Тема урока:

Интеграл степенной функции с действительным показателем. Интеграл показательной функции.

Заполните таблицу

$F(x)$	$f(x)=F'(x)$
$F(x)=x^3+11$	$f(x)=3x^2$
$F(x)=x^2+0{,}2$	$f(x)=2x$
$F(x)=x^4+\frac{\pi}{2}$	$f(x)=4x^3$

Первообразная (определение)

$y = F(x)$, $y = f(x)$, $D(F) = D(f) = X$,

- $F(x)$ – *первообразная* для $f(x)$, если для всех $x \in X$:

$$F'(x) = f(x).$$

Определить первообразную функции $f(x) = 3x^2$

$F(x) = x^3$

т.к.

$F'(x) = (x^3)' = 3x^2 = f(x).$

Неопределённый интеграл

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$f(x)$ – подынтегральная функция,

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение.

Интеграл степенной функции

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$$

$$n \neq -1$$

Занятие 1. Интеграл от степенной функции

$$\int \sqrt[3]{x^2}\,dx = \int x^{2/3}dx = \frac{3}{5}x^{5/3} + C$$

1. $\int \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}x^{3/2} + C$

2. $\int \sqrt[3]{x}\,dx = \frac{3}{4}x^{4/3} + C$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$

4. $\int \sqrt[5]{x^4}\,dx = \frac{5}{9}x^{9/5} + C$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{2}x^{2/3} + C$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{5}{3}x^{2/5} + C$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt[10]{x^7}} = \frac{10}{3}x^{3/10} + C$

Интеграл экспоненциальной функции

$$\int e^x dx = e^x + C$$

Интеграл показательной функции

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$\int e^{2x}\,dx$	$\int 2e^{3x}\,dx$	$\int 3e^{-x}\,dx$	$\int 5e^{5x+1}\,dx$
$\int 0{,}5^{x}\,dx$	$\int 2^{2x}\,dx$	$\int 5\cdot 3^{5x+1}\,dx$	$\int 6\cdot 3^{2-3x}\,dx$

1) $0{,}5e^{2x}+c,\ \frac{2}{3}e^{3x},\ -3e^{-x}+c,\ e^{5x+1}+c,$

2) $\frac{0{,}5^{x}}{\ln 0.5}+c,\ \frac{2^{2x}}{2\cdot\ln 2}+c,\ \frac{5\cdot 3^{5x+1}}{5\ln 3}+c,\ \frac{-2\cdot 3^{2-3x}}{\ln 3}+c,$

Непосредственное интегрирование

- Найти:

$$\int \left(2x^3 + 3x^2 - 2x + 8\right) dx$$

$$\int \left(2x^3 + 3x^2 - 2x + 8\right)dx =$$

$$= \int 2x^3 dx + \int 3x^2 dx - \int 2x dx + \int 8 dx =$$

$$= 2\int x^3 dx + 3\int x^2 dx - 2\int x dx + 8\int dx =$$

$$= 2\left(\frac{x^{3+1}}{3+1}\right) + 3\left(\frac{x^{2+1}}{2+1}\right) - 2\left(\frac{x^{1+1}}{1+1}\right) + 8x + C =$$

$$= \frac{x^4}{2} + x^3 - x^2 + 8x + C.$$

Домашнее задание

Вычислите интегралдля функции y=f(x):

1) $f(x) = 3e^x$;

2) $f(x) = 2 \cdot 5^x$;

3) $f(x) = 7 \cdot 4^x$;

4) $f(x) = 1 + 2^x$.