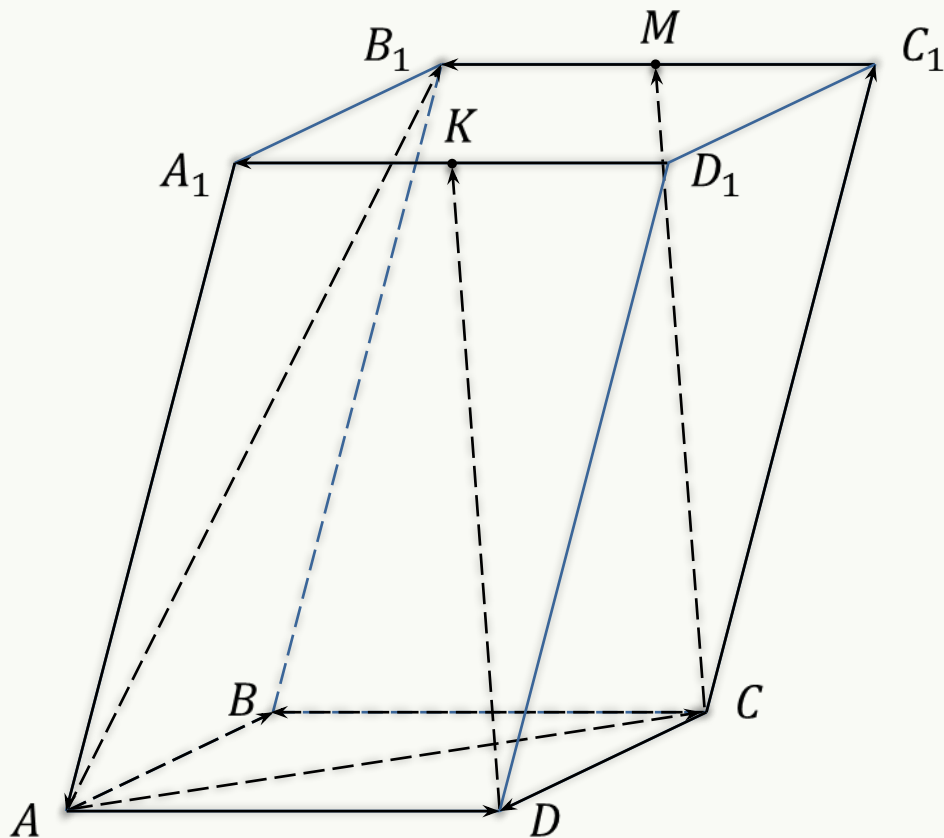
Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \updownarrow \overrightarrow{C C_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \updownarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \updownarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \updownarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

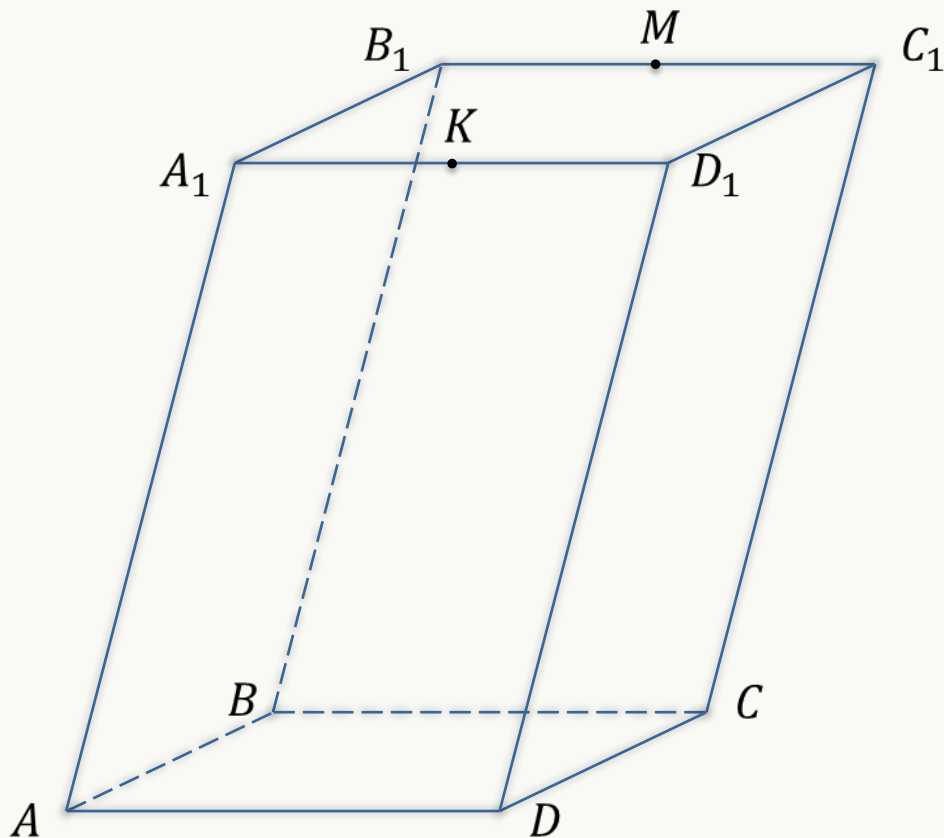
Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CC_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

Противоположно направленные:

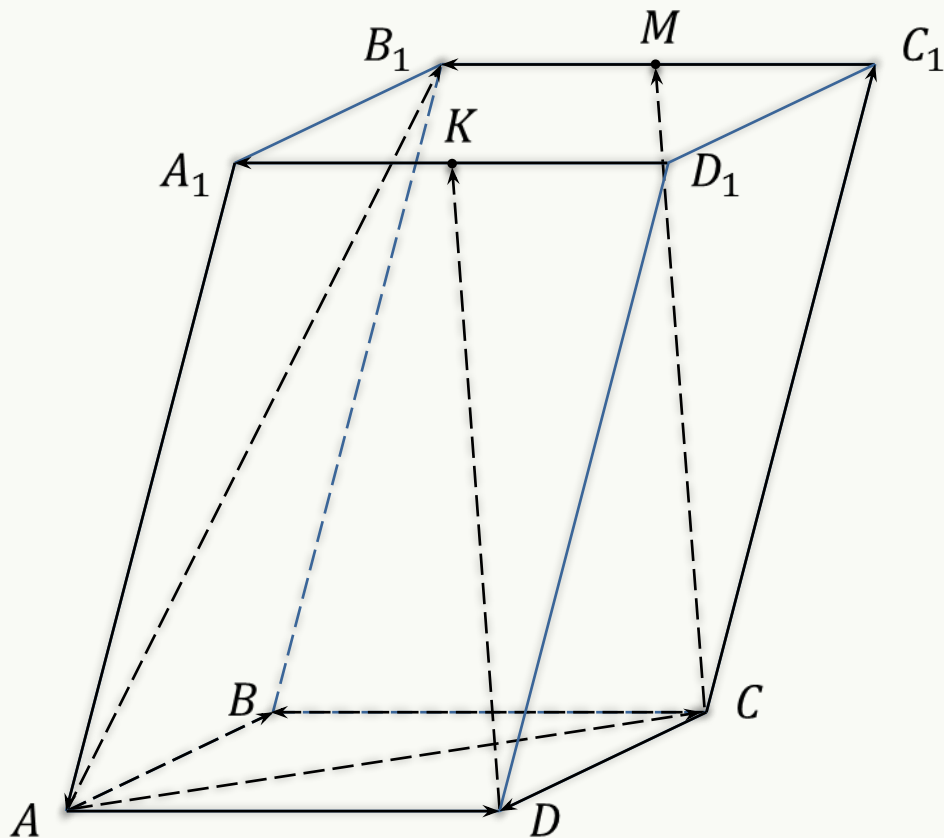
$$\overrightarrow{A_1 A} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CC_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{DK} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CM}$$

Противоположно направленные:

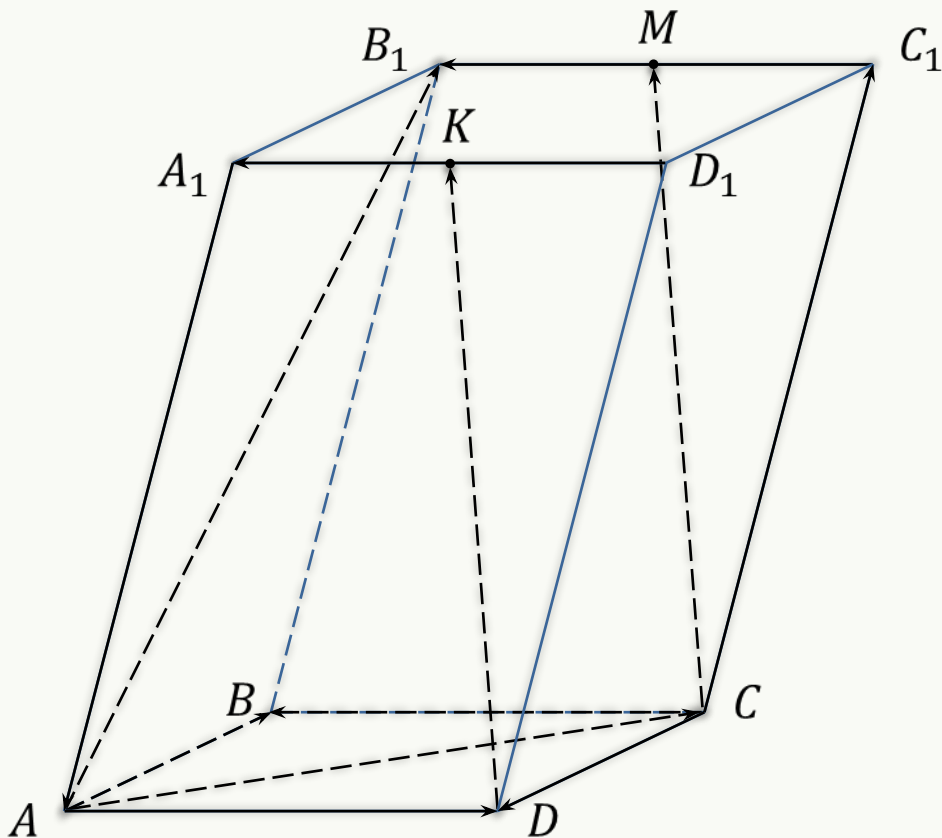
$$\overrightarrow{A_1 A} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CC_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

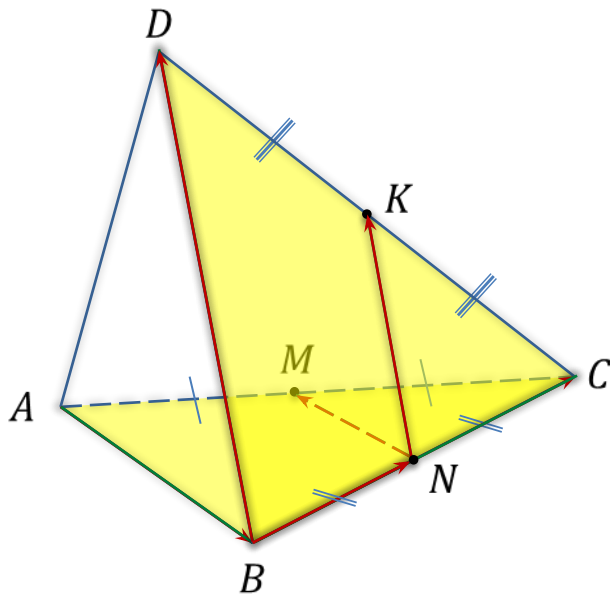
$$\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD}$$



Задача 1. $ABCD$ – тетраэдр. Точки M , N и K являются серединами сторон AC , BC и CD .
 $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, а $BD = 5$ см. Определить длины векторов:

а) \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{NM} , \overrightarrow{BN} , \overrightarrow{NK} ;

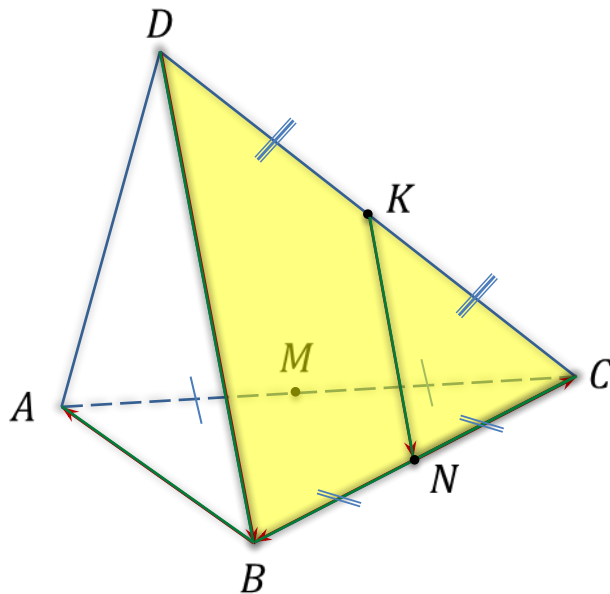
б) \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{NC} , \overrightarrow{KN} .



Задача 2. $ABCD$ – тетраэдр. Точки M , N и K являются серединами сторон AC , BC и CD .
 $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, а $BD = 5$ см. Определить длины векторов:

а) \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{NM} , \overrightarrow{BN} , \overrightarrow{NK} ;

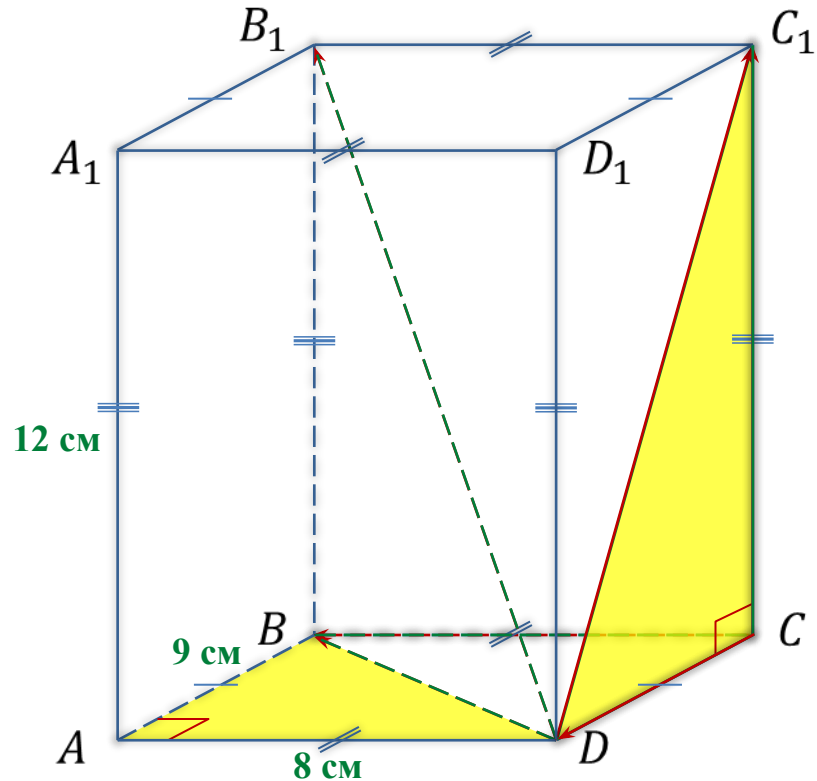
б) \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{NC} , \overrightarrow{KN} .



Задача 3. Измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равны соответственно 8 см, 9 см и 12 см. Найти длины векторов:

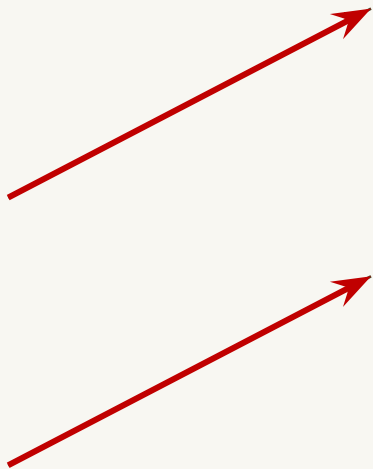
а) $\overrightarrow{CC_1}$, \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CD} ;

б) $\overrightarrow{DC_1}$, \overrightarrow{DB} , $\overrightarrow{DB_1}$.



Равенство векторов

Равные векторы



Равными называют сонаправленные векторы, длины которых равны.

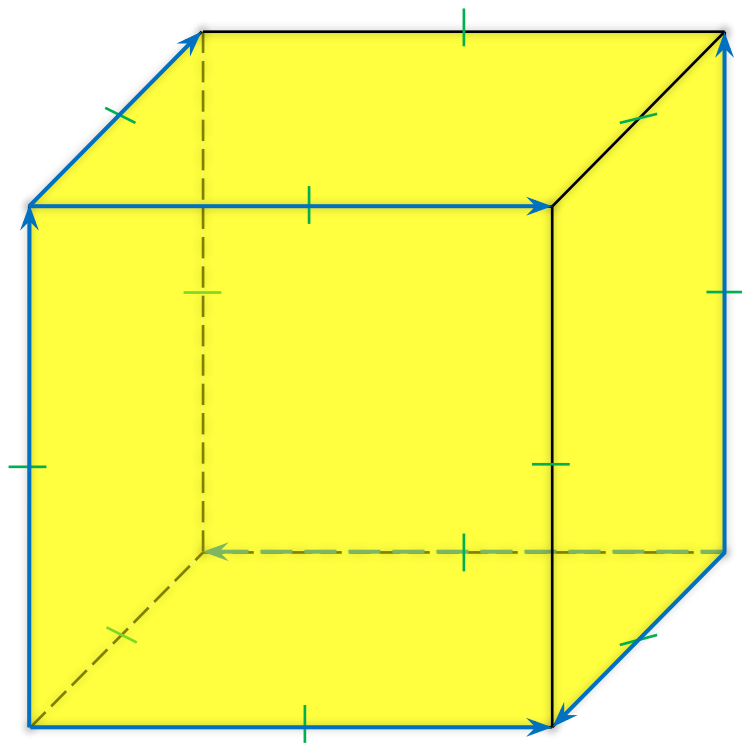
Противоположные векторы



Противоположными называют противоположно направленные векторы, длины которых равны.

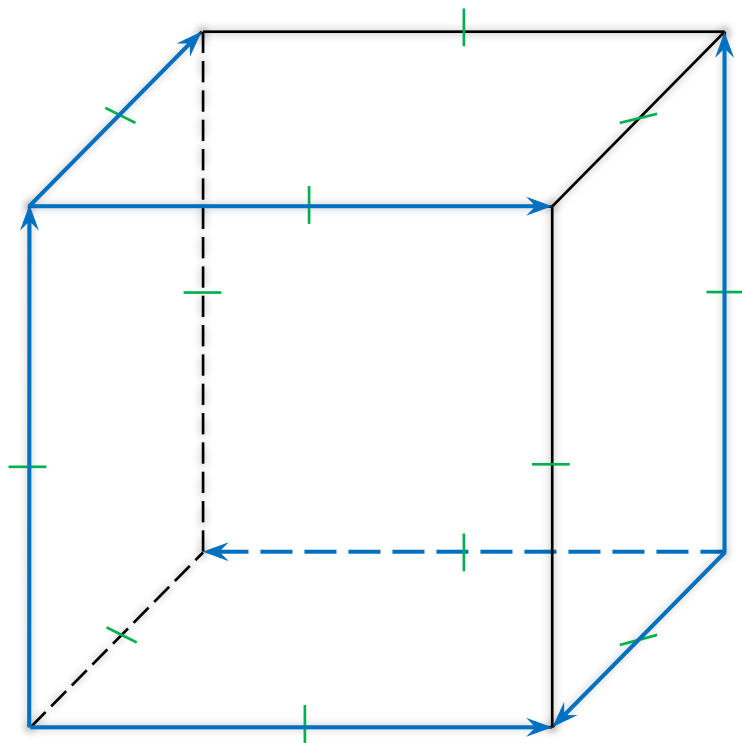
Равные векторы:

Противоположные векторы:



Равные векторы:

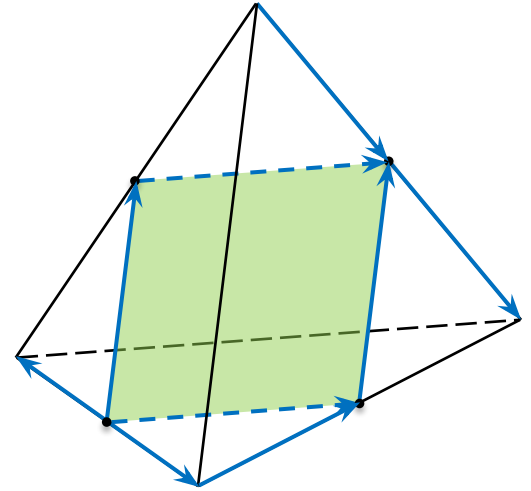
Противоположные векторы:



Задача 4. $ABCD$ — правильный тетраэдр.

M, N, P и Q — середины рёбер AB, AD, CD и BC .

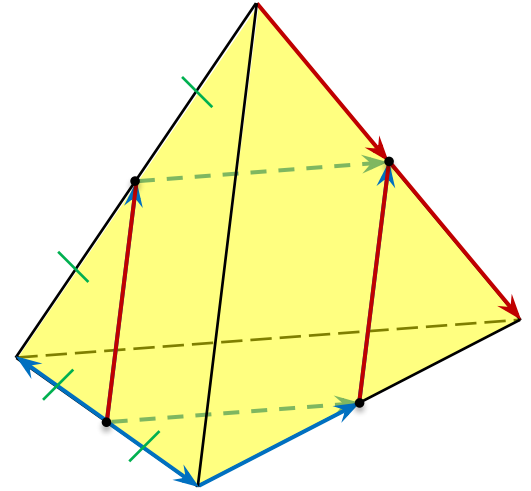
1. Среди изображённых векторов указать пары равных векторов.
2. Установить вид четырёхугольника $MNPQ$.



Задача 5. $ABCD$ — правильный тетраэдр.

M, N, P и Q — середины рёбер AB, AD, CD и BC .

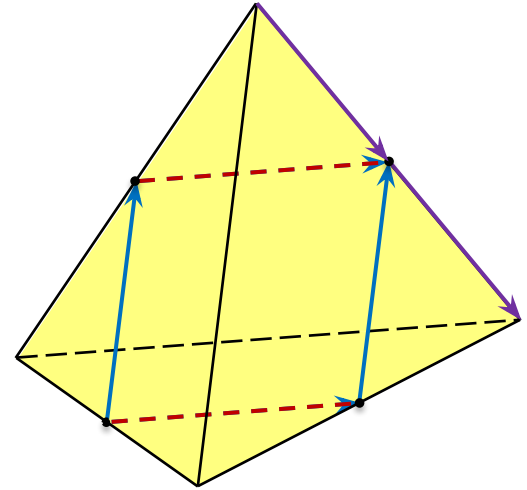
1. Среди изображённых векторов указать пары равных векторов.
2. Установить вид четырёхугольника $MNPQ$.



Задача 6. $ABCD$ — правильный тетраэдр.

M, N, P и Q — середины рёбер AB, AD, CD и BC .

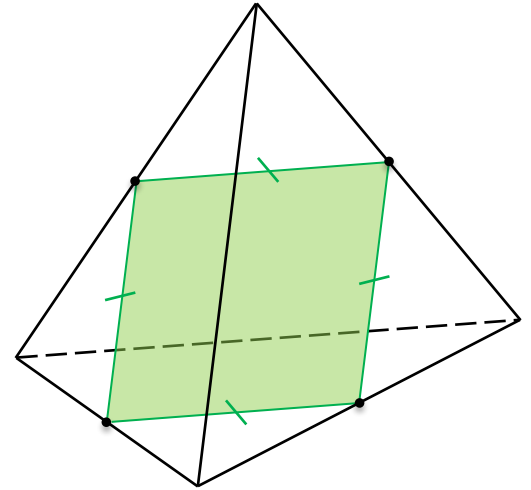
1. Среди изображённых векторов указать пары равных векторов.
2. Установить вид четырёхугольника $MNPQ$.

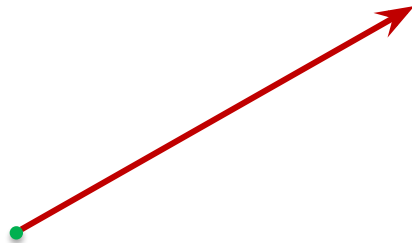
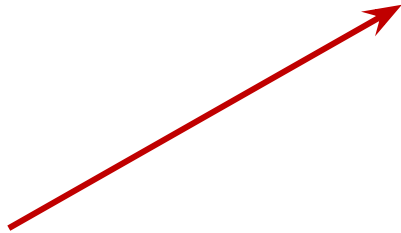


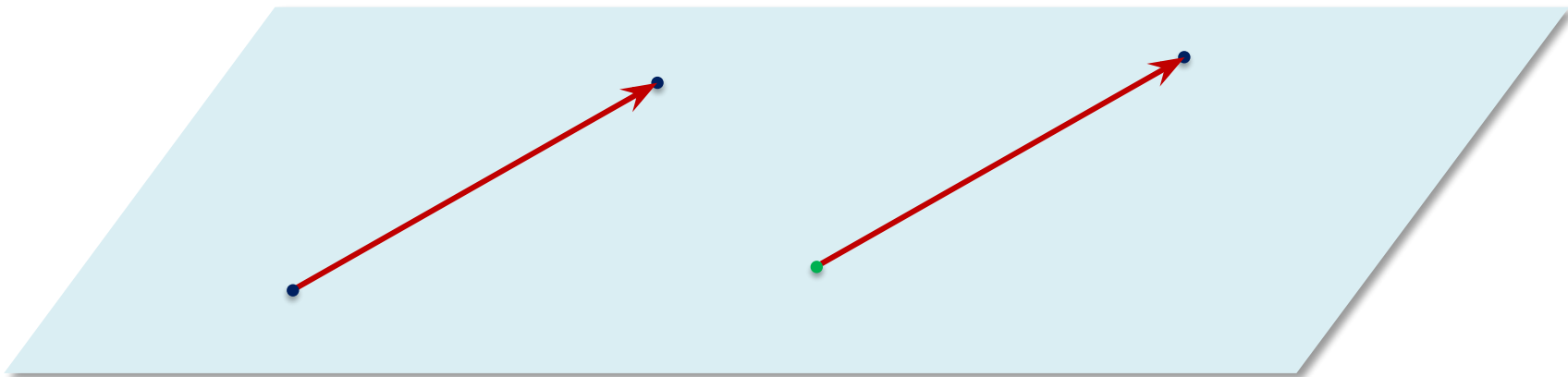
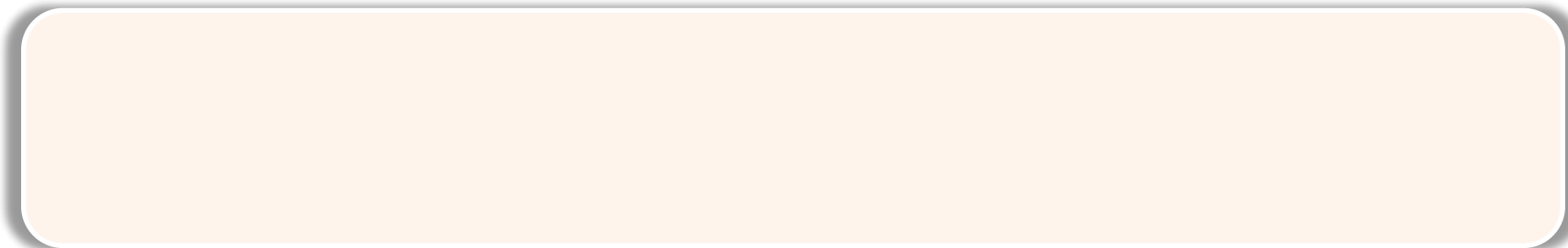
Задача 7. $ABCD$ — правильный тетраэдр.

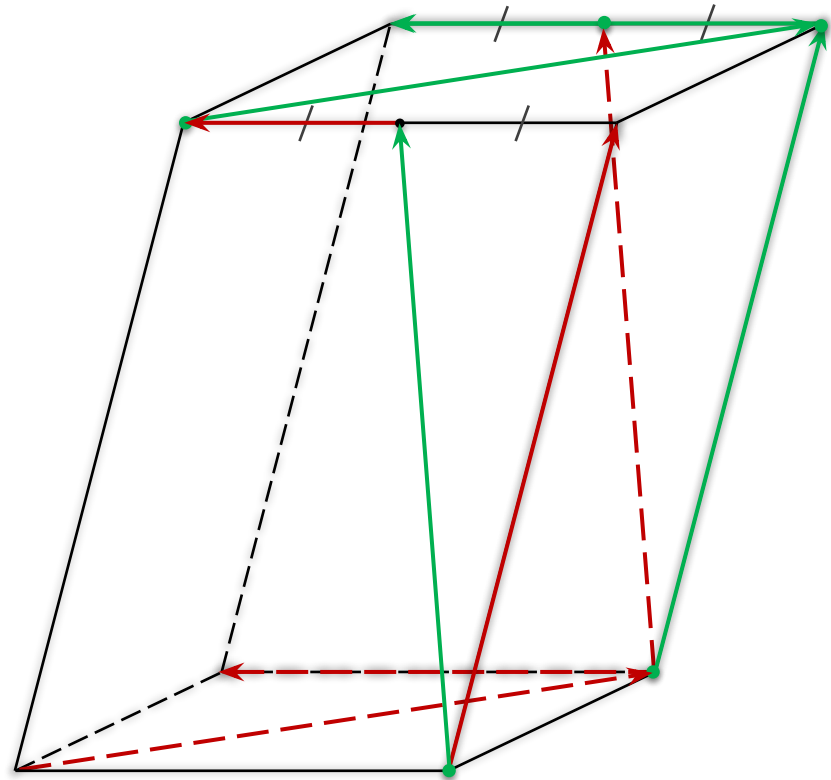
M, N, P и Q — середины рёбер AB, AD, CD и BC .

1. Среди изображённых векторов указать пары равных векторов.
2. Установить вид четырёхугольника $MNPQ$.









Равенство векторов

