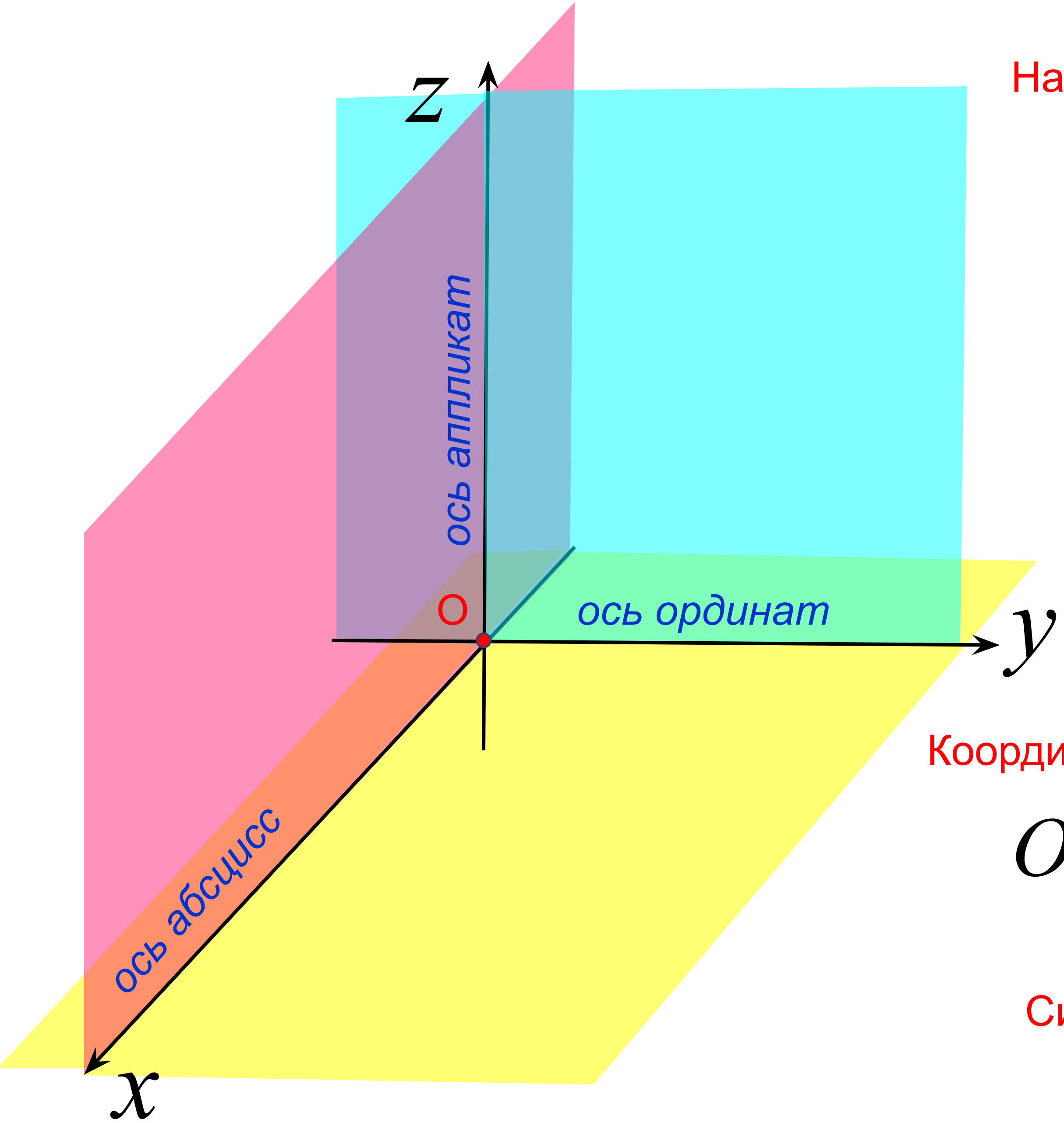
Метод координат в пространстве

Координаты точки и координаты вектора

1. Прямоугольная система координат в пространстве

- Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждом из них выбрано направление(оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана **прямоугольная система координат** в пространстве.



Начало координат -

точка O

Оси координат -

$Ox, \quad Oy, \quad Oz$

Координатные плоскости

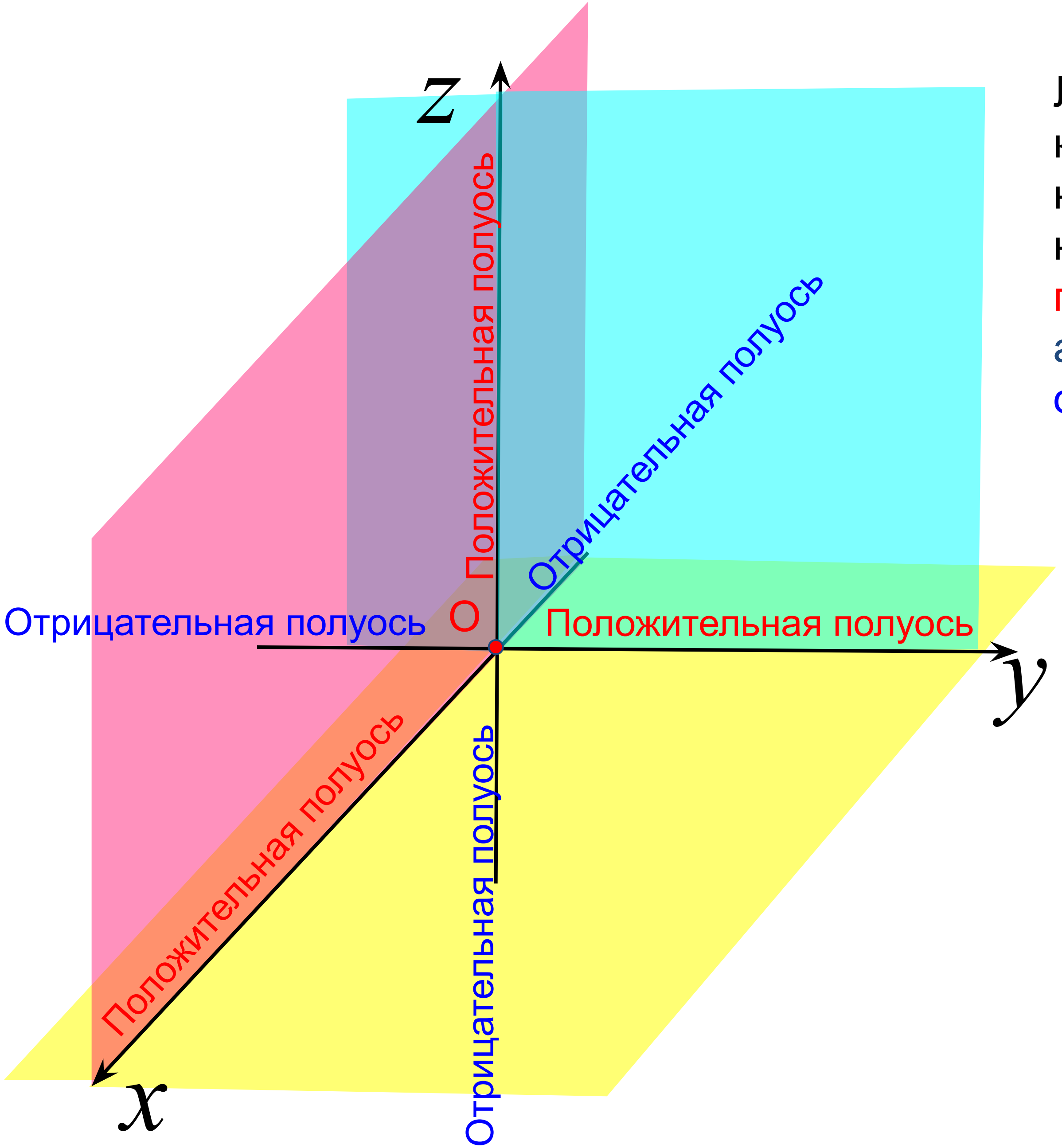
$Oxy, \quad Oyz, \quad Ozx$

Система координат

$Oxyz$

Определение луча на координатной плоскости.

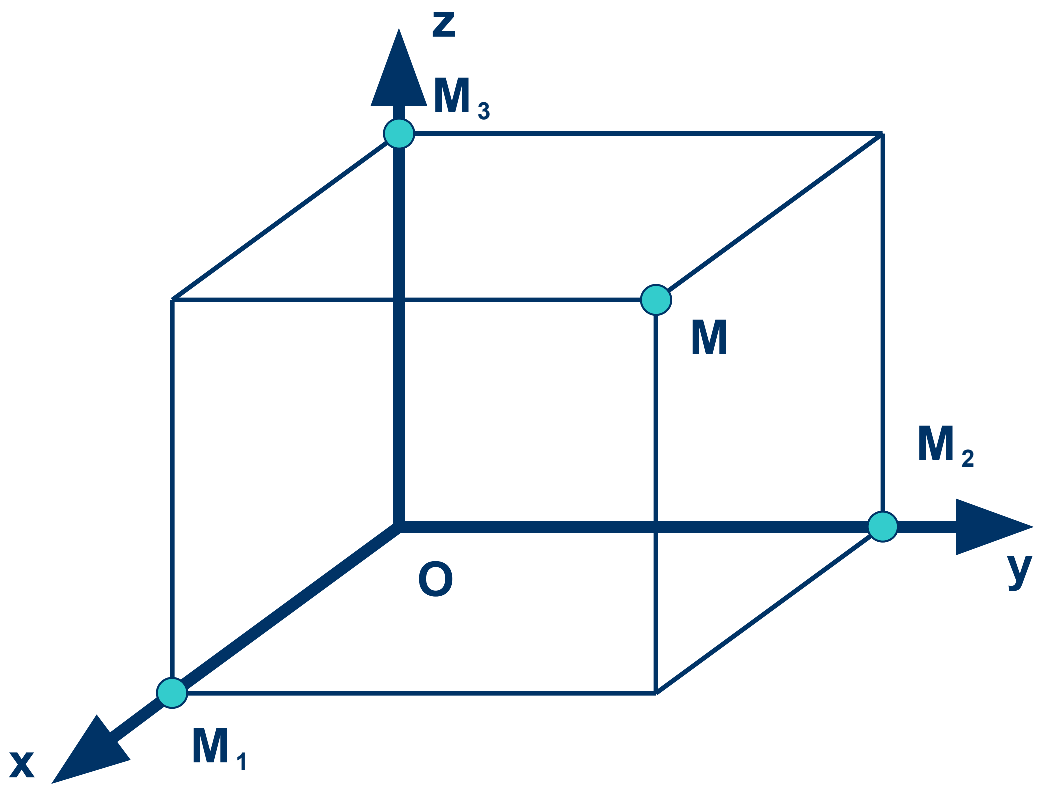
- Точка О разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч – **отрицательной полуосью**.

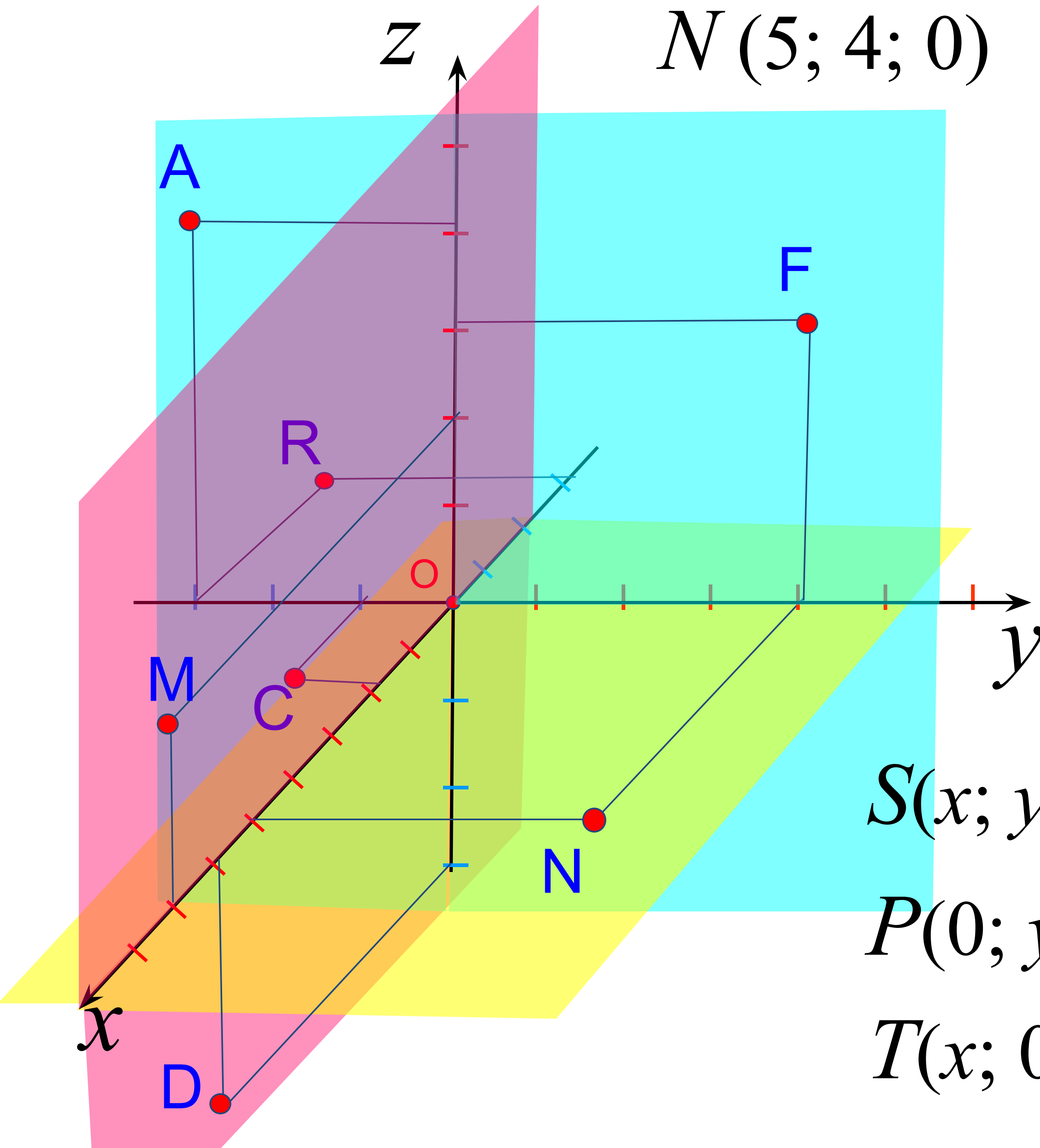


Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется положительной полуосью, а другой луч – отрицательной полуосью

Прямоугольная система координат

- В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются её координатами.





$N\,(5;\,4;\,0)$ $C\,(2;-1;\,0)$

$R\,(-3;\,-3;\,0)$

$F(0;\,4;\,3)$

$A(0;\,-3;\,4)$

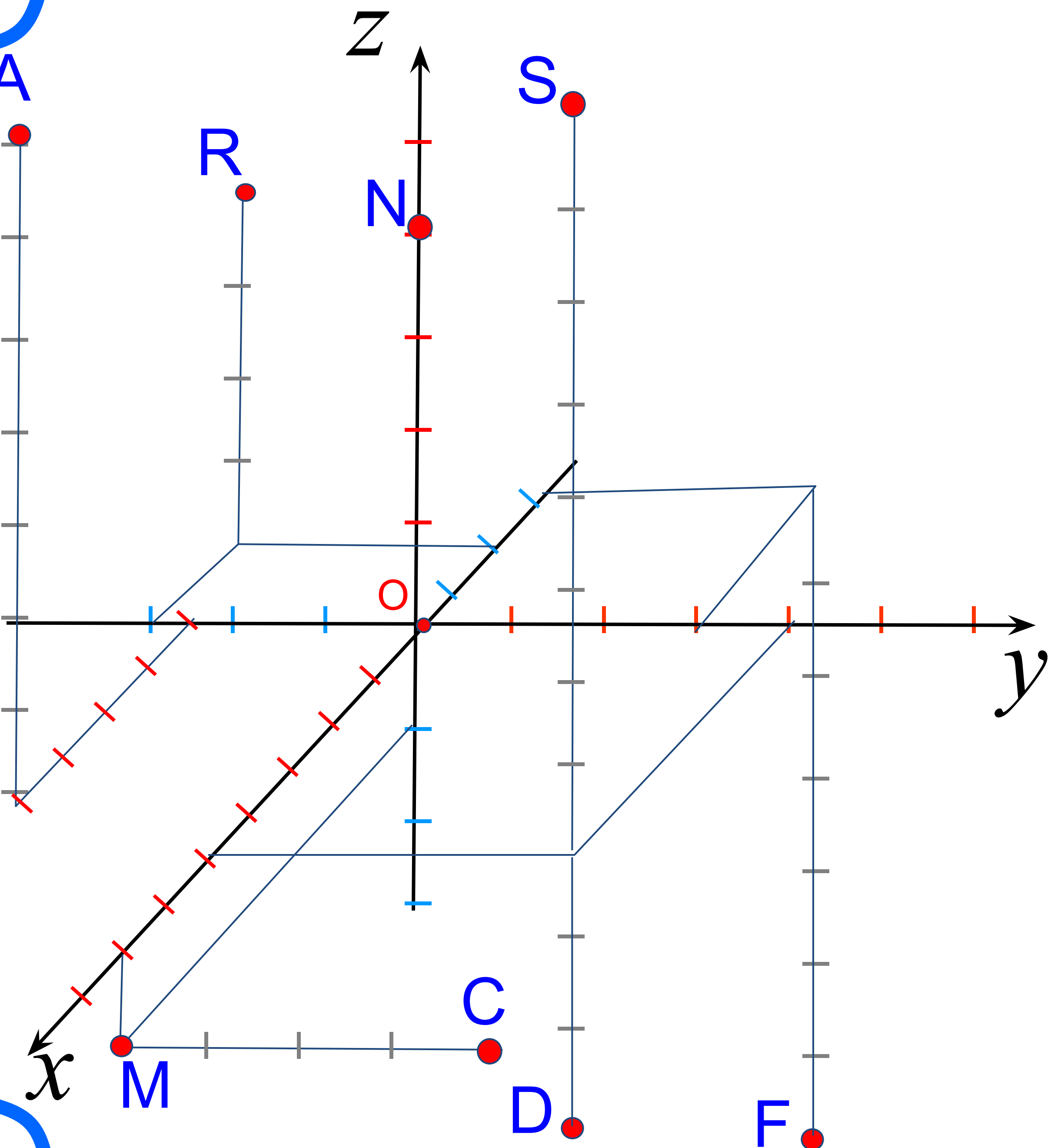
$M(7;\,0;\,2)$

$D(6;\,0;-3)$

$S(x;\,y;\,0)\,\in\,Oxy$

$P(0;\,y;\,z)\,\in\,Oyz$

$T(x;\,0;\,z)\,\in\,Oxz$



$A\ (4;-2,5;\ 7)$

$S\ (5;\ 4;\ 8)$

$D\ (5;\ 4;-3)$

$F(-3;\ 3;-7)$

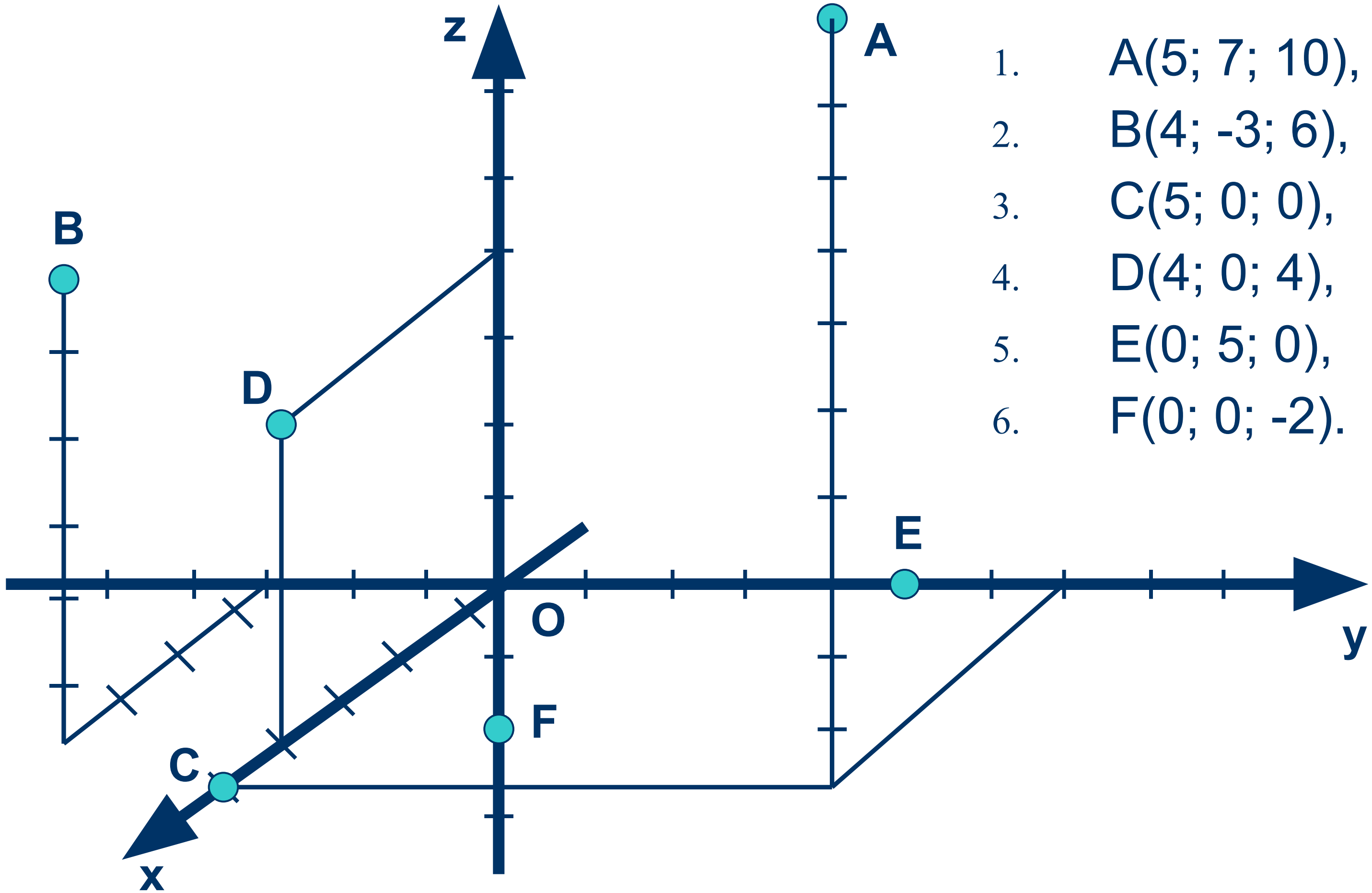
$N(0;\ 0;\ 4)$

$R(-2;-3;\ 4)$

$M(7;\ 0;-1)$

$C(7;\ 4;-1)$

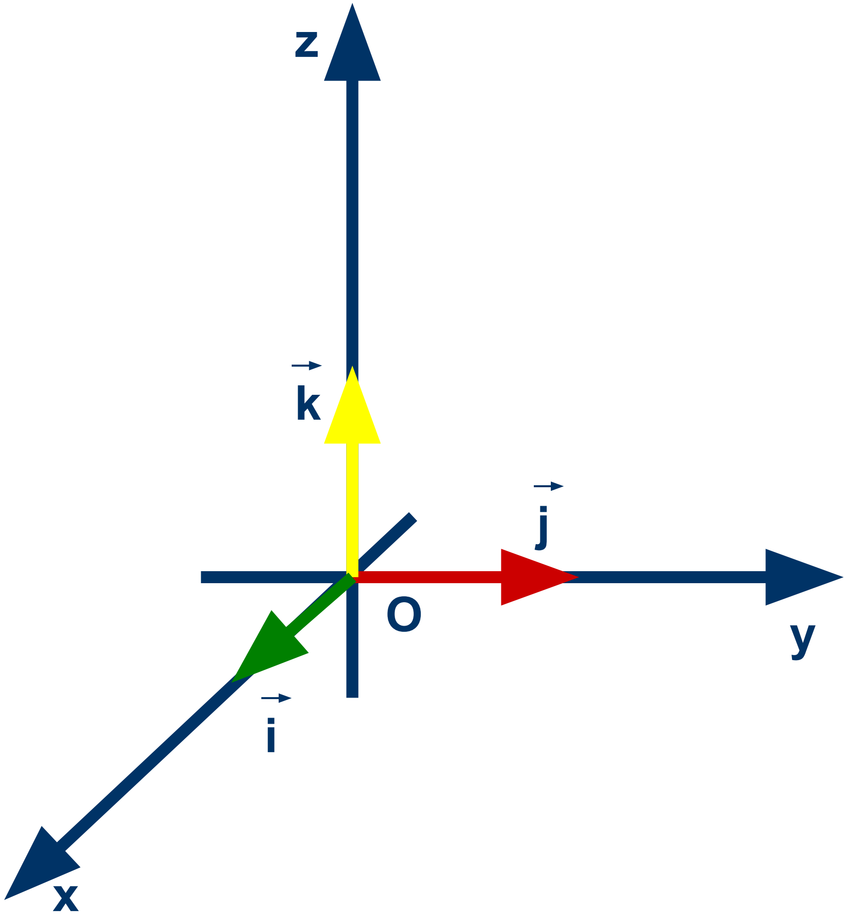
Определите координаты точек



1. A(5; 7; 10),
2. B(4; -3; 6),
3. C(5; 0; 0),
4. D(4; 0; 4),
5. E(0; 5; 0),
6. F(0; 0; -2).

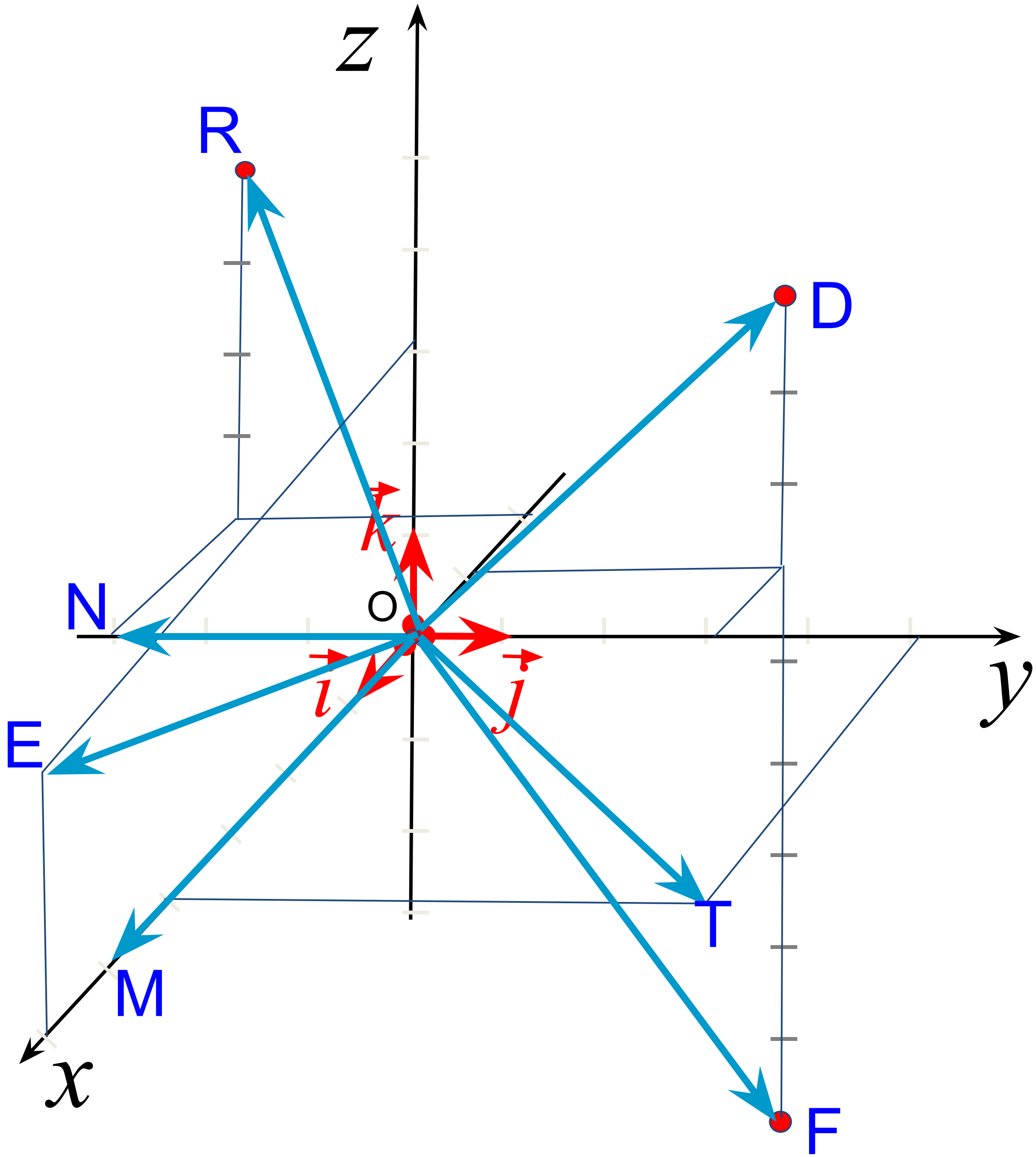
2. Координаты вектора

- На каждом из положительных полуосей отложим от начала координат единичный вектор, т.е. вектор, длина которого равна единицы.



Связь между координатами векторов и координатами точек.

- Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется **радиус-вектором** данной точки.
- Координаты любой точки равны соответствующим координатам её радиус-вектора.
- Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.



$\overrightarrow{OT}\ \{4;\ 5;\ 0\}$

$\overrightarrow{OD}\ \{-1;\ 3;\ 3\}$

$\overrightarrow{OF}\ \{-1;\ 3;-6\}$

$\overrightarrow{OM}\ \{5;\ 0;\ 0\}$

$\overrightarrow{OE}\ \{6;\ 0;\ 3\}$

$\overrightarrow{ON}\ \{0;\ -3;\ 0\}$

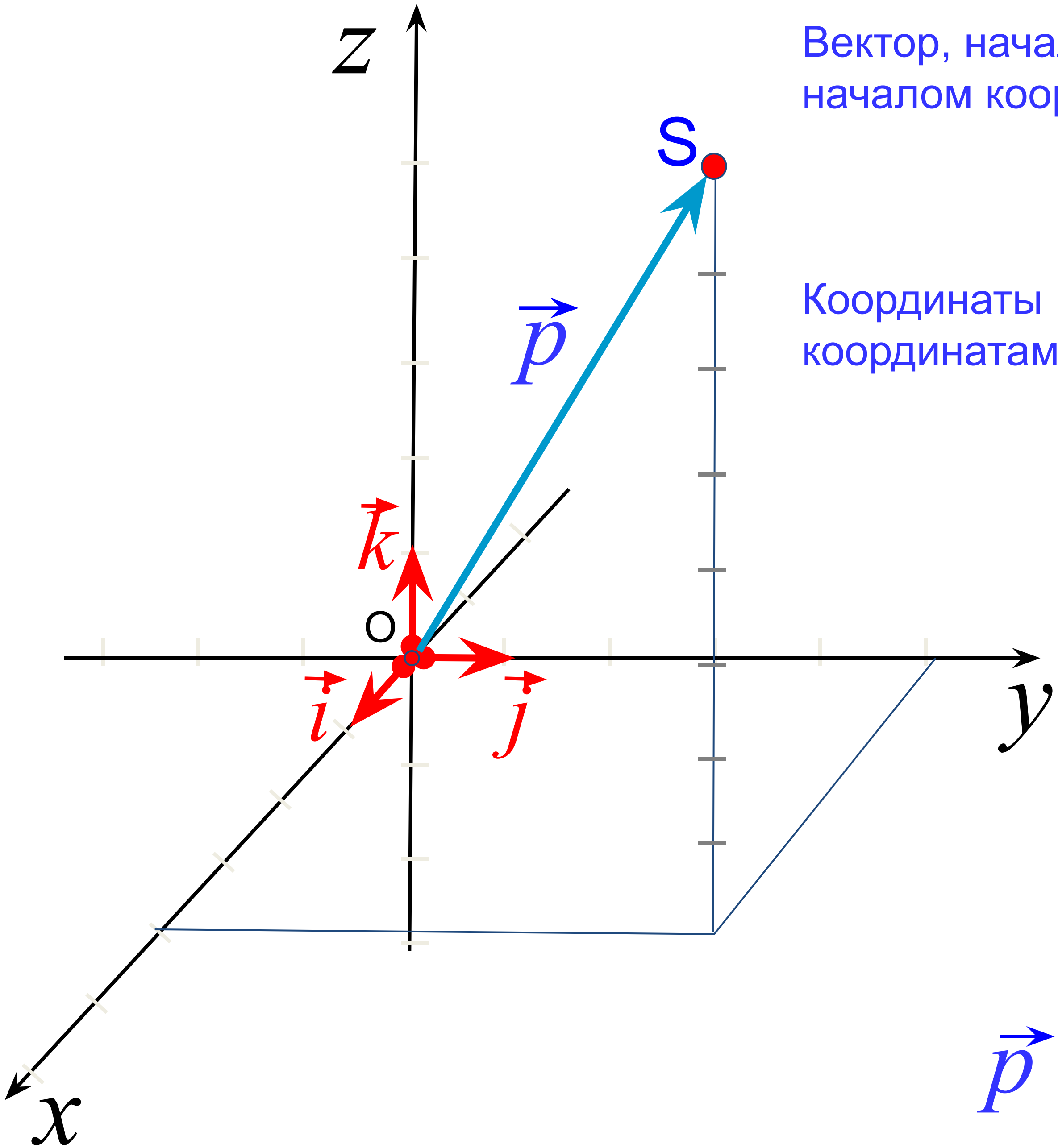
$\overrightarrow{OR}\ \{-2;\ -3;\ 4\}$

Разложение по координатным векторам

- Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Причем коэффициенты разложения x, y, z определяются единственным образом.



Вектор, начало которого совпадает с началом координат – радиус-вектор.

Координаты радиус-вектора совпадают с координатами конца вектора.

$$S(4;\ 5;\ 8)$$

$$\vec{p}\ \{4;\ 5;\ 8\}$$

$$\vec{p} = 4\vec{i} + 5\vec{j} + 8\vec{k}$$

Координаты вектора	Разложение вектора по координатным векторам
$\vec{a}\ \{-6;\ 9;\ 5\}$	? $\vec{a} = -6\vec{i} + 9\vec{j} + 5\vec{k}$
$\vec{n}\ \{-8;\ 0;\ 1\}$	? $\vec{n} = -8\vec{i} + \vec{k}$
$\vec{c}\ \{0;\ -7;\ 0\}$	? $\vec{c} = -7\vec{j}$
$\vec{m}\ \{4;\ 0;\ 0\}$	? $\vec{m} = 4\vec{i}$
? $\vec{r}\ \{-5;-8;\ 3\}$	$\vec{r} = -5\vec{i} - 8\vec{j} + 3\vec{k}$
? $\vec{s}\ \{-7;\ 1;\ 0\}$	$\vec{s} = -7\vec{i} + \vec{j}$
? $\vec{e}\ \{0;3;\ 21\}$	$\vec{e} = 3\vec{j} + 21\vec{k}$
? $\vec{q}\ \{0;\ 0;\ 2\}$	$\vec{q} = 2\vec{k}$

Правила №1

1. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Если $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ – данные векторы, то вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты

$$\{x_1+x_2; y_1+y_2; z_1+z_2\}$$

Правило №2

2. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Если $\vec{a}$ $\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}$ $\{x_2; y_2; z_2\}$ – данные векторы, то вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты

$$\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$$

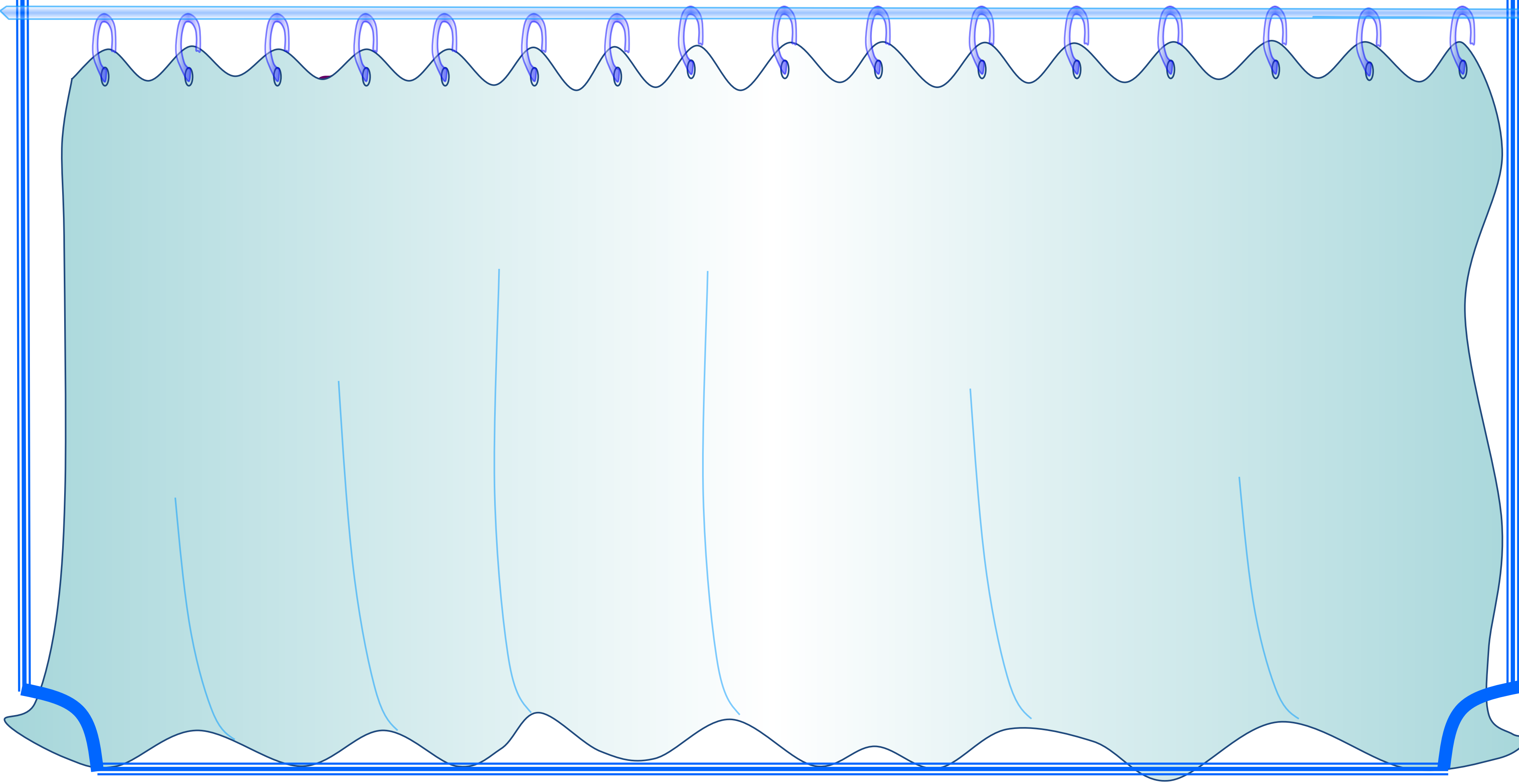
Правило №3

3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведение соответствующей координаты вектора на это число. Если $\vec{a}\{x; y; z\}$ – данный вектор, α - данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты

$$\{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$$

Найдите координаты вектора $\vec{a} - \vec{b}$, если

1) $\vec{a}\{5;-1;\ 1\};\quad \vec{b}\{-2;1;\ 0\}$



Задача 1 Даны векторы $\vec{a}\,\{3;\,-5;\,2\}$, $\vec{b}\,\{0;\,7;\,-1\}$,

$\vec{c}\,\{\frac{2}{3};\,0;\,0\}$, $\vec{d}\,\{-2{,}7;\,3{,}1;\,0{,}5\}$

Найдите

$\vec{c}+\vec{b}$

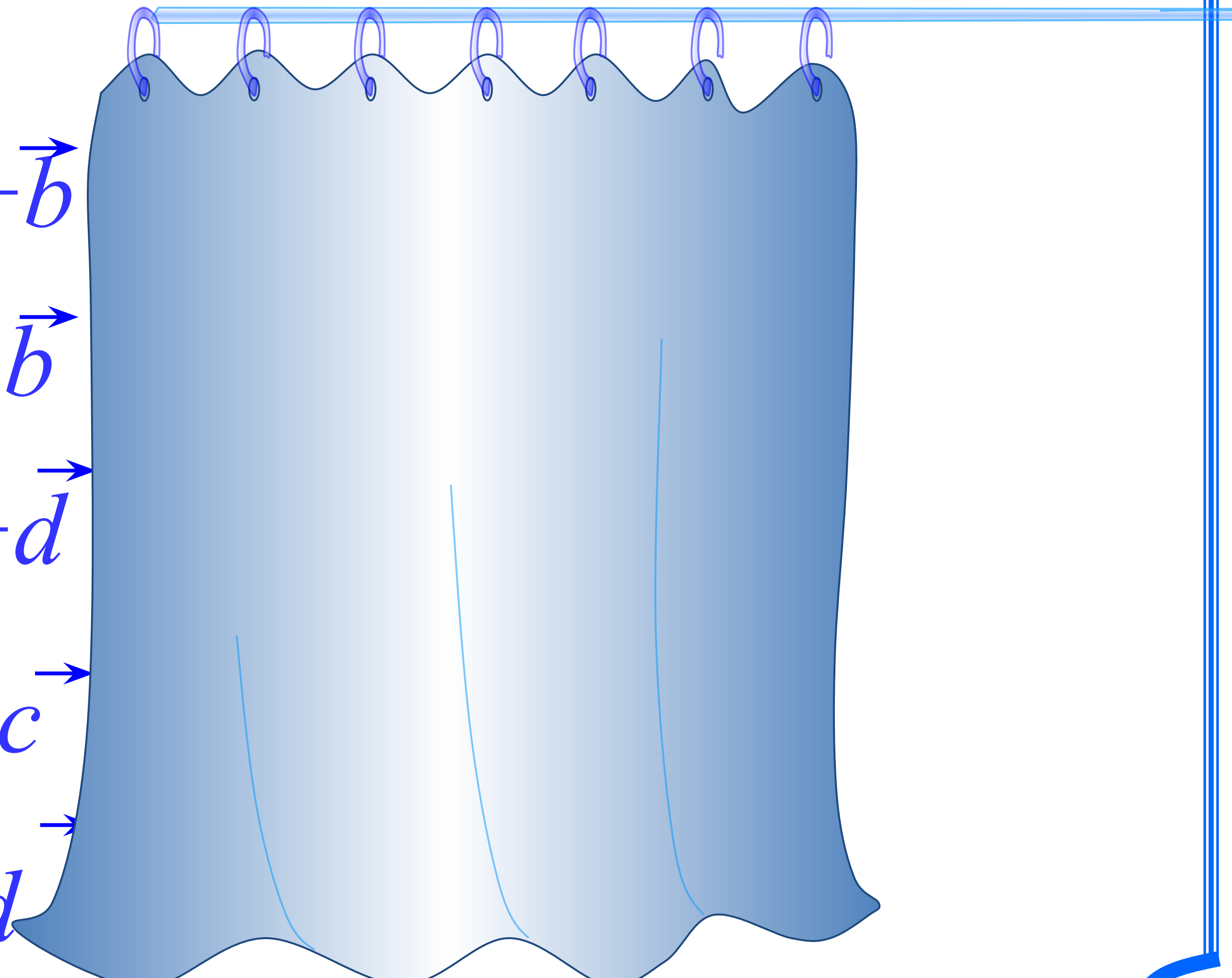
b

$\vec{d}+\vec{b}$

$\vec{a}+\vec{d}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{d}$



30

Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

Рассмотрим вектор $\vec{a}\ \{x;\ y;\ z\}$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \big/ \cdot k$$

$$k\vec{a} = kx\vec{i} + ky\vec{j} + kz\vec{k} \quad \Rightarrow$$

$$k\vec{a}\ \{kx;\ ky;\ kz\}$$

$$\vec{a}\ \{-2;\ 1;0\} \big/ \cdot 3$$

$$3\vec{a}\ \{-6;\ 3;\ 0\}$$

$$\vec{a}\ \{-2;\ 0;\ 3\} \big/ \cdot(-2)$$

$$-2\vec{a}\ \{4;\ 0;-6\}$$

$$\vec{a}\ \{-2;\ 5;-3\} \big/ \cdot(-1)$$

$$-\vec{a}\ \{2;\ -5;\ 3\}$$

Даны векторы

$\vec{a}\ \{-1;\ 2;\ 0\}$ $\vec{b}\ \{0;-5;-2\}$ $\vec{c}\ \{2;\ 1;-3\}$

Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$

1) $\cdot 3$

$3\vec{b}\ \{0;-15;-6\}$

2) $\cdot(-2)$

$-2\vec{a}\ \{2;-4;\ 0\}$

3)

+

$3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}\ \{4;-18;-9\}$

c

Задача 2 Даны векторы

$\vec{a}\,\{-1;\ 2;\ 0\}$ $\vec{b}\,\{0;-5;-2\}$ $\vec{c}\,\{2;\ 1;-3\}$

Найдите координаты вектора $\vec{q} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$