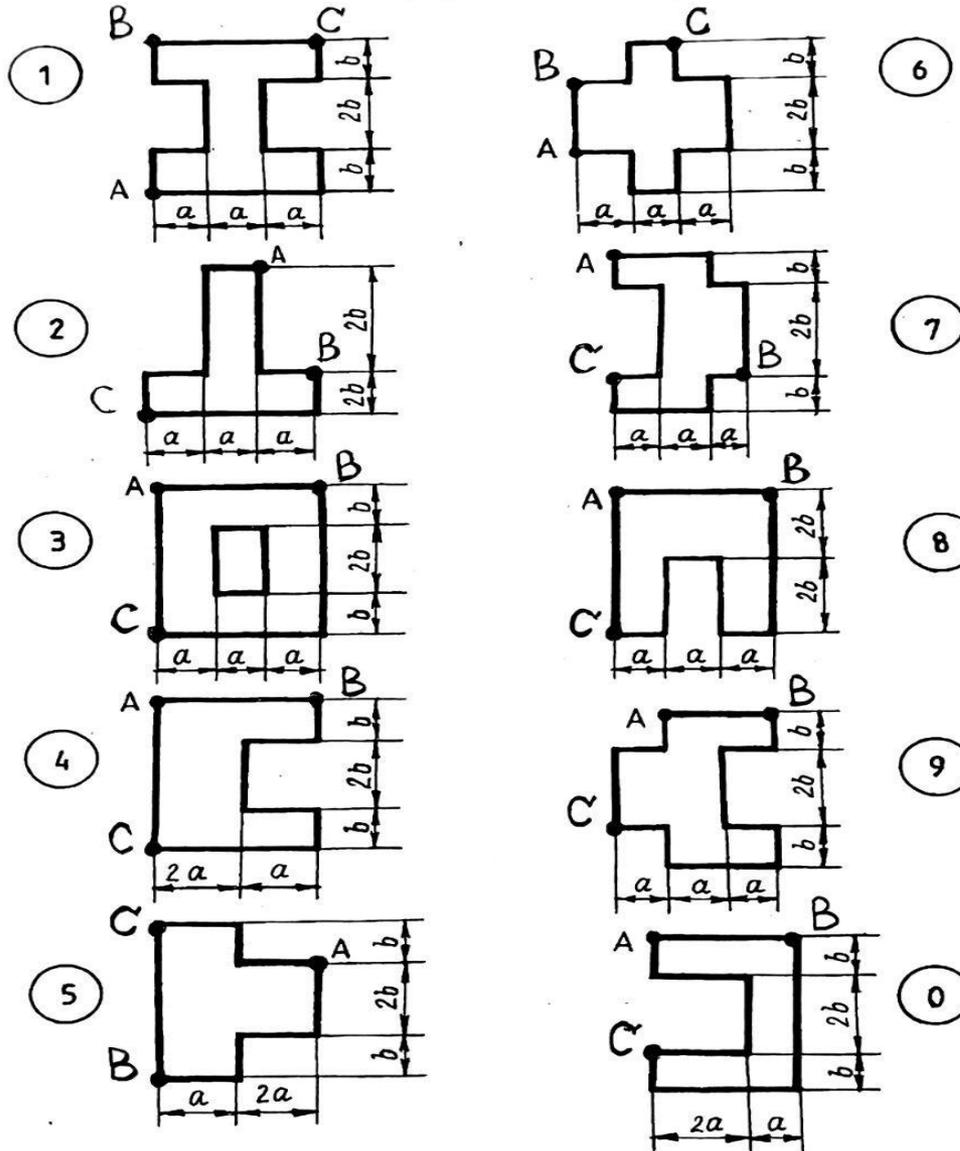


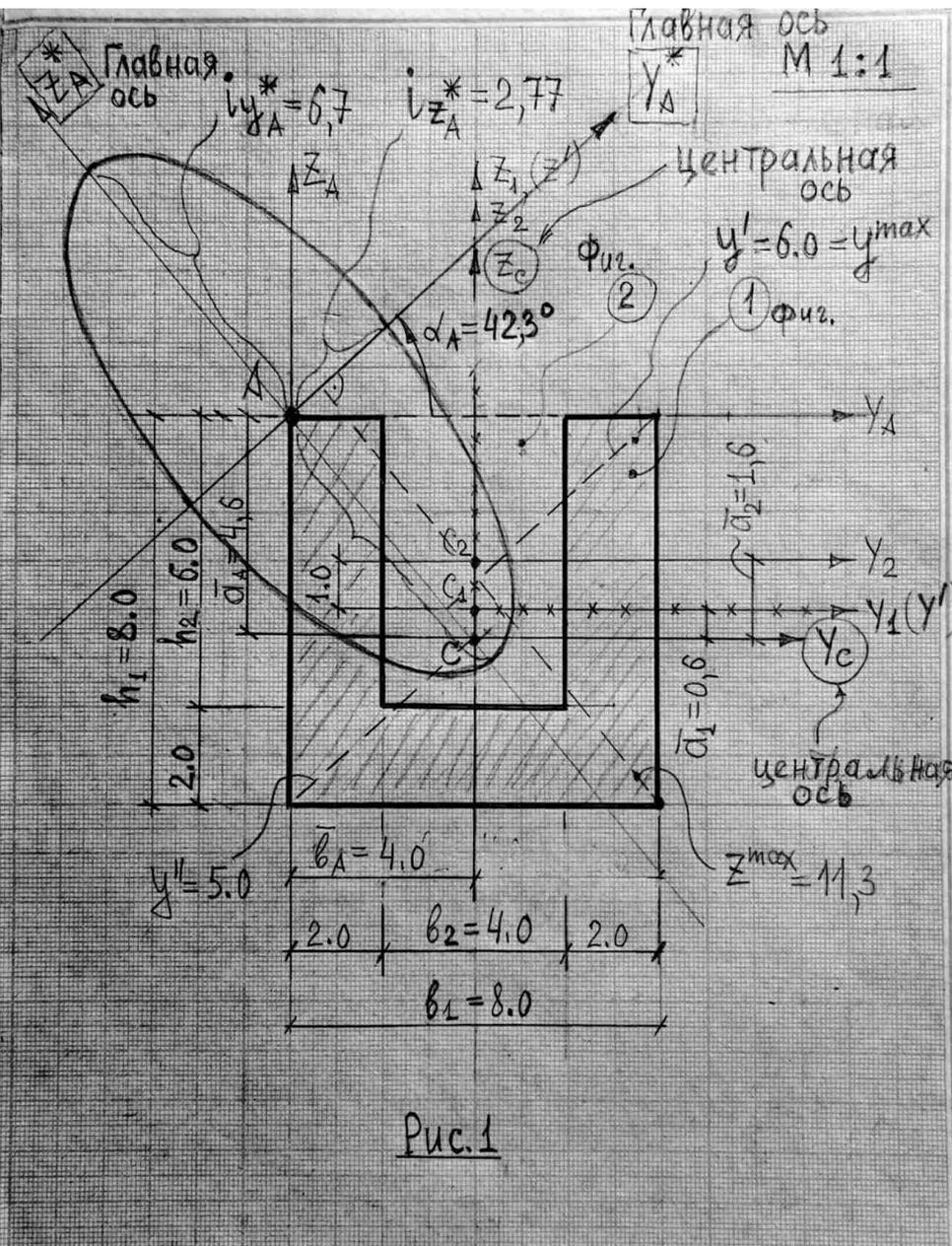
Расчетно-графическая работа №1

Построить эллипс инерции в заданной точке



B-91: $a=2\text{ см}$ B-92: $a=4\text{ см}$

Рис. 1



Пример расчёта
 сложного сечения (геометрические
 характеристики). РГР-1.

Для заданного сложного сечения (квадрат
 с прямоугольным вырезом) построить
 главные итерумы в т. А.

- 1). Определим координаты центра тяжести:
- $$y_c = \frac{\sum Sz'}{\sum A} = \frac{0}{40} = 0;$$
- $$z_c = \frac{\sum Sy'}{\sum A} = \frac{-24}{40} = -0,6 \text{ (см)}$$
- Выбираем вспомогательные оси Z' и Y' , совпадающие с осями фиг. (1).

$$A = \sum A = A_1 - A_2 = h_1 \cdot b_1 - h_2 \cdot b_2 = 8 \cdot 8 - 6 \cdot 4 = \begin{cases} A_1 = 64 \text{ см}^2 \\ A_2 = 24 \text{ см}^2 \end{cases}$$

$$= 64 - 24 = 40 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\sum Sz' = S_{z'}^{(1)} - S_{z'}^{(2)} = A_1 \cdot 0 - A_2 \cdot 0 = 0$$

$$\sum Sy' = S_{y'}^{(1)} - S_{y'}^{(2)} = A_1 \cdot 0 - A_2 \cdot 1,0 = 0 - 24 \cdot 1 = -24 \text{ (см}^3\text{)}$$

- 2). Определим осевые моменты итерумы относительно центральных осей Y_c и Z_c :
- $$y_{yc}^{(1)} = y_{y_1}^{(1)} - y_{yc}^{(2)} = 364,37 - 133,44 = 230,93 \text{ (см}^2\text{)}$$
- $$y_{yc}^{(1)} = y_{y_1}^{(1)} + A_1 \cdot \bar{a}_1^2 = 341,33 + 64 \cdot 0,6^2 = 364,37 \text{ (см}^4\text{)}$$
- $$y_{yc}^{(2)} = y_{y_2}^{(2)} + A_2 \cdot \bar{a}_2^2 = 72 + 24 \cdot 1,6^2 = 133,44 \text{ (см}^4\text{)}$$
- (где $\bar{a}_1 = 0,6 \text{ см}$ и $\bar{a}_2 = 1,6 \text{ см}$) см. рис.

$$y_{y_1}^{(1)} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{8 \cdot 8^3}{12} = \frac{4096}{12} = 341,33 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$y_{y_2}^{(2)} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{4 \cdot 6^3}{12} = \frac{864}{12} = 72,0 \text{ (см}^4\text{)}$$

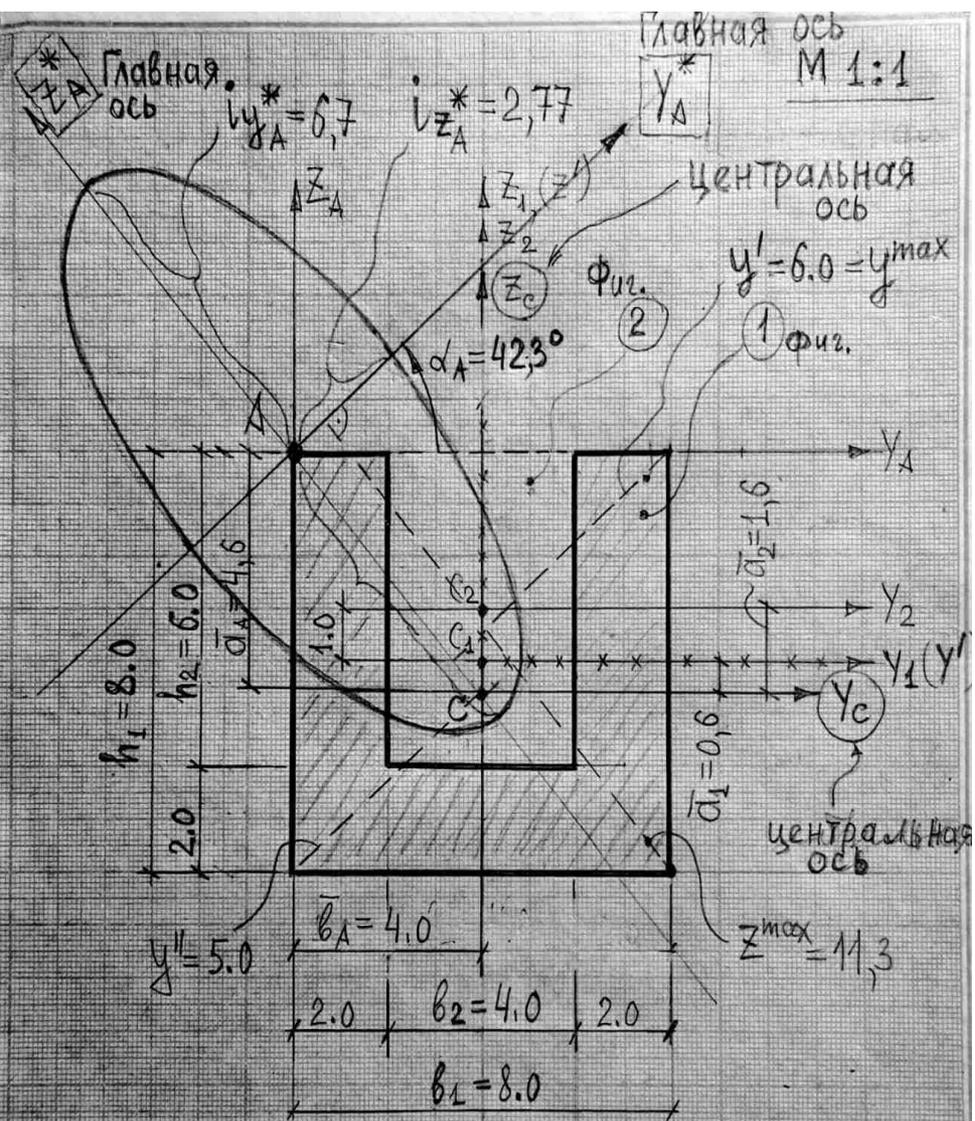


Рис. 1

$$J_{z_c}^{соб.} = J_{z_1}^{(1)} - J_{z_2}^{(2)} = 341,33 - 32 = \underline{\underline{309,33}} \text{ (см}^4\text{)} \quad (2)$$

$$J_{z_1}^{(1)} = \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} = \frac{8 \cdot 8^3}{12} = 341,33 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$J_{z_2}^{(2)} = \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12} = \frac{6 \cdot 4^3}{12} = 32 \text{ (см}^4\text{)}$$

3). Определим центр масс и момент инерции относительно центральных осей Y_c и Z_c :

Фигуры, имеющие координаты одной оси симметричны относительно нулевой центральной оси масс.
 т.е. $J_{y_c z_c}^{соб.} = 0$;

4). Определим какой из осей центральных осей инерции:

$$\text{tg } 2\alpha_0 = \ominus \frac{2 \cdot J_{y_c z_c}}{J_{y_c} - J_{z_c}} = \ominus \frac{2 \cdot 0}{230,93 - 309,33} = 0$$

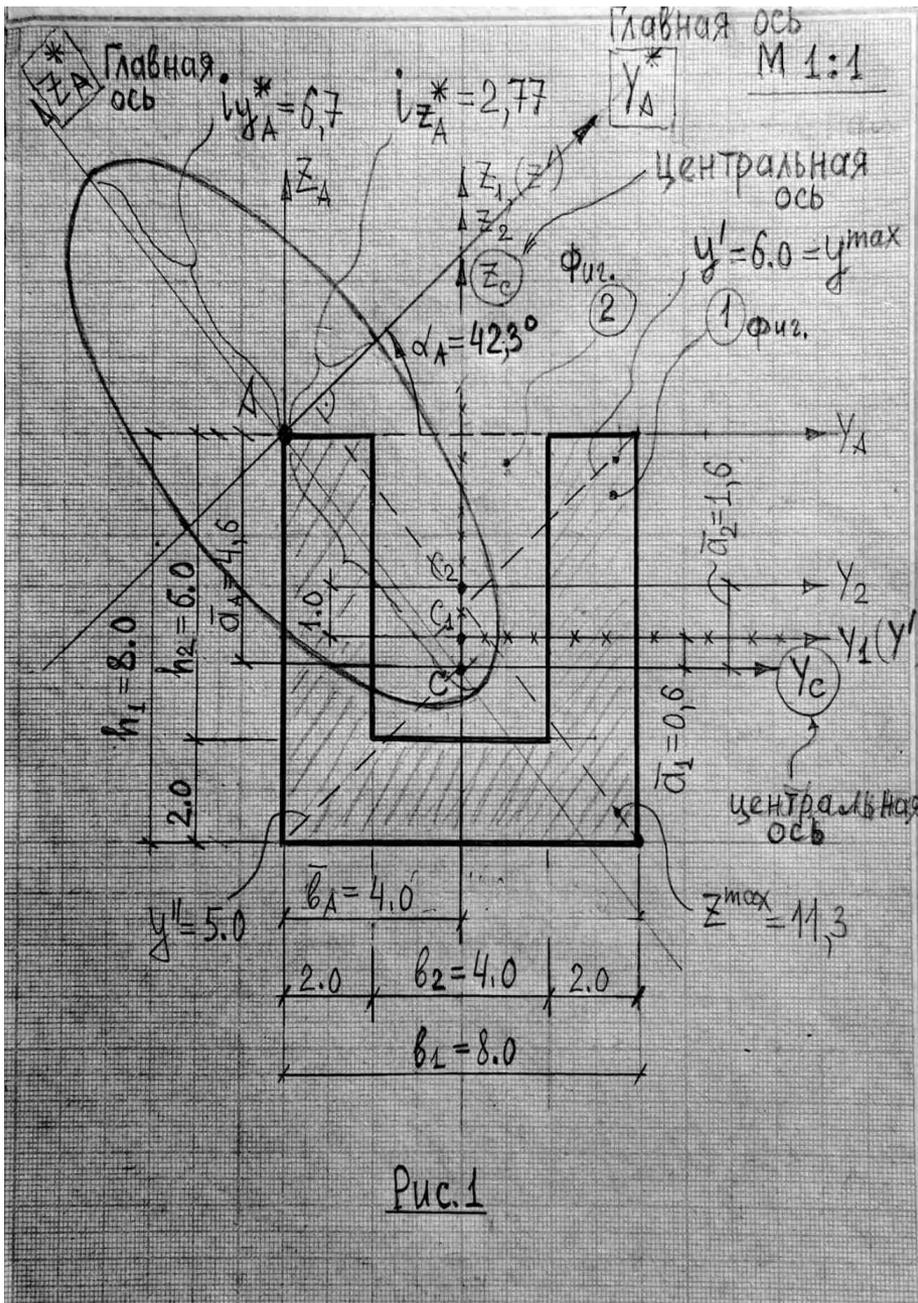
5). Определим осевые моменты инерции для собственных осей, проведенных через заданную т. А. (Y_A и Z_A). Приметелем формулы для параллельного переноса осей. $846,4$ $1077,33$

$$J_{Y_A} = J_{Y_c}^{соб.} + A \cdot \bar{a}_A^2 = 230,93 + 40 \cdot 4,6^2 = \underline{\underline{1077,33}} \text{ (см}^4\text{)}$$

$$J_{Z_A} = J_{Z_c}^{соб.} + A \cdot \bar{b}_A^2 = 309,33 + 40 \cdot 4^2 = \underline{\underline{949,33}} \text{ (см}^4\text{)}$$

6). Определим центральный момент инерции для осей Y_A и Z_A :

$$J_{Y_A Z_A} = J_{Y_c Z_c}^{соб.} + A \cdot (-\bar{a}_A) \cdot \bar{b}_A = \ominus 40 \cdot 4,6 \cdot 4 = \underline{\underline{\ominus 736}} \text{ (см}^4\text{)}$$



7). Вы определим каковы главные оси в т. А: (3)

$$\operatorname{tg} 2\alpha_A = \ominus \frac{2 \cdot J_{Y_A Z_A}}{J_{Y_A} - J_{Z_A}} = \ominus \frac{2 \cdot (-736)}{1077,33 - 949,33} =$$

$$= \ominus \frac{1472}{128} = \underline{\underline{-11,56}};$$

$$\text{arc tg } 2\alpha_A = 2\alpha_A = 1,484 \text{ рад. (или } \ominus \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ)$$

$$2\alpha_A = 1,484 \times 57^\circ = \underline{\underline{84,588^\circ}}$$

$$\alpha_A = \underline{\underline{42,29^\circ}} \approx 42,3^\circ$$

Положительный угол откладывается от оси Y_A против хода часовой стрелки.

8). Вы определим главные моменты инерции относительно осей (Y_A^* и Z_A^*):

$$J_{\min}^{\max} = \frac{J_{Y_A} + J_{Z_A}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{Y_A} - J_{Z_A})^2 + 4 \cdot J_{Y_A Z_A}^2}$$

$$J_{\min}^{\max} = \frac{2026,66}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{128}{(1077,33 - 949,33)^2} + 4 \cdot \frac{541696}{(-736)^2}}$$

$$= 1013,33 \pm \frac{1}{2} \sqrt{16384 + 2166,784} = 1013,33 \pm \frac{1}{2} \sqrt{2183168} =$$

$$= 1013,33 \pm \frac{1}{2} \cdot 1477,52 = 1013,33 \pm 738,775;$$

$$J_{\max}^* = 1013,33 + 738,78 = \underline{\underline{1752,11}} \text{ (см}^4\text{)} = J_{Y_A}^*;$$

$$J_{\min}^* = 1013,33 - 738,78 = \underline{\underline{274,55}} \text{ (см}^4\text{)} = J_{Z_A}^*;$$

