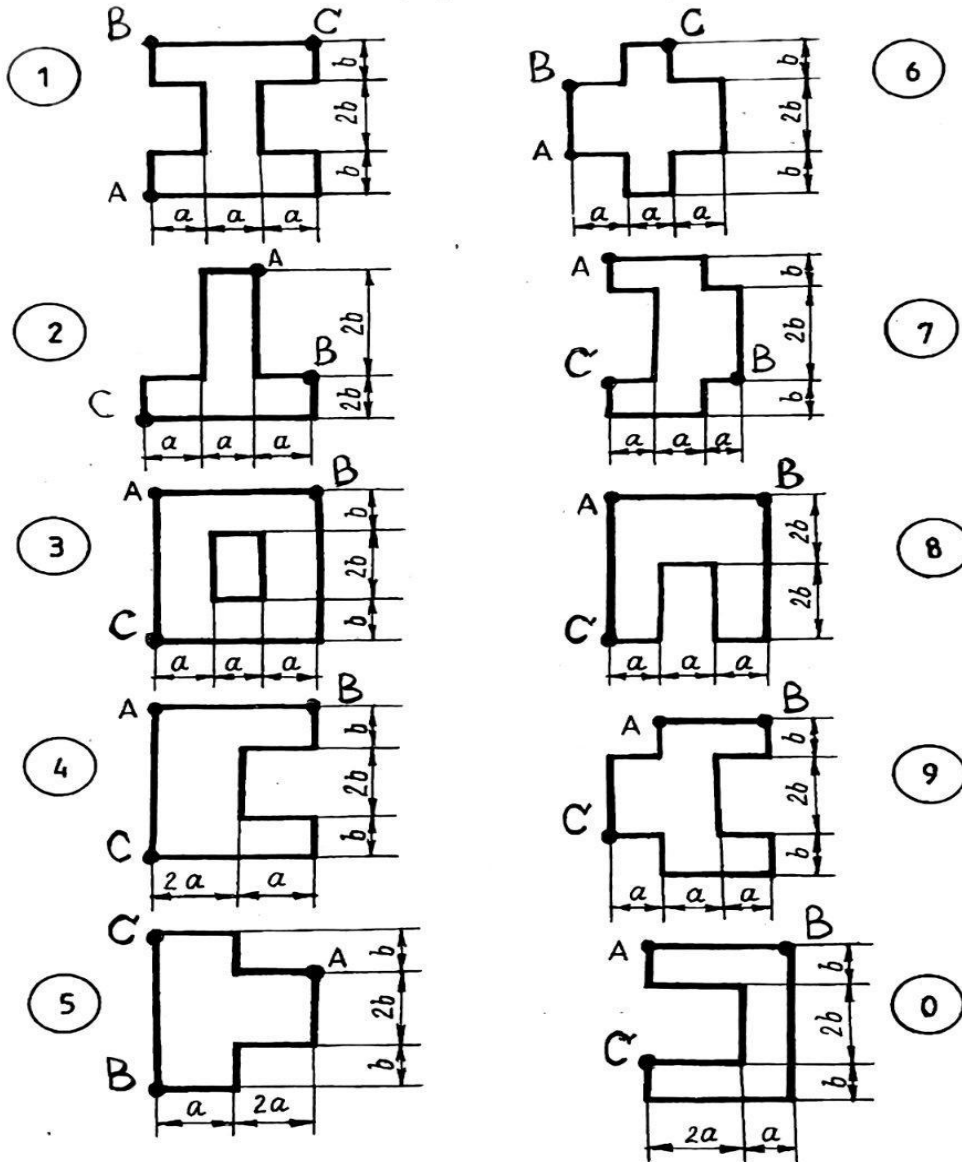


Расчетно-графическая работа №1

Построить эллипс инерции
в заданной точке



B-91: $a=2$ см B-92: $a=4$ см

Рис. 1

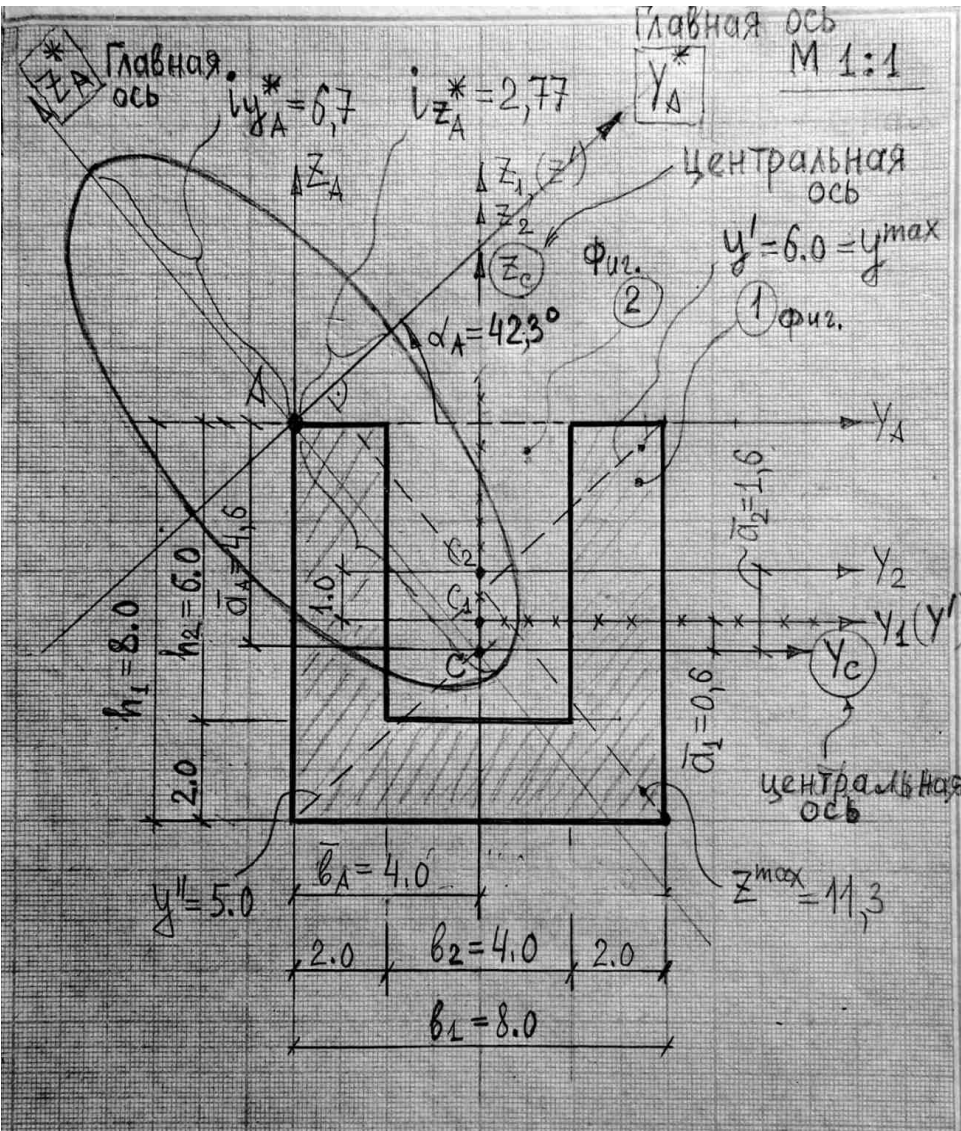


Рис. 1

Пример расчёта сложного сечения (геометрические характеристики). РГР-1.

Для заданного сложного сечения (квадрат с радиусовым вырезом) построить моменты инерции в т. А.

- 1). Определим координаты центра тяжести:
- $$y_c = \frac{\sum S z'_i}{\sum A} = \frac{0}{40} = 0;$$
- $$z_c = \frac{\sum S y'_i}{\sum A} = \frac{24}{40} = 0,6 \text{ (см)}$$
- Выбираем вспомогательные оси Z' и Y' , совпадающие с осями фиг. ①.

$$A = \sum A = A_1 - A_2 = h_1 \cdot b_1 - h_2 \cdot b_2 = 8 \cdot 8 - 6 \cdot 4 = \begin{cases} A_1 = 64 \text{ см}^2 \\ A_2 = 24 \text{ см}^2 \end{cases}$$

$$= 64 - 24 = 40 \text{ (см}^2)$$

$$\sum S z'_i = S_{z'_i}^{(1)} - S_{z'_i}^{(2)} = A_1 \cdot 0 - A_2 \cdot 0 = 0$$

$$\sum S y'_i = S_{y'_i}^{(1)} - S_{y'_i}^{(2)} = A_1 \cdot 0 - A_2 \cdot 1,0 = 0 - 24 \cdot 1,0 = -24 \text{ (см}^3)$$

- 2). Определим основные моменты инерции относительно центральных осей Y_c и Z_c :
- $$y_{yc}^{(1)} = y_{yc}^{(1)} - y_{yc}^{(2)} = 364,37 - 133,44 = \frac{230,93}{2} \text{ (см}^4);$$
- $$y_{yc}^{(1)} = y_{y_1}^{(1)} + A_1 \cdot \bar{a}_1^2 = 341,33 + 64 \cdot 0,6^2 = 364,37 \text{ (см}^4)$$
- $$y_{yc}^{(2)} = y_{y_2}^{(2)} + A_2 \cdot \bar{a}_2^2 = 72 + 24 \cdot 1,6^2 = 133,44 \text{ (см}^4)$$

(где $\bar{a}_1 = 0,6 \text{ см}$ и $\bar{a}_2 = 1,6 \text{ см}$) см. рис.

$$y_{y_1}^{(1)} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{8 \cdot 8^3}{12} = \frac{4096}{12} = 341,33 \text{ (см}^4)$$

$$y_{y_2}^{(2)} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{4 \cdot 6^3}{12} = \frac{864}{12} = 72,0 \text{ (см}^4)$$

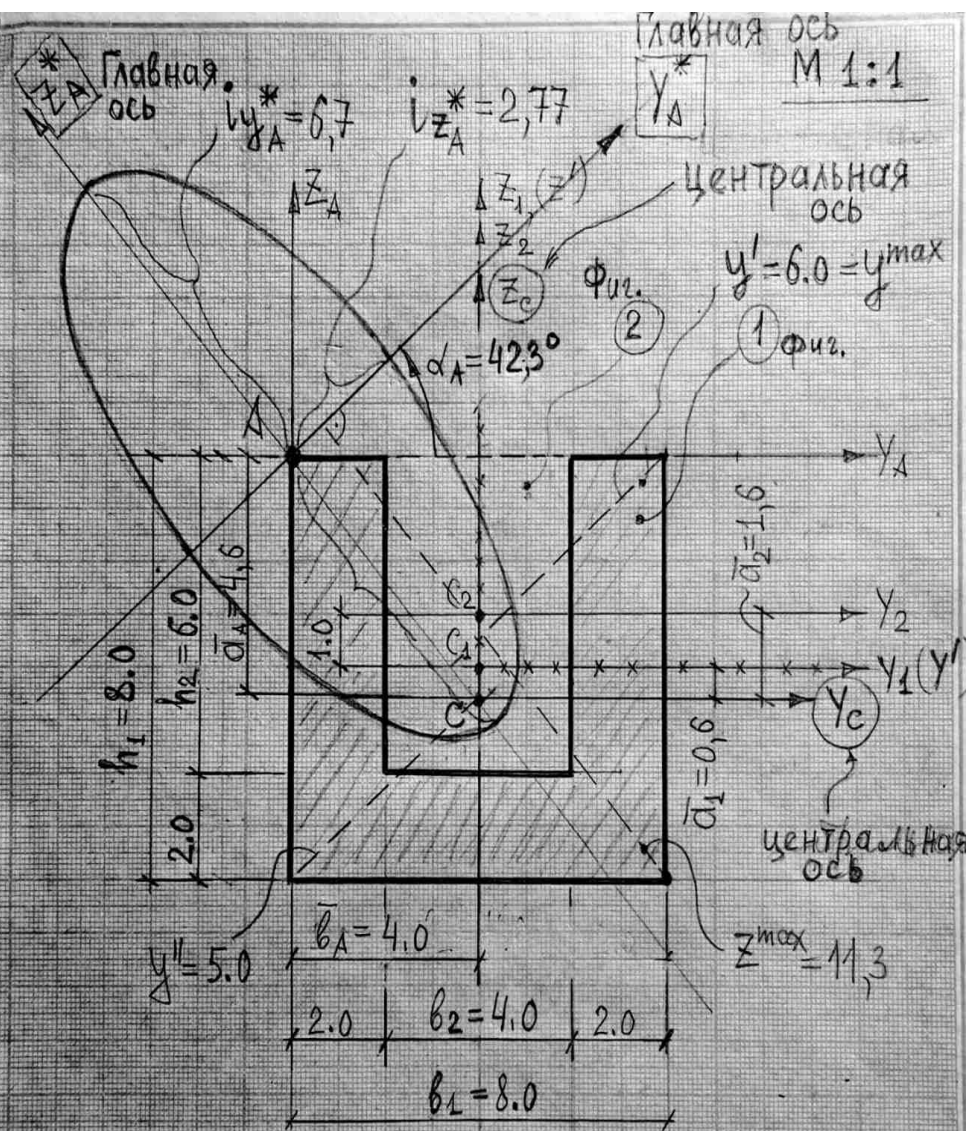


Рис.1

$$J_{Zc}^{соб.} = J_{Z1}^{(1)} - J_{Z2}^{(2)} = 341,33 - 32 = \underline{\underline{309,33}} \text{ (см}^4\text{)} \quad (2)$$

$$J_{Z1}^{(1)} = \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} = \frac{8 \cdot 8^3}{12} = 341,33 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$J_{Z2}^{(2)} = \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12} = \frac{6 \cdot 4^3}{12} = 32 \text{ (см}^4\text{)}$$

3). Определим центр масс и момент инерции относительно центральных осей Y_c и Z_c :

Фигуры, имеющие координаты одной оси симметричны относительно нулевой центральных осей масс.

т.е. $J_{YcZc}^{соб.} = 0$;

4). Определим какое значение центральных осей инерции:

$$J_{Yc} = J_{Zc} \Rightarrow \frac{2 \cdot J_{YcZc}}{J_{Yc} - J_{Zc}} = \frac{2 \cdot 0}{230,93 - 309,33} = 0$$

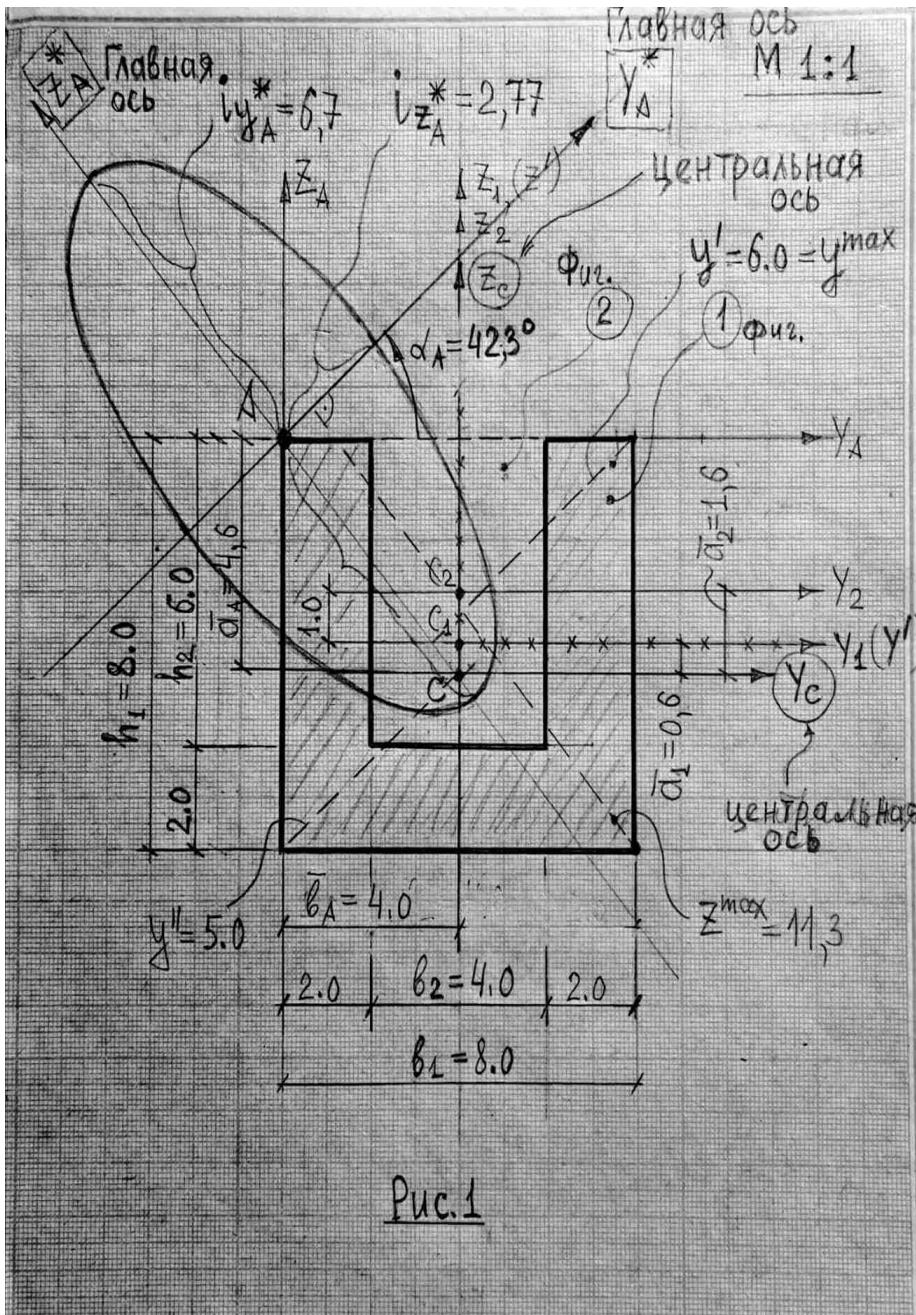
5). Определим осевые моменты инерции для собственных осей, проведенных через заданную т. А. (Y_A и Z_A). Приметелем формулы для параллельных переносе осей.

$$J_{Y_A} = J_{Yc}^{соб.} + A \cdot \bar{a}_A^2 = 230,93 + 40 \cdot 4,6^2 = \underline{\underline{1077,33}} \text{ (см}^4\text{)}$$

$$J_{Z_A} = J_{Zc}^{соб.} + A \cdot \bar{b}_A^2 = 309,33 + 40 \cdot 4^2 = \underline{\underline{949,33}} \text{ (см}^4\text{)}$$

6). Определим центральный момент инерции для осей Y_A и Z_A :

$$J_{Y_A Z_A} = J_{Yc Zc}^{соб.} + A \cdot (-\bar{a}_A) \cdot \bar{b}_A = \underline{\underline{-736}} \text{ (см}^4\text{)}$$



7). Выберем какой главный осей в т. А: (3)

$$\operatorname{tg} 2\alpha_A = \ominus \frac{2 \cdot I_{y_A z_A}}{I_{y_A} - I_{z_A}} = \ominus \frac{2 \cdot (-736)}{1077,33 - 949,33} =$$

$$= \ominus \frac{1472}{128} = -11,56;$$

так $\operatorname{arctg} 2\alpha_A = 2\alpha_A = 1,484 \text{ рад. (или } \otimes \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ)$

$$2\alpha_A = 1,484 \times 57^\circ = 84,588^\circ$$

$$\alpha_A = \underline{\underline{42,29^\circ}} \approx 42,3^\circ = 42,29^\circ$$

Положительный угол откладывается от оси Y_A против хода часовой стрелки.

8). Выберем главные моменты инерции относительно осей (Y_A^* и Z_A^*):

$$J_{\min}^{\max} = \frac{I_{y_A} + I_{z_A}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{y_A} - I_{z_A})^2 + 4 \cdot I_{y_A z_A}^2}$$

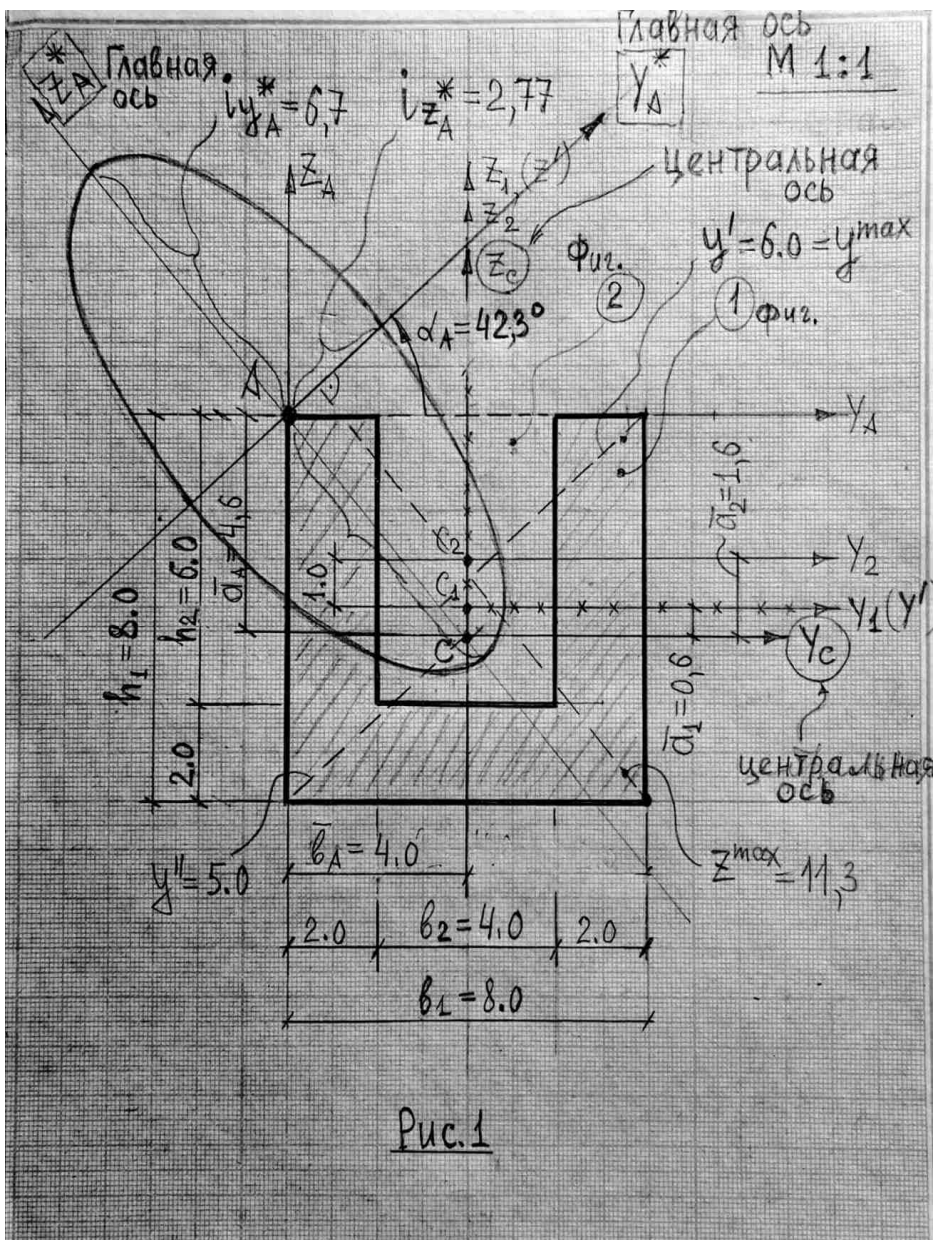
$$J_{\min}^{\max} = \frac{2026,66}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{128}{(1077,33 - 949,33)^2} + 4 \cdot \frac{541696}{(-736)^2}}$$

$$= 1013,33 \pm \frac{1}{2} \sqrt{16384 + 2166,784} = 1013,33 \pm \frac{1}{2} \sqrt{2183168} =$$

$$= 1013,33 \pm \frac{1}{2} \cdot 1477,52 = 1013,33 \pm 738,775;$$

$$J_{\max}^* = 1013,33 + 738,78 = \underline{\underline{1752,11}} \text{ (см}^4\text{)} = I_{y_A}^*$$

$$J_{\min}^* = 1013,33 - 738,78 = \underline{\underline{274,55}} \text{ (см}^4\text{)} = I_{z_A}^*$$



9). Проверка:

а) $I_{y_A} + I_{z_A} = I_{\max} + I_{\min}$;

$1077,33 + 949,33 = 1752,11 + 274,55$;
 $2026,66 = 2026,66$; (!)

б). Центробежный момент относительно главных осей в т. А ($I_{y_A}^*$ и $I_{z_A}^*$) должен равен нулю.

$I_{y_A z_A}^* = \frac{I_{y_A} - I_{z_A}}{2} \cdot \sin 2\alpha_A + I_{y_A z_A} \cdot \cos 2\alpha_A = 0$ (!)

$I_{y_A z_A}^* = \frac{1077,33 - 949,33}{2} \cdot 0,9903 + (-736) \cdot 0,1392 = 0$

$\sin 2\alpha_A = \sin 84,588^\circ = 0,9903 = 0,9903$

$\cos 2\alpha_A = \cos 84,588^\circ = 0,1392 = 0,1392$

$\Rightarrow 99,835 \cdot 0,9903 - 736 \cdot 0,1392 =$

$= 98,86 - 102,45 = -2,58$

$\rho = \frac{\|102,45 - 98,86\|}{\|102,45\|} \cdot 100\% = 2,52\% < 5\%$ (!)

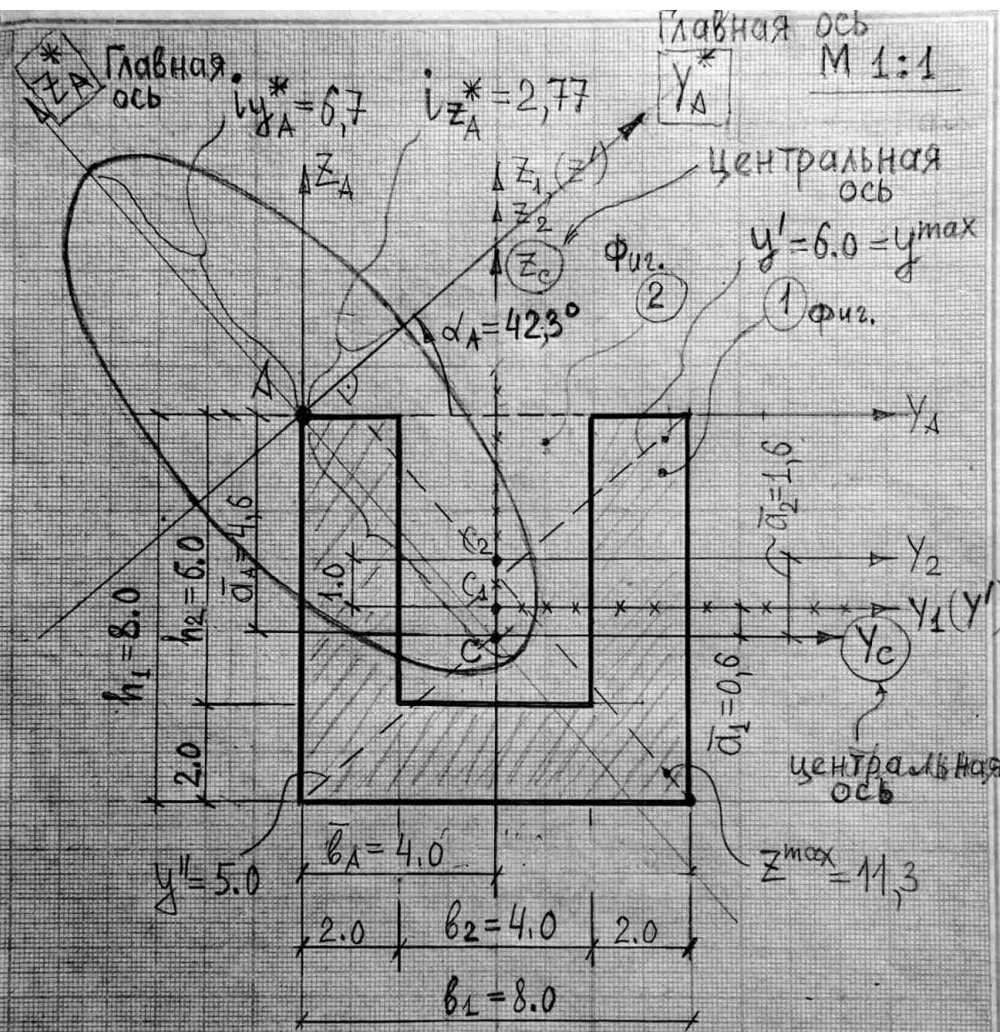


Рис. 1

10). Определить моменты сопротивления относительно главных осей Y_A^* и Z_A^* :

$$W_{y_A^*} = \frac{J_{y_A^*}}{z_{max}} = \frac{J_{max}}{z_{max}} = \frac{1792,08}{11,3} = 158,59 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$W_{z_A^*} = \frac{J_{z_A^*}}{y_{max}} = \frac{J_{min}}{y_{max}} = \frac{306,58}{6} = 51,1 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$z_{max} = z = 11,3 \text{ см}$$

$$y_{max} = y' = 6,0 \text{ см}$$

11). Построение эллипса инерции;

вдоль оси Z_A^*

$$i_{y_A^*} = \sqrt{\frac{J_{y_A^*}}{A}} = \sqrt{\frac{1792,08}{40}} = \sqrt{44,8} = 6,7 \text{ (см)}$$

вдоль оси Y_A^*

$$i_{z_A^*} = \sqrt{\frac{J_{z_A^*}}{A}} = \sqrt{\frac{306,58}{40}} = \sqrt{7,66} = 2,77 \text{ (см)}$$