



Тема урока:

Интеграл степенной функции с

действительным показателем.

Интеграл показательной функции.

Заполните таблицу

| $F(x)$ | $f(x)=F'(x)$ |
|------------------------------|---------------|
| $F(x) = x^3 + 11$ | $f(x) = 3x^2$ |
| $F(x) = x^2 + 0,2$ | $f(x) = 2x$ |
| $F(x) = x^4 + \frac{\pi}{2}$ | $f(x) = 4x^3$ |

Первообразная (определение)

$$y = F(x), \quad y = f(x), \quad D(F) = D(f) = X,$$

- $F(x)$ – первообразная для $f(x)$,
если для всех $x \in X$:

$$F'(x) = f(x).$$

Определить первообразную
функции $f(x) = 3x^2$

$$F(x) = x^3$$

Т.К.

$$F'(x) = (x^3)' = 3x^2 = f(x).$$

Неопределённый интеграл

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$f(x)$ – подынтегральная функция,

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение.

Интеграл степенной функции

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$$

$$n \neq -1$$



Занятие 1. Интеграл от степенной функции

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{2/3} dx = \frac{3}{5} x^{5/3} + C$$

$$1. \int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} + C$$

$$2. \int \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{4/3} + C$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$4. \int \sqrt[5]{x^4} dx = \frac{5}{9} x^{9/5} + C$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{2} x^{2/3} + C$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{5}{3} x^{2/5} + C$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt[10]{x^7}} = \frac{10}{3} x^{3/10} + C$$



Интеграл

экспоненциальной функции

$$\int e^x dx = e^x + C$$



Интеграл

показательной функции

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^{2x} dx$$

$$\int 2e^{3x} dx$$

$$\int 3e^{-x} dx$$

$$\int 5e^{5x+1} dx$$

$$\int 0,5^x dx$$

$$\int 2^{2x} dx$$

$$\int 5 \cdot 3^{5x+1} dx$$

$$\int 6 \cdot 3^{2-3x} dx$$

$$1) 0,5e^{2x} + c, \frac{2}{3}e^{3x}, -3e^{-x} + c, e^{5x+1} + c,$$

$$2) \frac{0,5^x}{\ln 0.5} + c, \frac{2^{2x}}{2 \cdot \ln 2} + c, \frac{5 \cdot 3^{5x+1}}{5 \ln 3} + c, \frac{-2 \cdot 3^{2-3x}}{\ln 3} + c,$$

Непосредственное интегрирование

■ Найти:

$$\int (2x^3 + 3x^2 - 2x + 8) dx$$

$$\begin{aligned} & \int (2x^3 + 3x^2 - 2x + 8) dx = \quad \blacktriangleright \\ & = \int 2x^3 dx + \int 3x^2 dx - \int 2x dx + \int 8 dx = \quad \blacktriangleright \\ & = 2 \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx - 2 \int x dx + 8 \int dx = \quad \blacktriangleright \\ & = 2 \left(\frac{x^{3+1}}{3+1} \right) + 3 \left(\frac{x^{2+1}}{2+1} \right) - 2 \left(\frac{x^{1+1}}{1+1} \right) + 8x + C = \\ & = \frac{x^4}{2} + x^3 - x^2 + 8x + C. \end{aligned}$$

Домашнее задание

Вычислите интеграл для функции $y=f(x)$:

1) $f(x) = 3e^x$;

2) $f(x) = 2 \cdot 5^x$;

3) $f(x) = 7 \cdot 4^x$;

4) $f(x) = 1 + 2^x$.