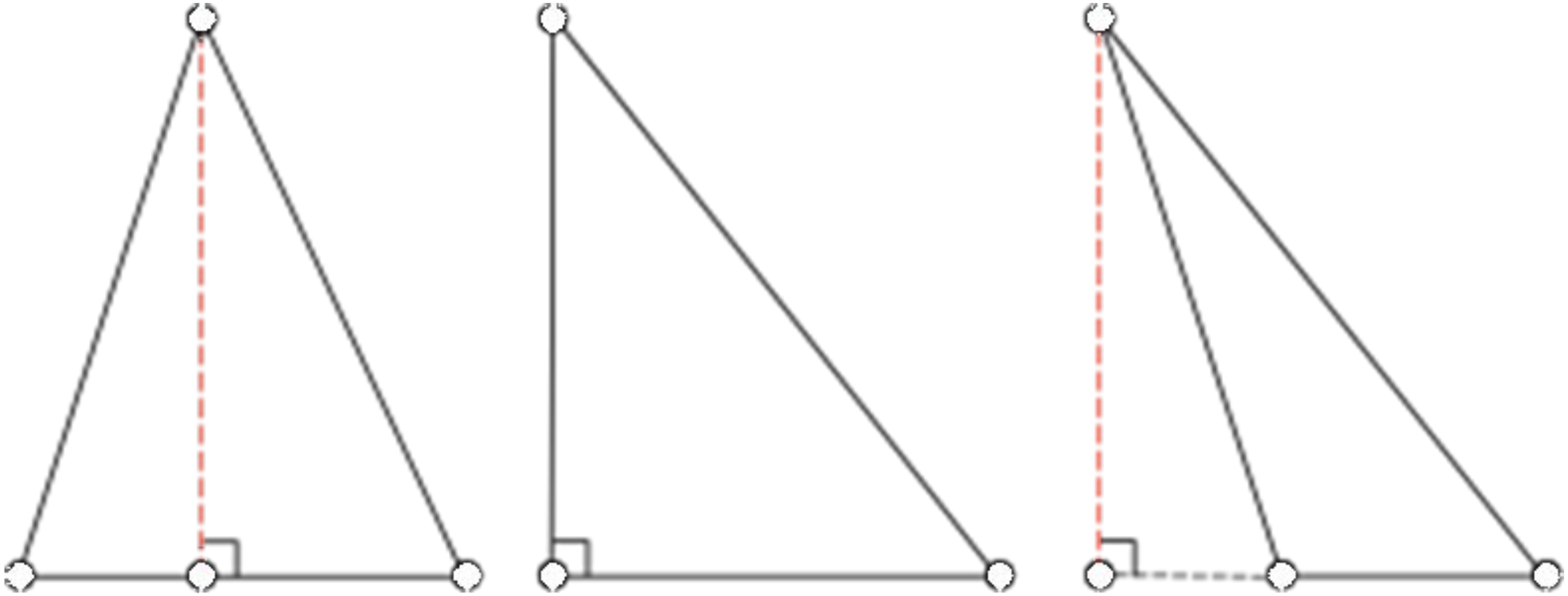
Проект на тему: «Высоты треугольника»

Курышева Мария
Дверник Юлия
Гаскевич Александра
Голован Сергей
Барышникова Анна
группа М5

Определение

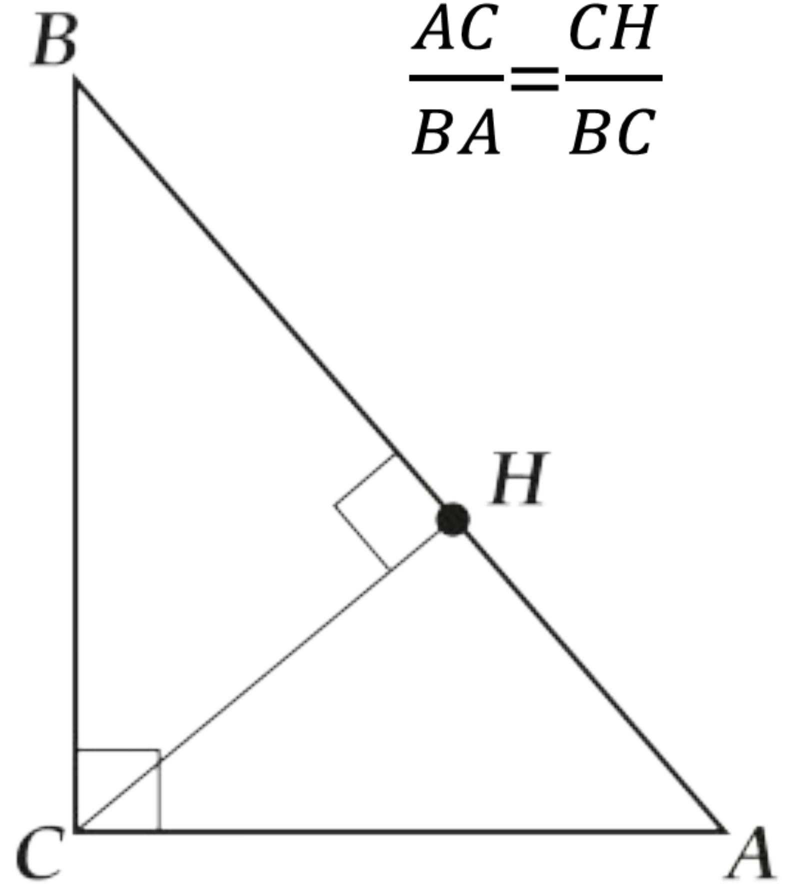
- Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону этого треугольника.



Свойства высоты

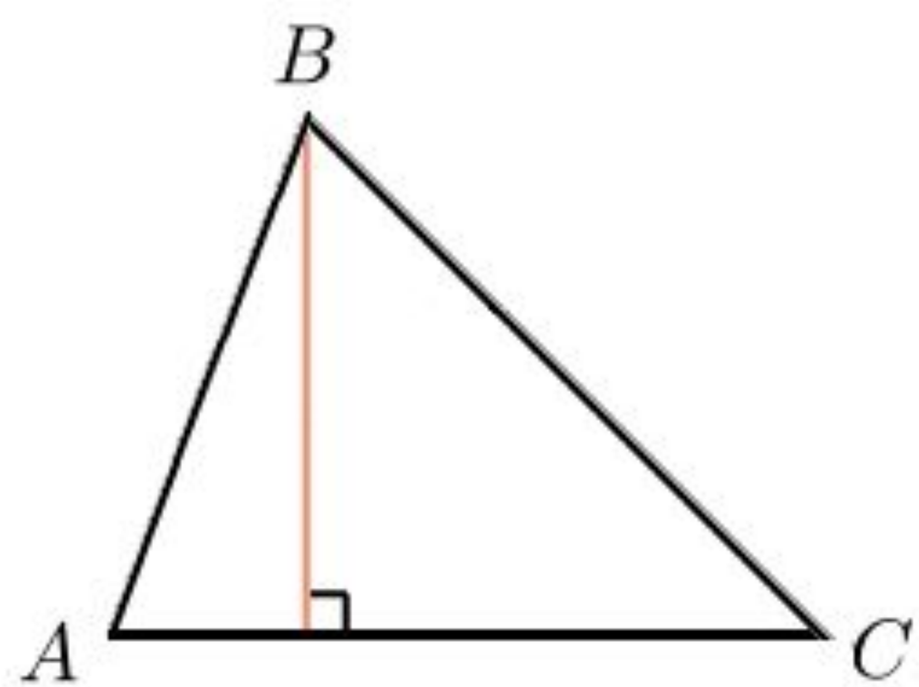
В *прямоугольном треугольнике* высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобные исходному.

$$\frac{AC}{BA}=\frac{CH}{BC}$$



Свойства высоты

В *остроугольном треугольнике* две его высоты отсекают от него подобные треугольники.



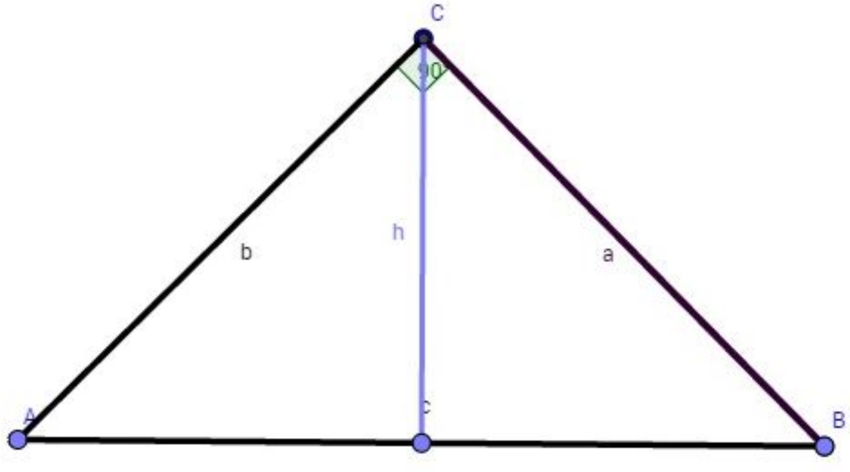
Свойства высоты

- В *равнобедренном* треугольнике, третья высота одновременно является медианой и биссектрисой того угла, из которого она выходит.

Теорема о высоте прямоугольного треугольника

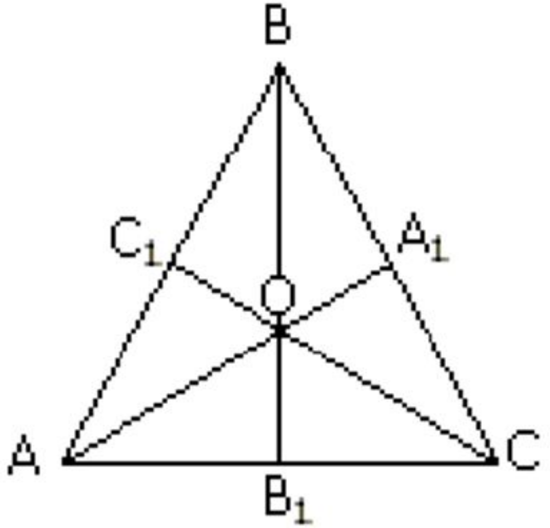
- Если высота в прямоугольном треугольнике ABC длиной **h**, проведённая из вершины прямого угла, делит гипотенузу длиной **C** на отрезки **m** и **n**, соответствующие катетам **b** и **a**, то верны следующие равенства:

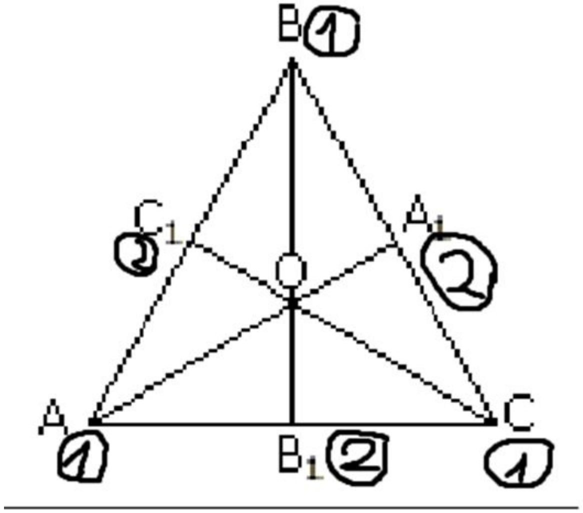
- $h^2 = n \cdot m$
- $a^2 = c \cdot n; \ b^2 = c \cdot m$
- $h \cdot c = a \cdot b$



Медианы и высоты в равностороннем треугольнике

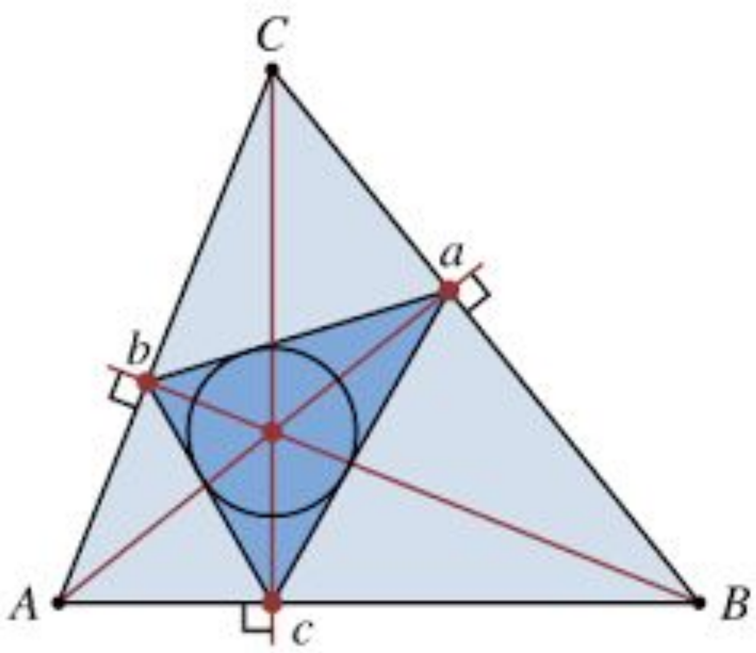
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины. Эта точка называется *центром тяжести* треугольника. А в равносторонних треугольниках медианы и высоты - одно и то же.



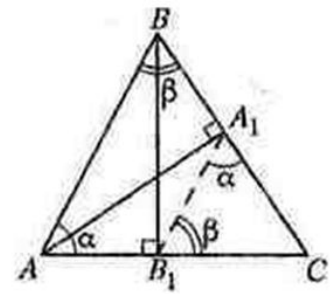


Ортотреугольник

- Три высоты треугольника пе ресекаются в одной точке, эта точка носит название орто центра.
- Две смежные стороны ортотреугольника образуют равные углы с соответствующей стороной исходного треугольника.
- Высоты треугольника являются биссектрисами ортотреугольника.



Ортотреугольник отсекает треугольники, подобные данному:



$\Delta ABC \to \angle B_1A_1C = a; \angle A_1B_1C = b$

$\angle C$-ОБЩИЙ

$\angle AA_1C = \angle BB_1C$ $\longrightarrow$ $\Delta AA_1C \sim \Delta BB_1C$ $\longrightarrow$ $A_1C/AC = B_1C/BC$

$\longrightarrow$ $\Delta A_1CB_1 \sim \Delta ACB$ $\longrightarrow$

$\angle B_1A_1C = \angle BA_1C_1 = a$

$\angle A_1B_1C = \angle AB_1C_1 = b$

$\Delta A_1BC_1 \sim \Delta ABC$ $\longrightarrow$

$\angle BA_1C_1 = \angle BAC = a$

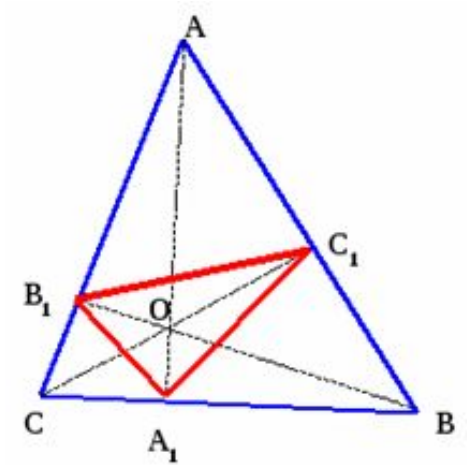
$\angle BC_1A = \angle C$

$\Delta AB_1C_1 \sim \Delta ABC$ $\longrightarrow$

$\angle AC_1B_1 = \angle C$

$\angle AB_1C_1 = \angle ABC = b$

Теорема о свойстве биссектрис ортотреугольника



$\angle B_1C_1C=\angle B_1BC=\angle CAA_1=\angle CC_1A$

$\downarrow$

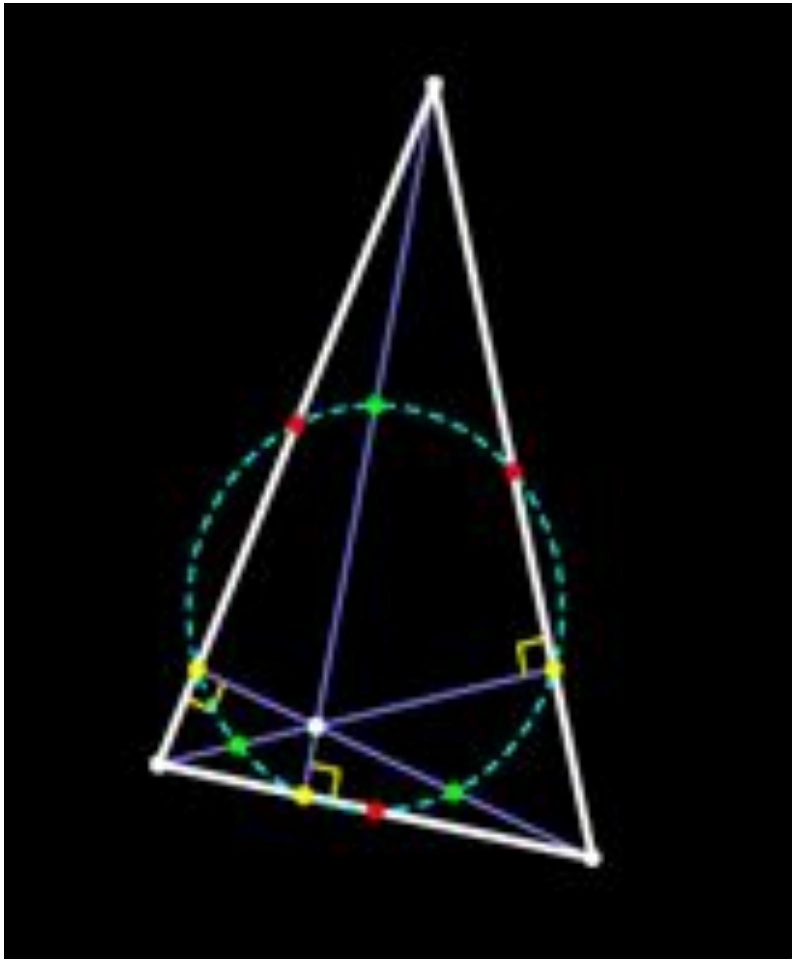
CC_1-биссектриса $\angle B_1C_1A$

AA_1-биссектриса $\angle B_1A_1C_1$

BB_1-биссектриса $\angle A_1B_1C_1$

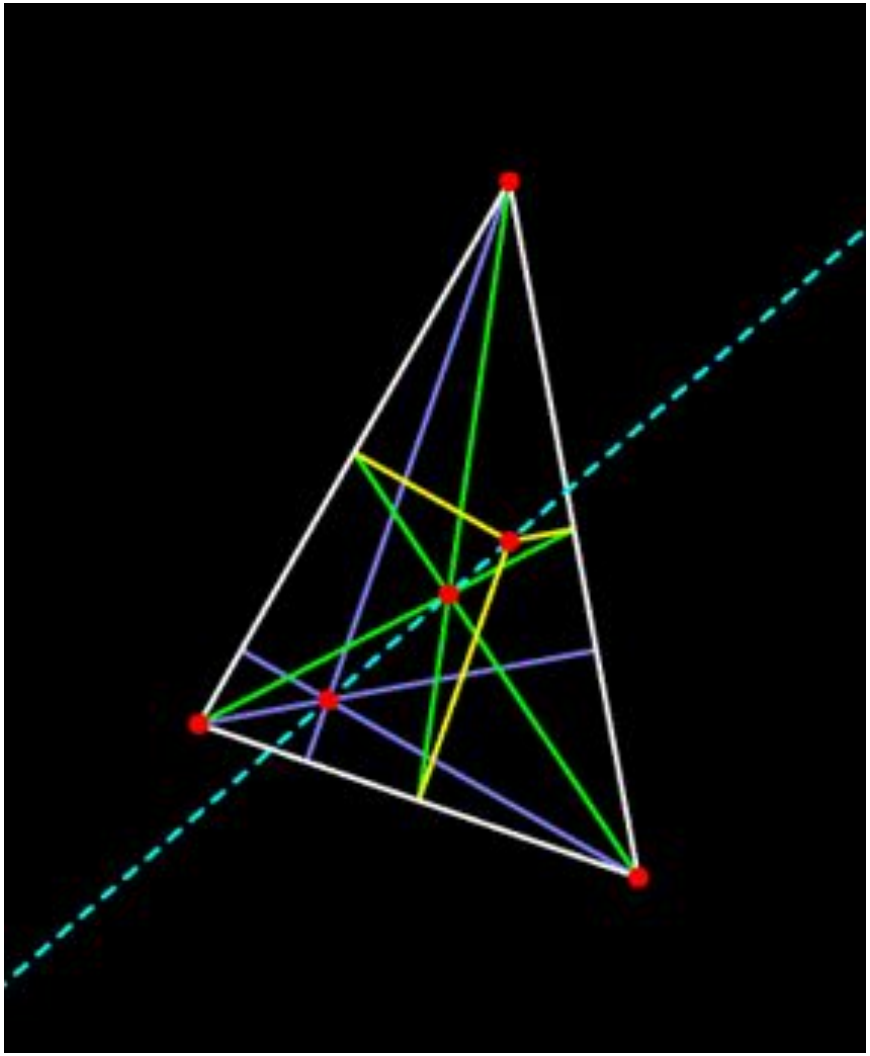
Окружность девяти точек

- Основания высот, середины сторон и середины отрезков, соединяющих ортоцентр — точку пересечения высот —с вершинами треугольника, лежат на одной окружности — окружности девяти точек.



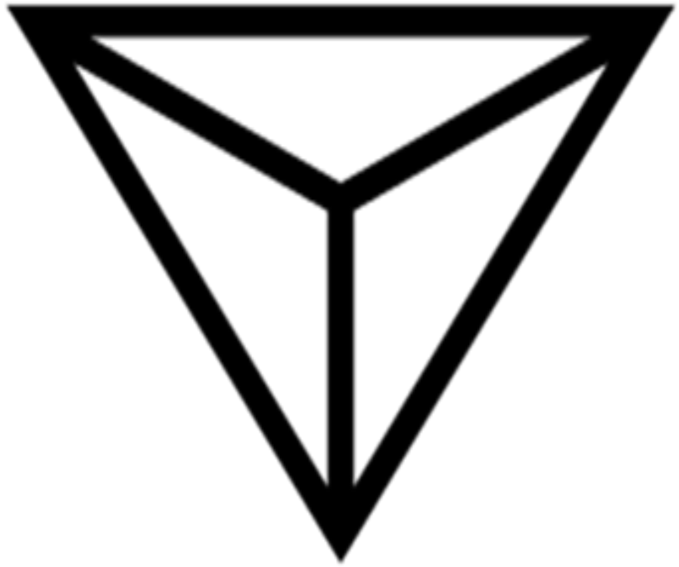
Прямая Эйлера

- Центр описанной окружности, центр тяжести, центр окружности девяти точек и ортоцентр лежат на одной прямой — прямой Эйлера.



Теорема Гамильтона

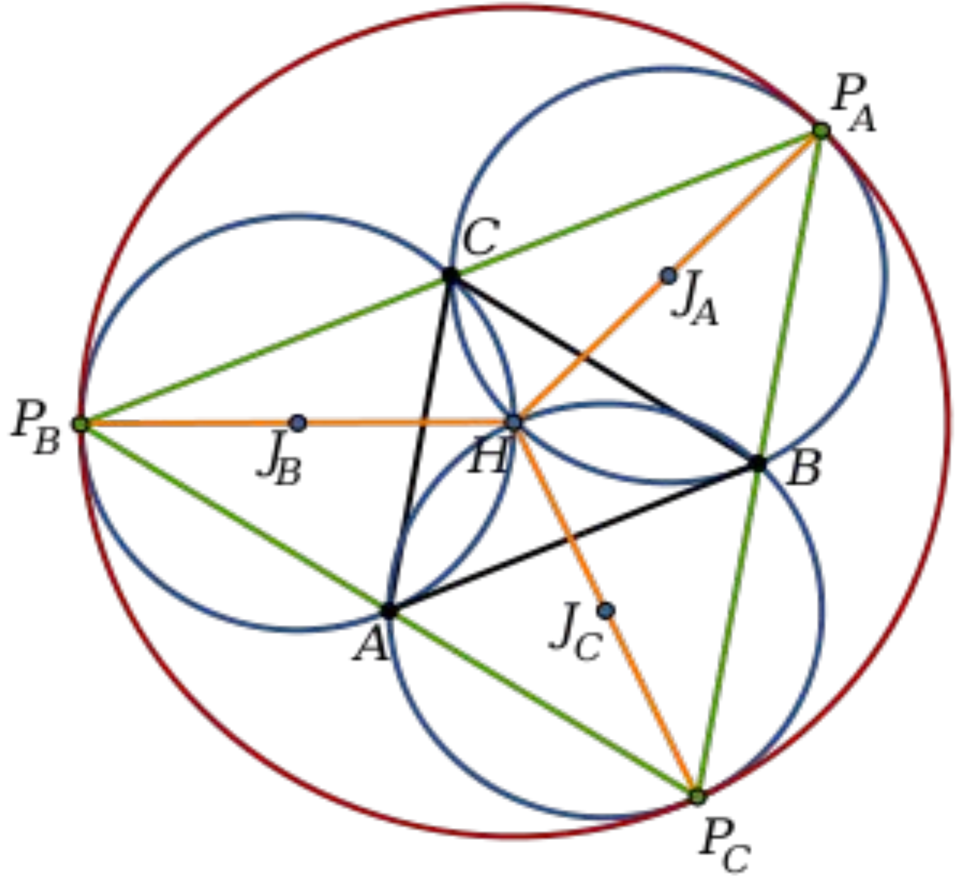
- Три отрезка прямых, соединяющих ортоцентр с вершинами остроугольного треугольника, разбивают его на три треугольника Гамильтона, имеющих ту же самую окружность Эйлера (окружность девяти точек), что и исходный остроугольный треугольник.



Глаз дракона

Теорема Гамильтона

- Теорема была доказана выдающимся ирландским математиком и физиком XIX века Уильямом (Вильямом) Роуэном Гамильтоном в 1861 г.



Спасибо за внимание