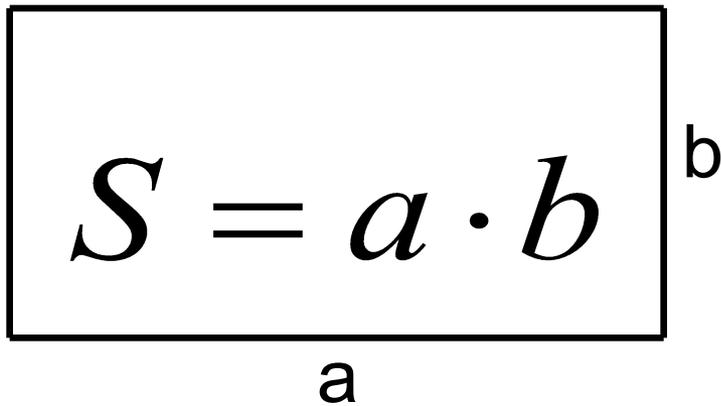
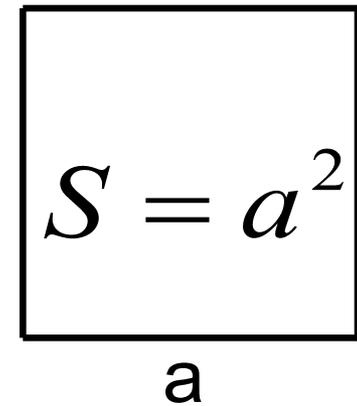
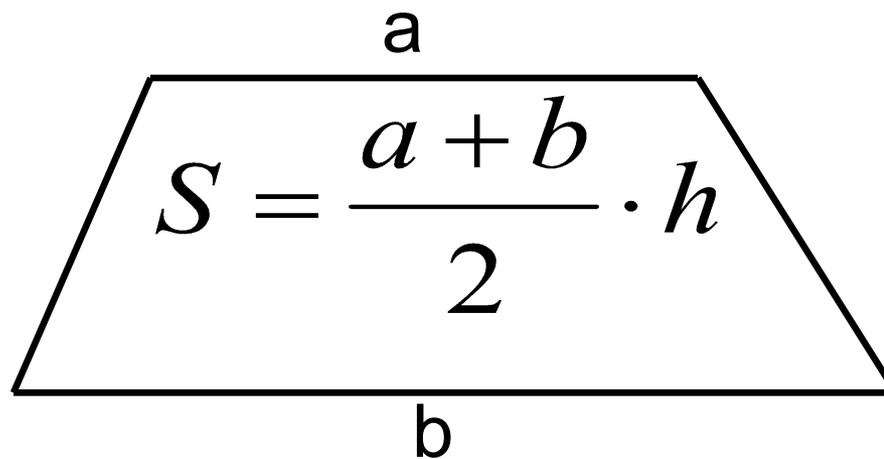


Тема: Определенный интеграл.

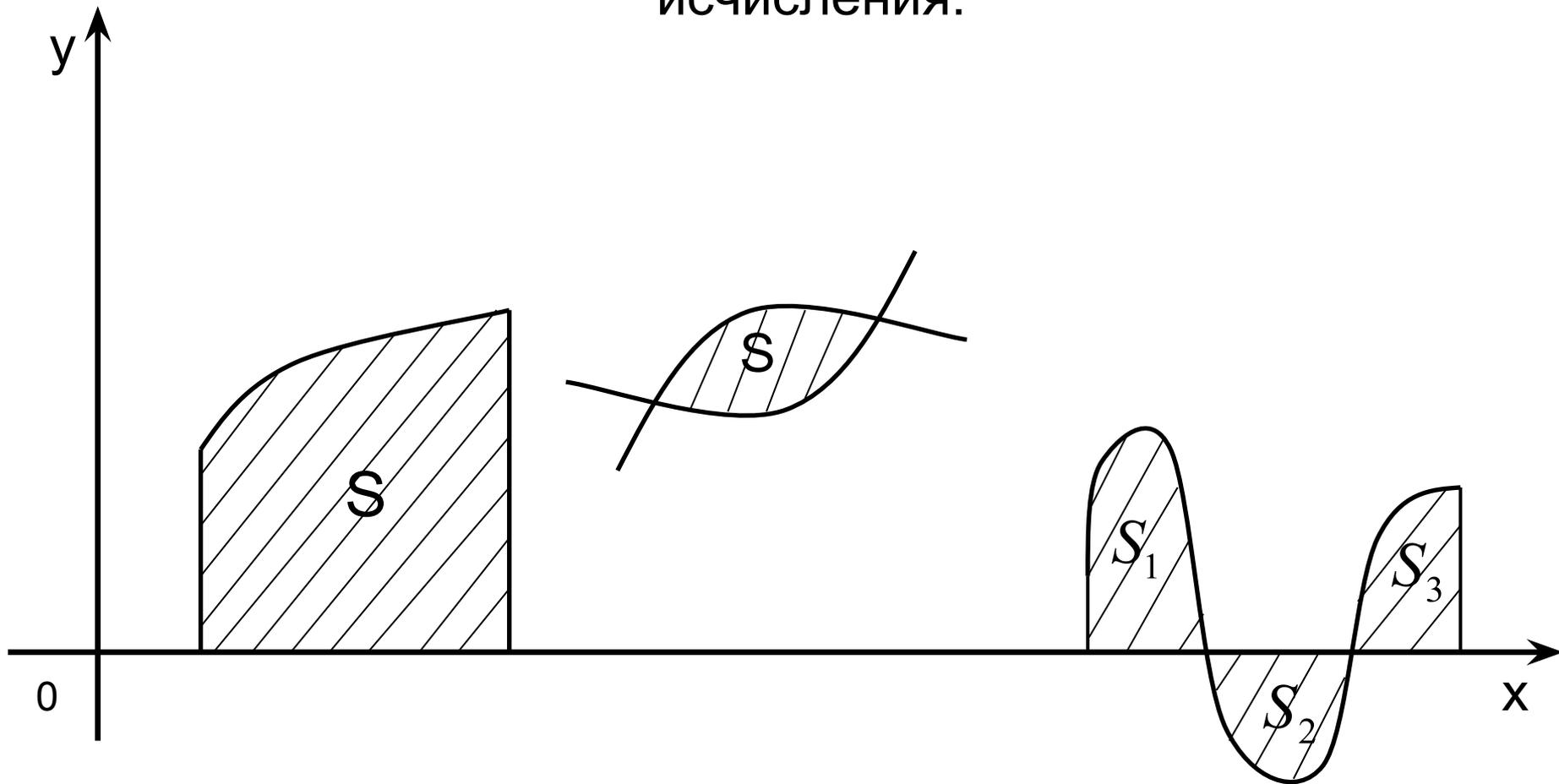
До 17 века:


$$S = a \cdot b$$


$$S = a^2$$


$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

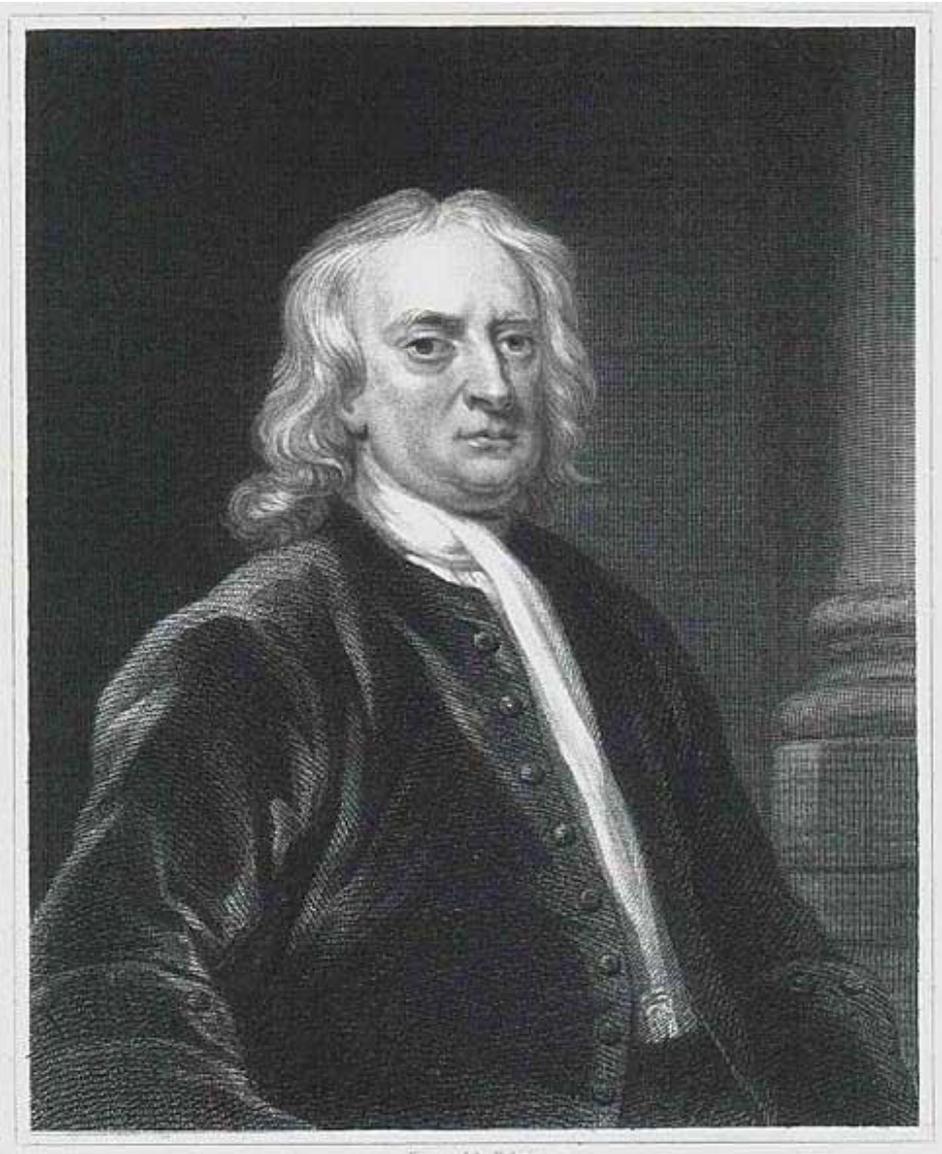
С появлением дифференциального и интегрального исчисления:



Теорема: Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, а функция $F(x)$ является первообразной для $f(x)$ на этом отрезке, то справедлива формула:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \quad (3)$$

формула Ньютона-Лейбница



И. Ньютон



Г. Лейбниц

Свойства определенного интеграла:

$$1) \int_a^b c \cdot f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx.$$

$$2) \int_a^b (f(x) + \varphi(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b \varphi(x) dx.$$

$$3) \text{ Если } a < c < b, \text{ то } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$4) \text{ Если } f(x) > 0, x \in [a, b], \text{ то } \int_a^b f(x) dx > 0.$$

$$5) \text{ Если } f(x) > \varphi(x) \text{ для всех } x \in [a, b], \text{ то } \int_a^b f(x) dx > \int_a^b \varphi(x) dx.$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Пример:

$$\begin{aligned}\int_1^4 (x^3 + 2x)dx &= \int_1^4 x^3 dx + \int_1^4 2x dx = \frac{x^4}{4}\Big|_1^4 + 2 \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_1^4 = \frac{x^4}{4}\Big|_1^4 + x^2\Big|_1^4 = \\ &= \left(\frac{4^4}{4} - \frac{1^4}{4}\right) + (4^2 - 1^2) = \left(\frac{256}{4} - \frac{1}{4}\right) + (16 - 1) = \frac{255}{4} + 15 = 78,75\end{aligned}$$

Домашнее задание:

1. Записать в тетради решения примеров 1,2,3
2. Вычислить интегралы: №4.1(1,3,5); №4.2 (1,3)