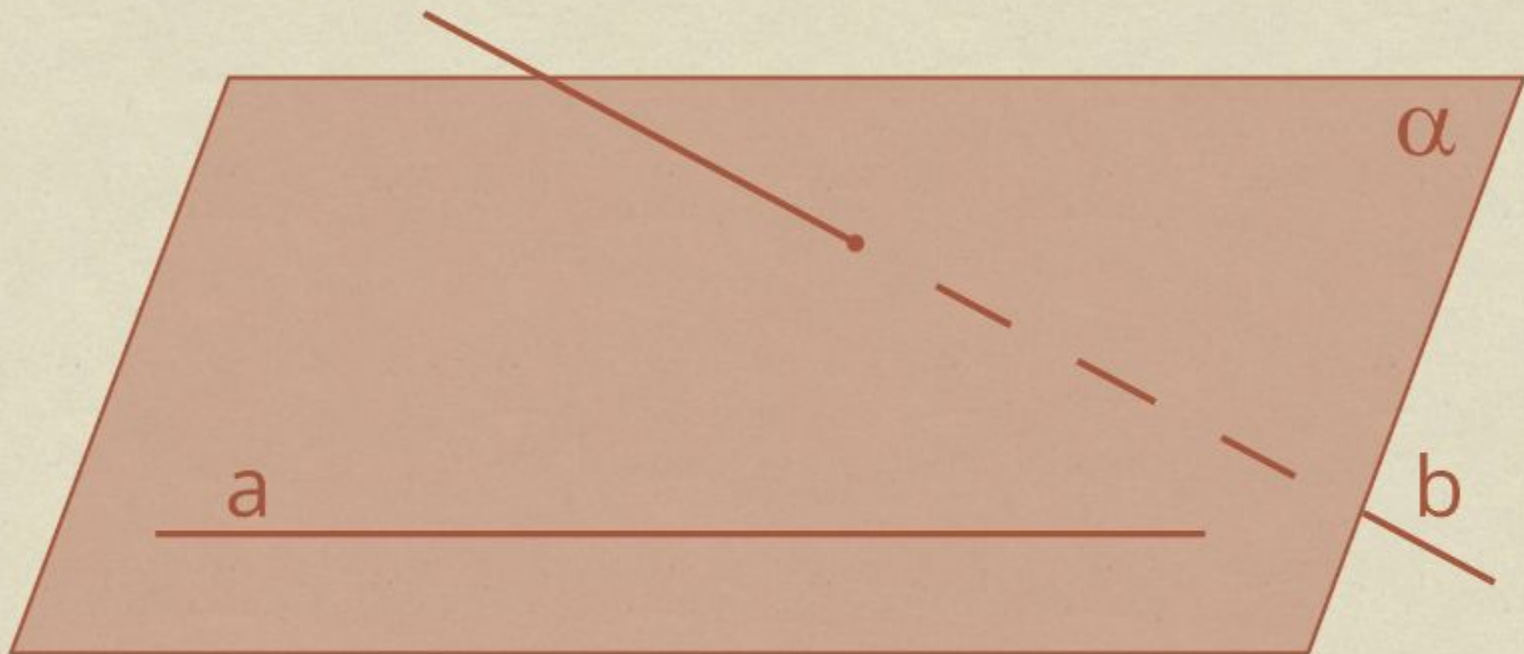


# Взаимное расположение прямых в пространстве

**Определение:** Скрещивающиеся прямые – прямые, которые не лежат в одной плоскости

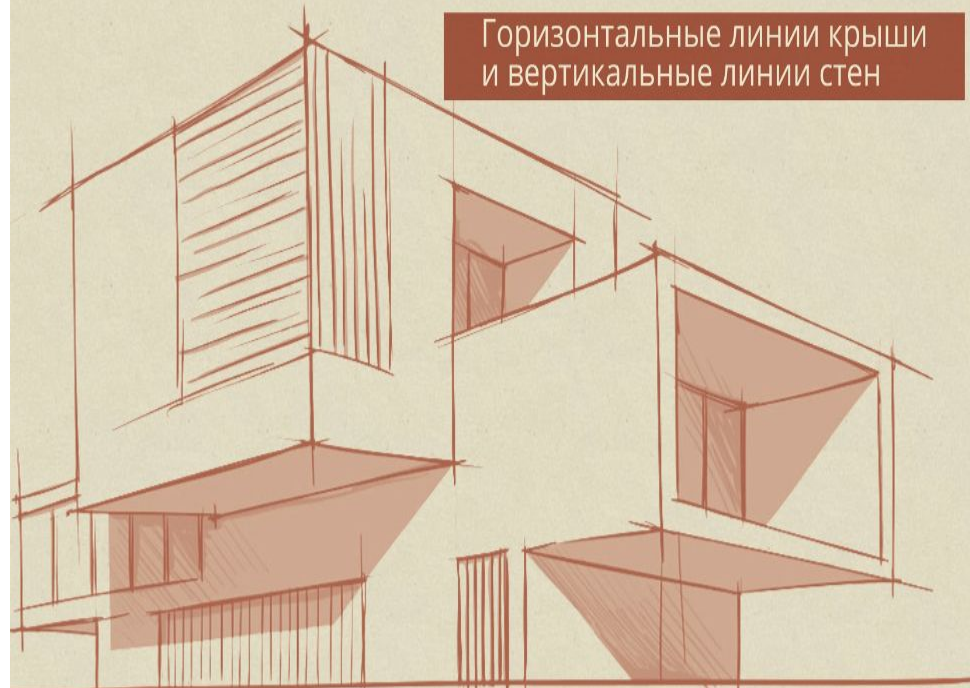


## Примеры скрещивающихся прямых вокруг нас

Одна дорога проходит по эстакаде, а другая под эстакадой



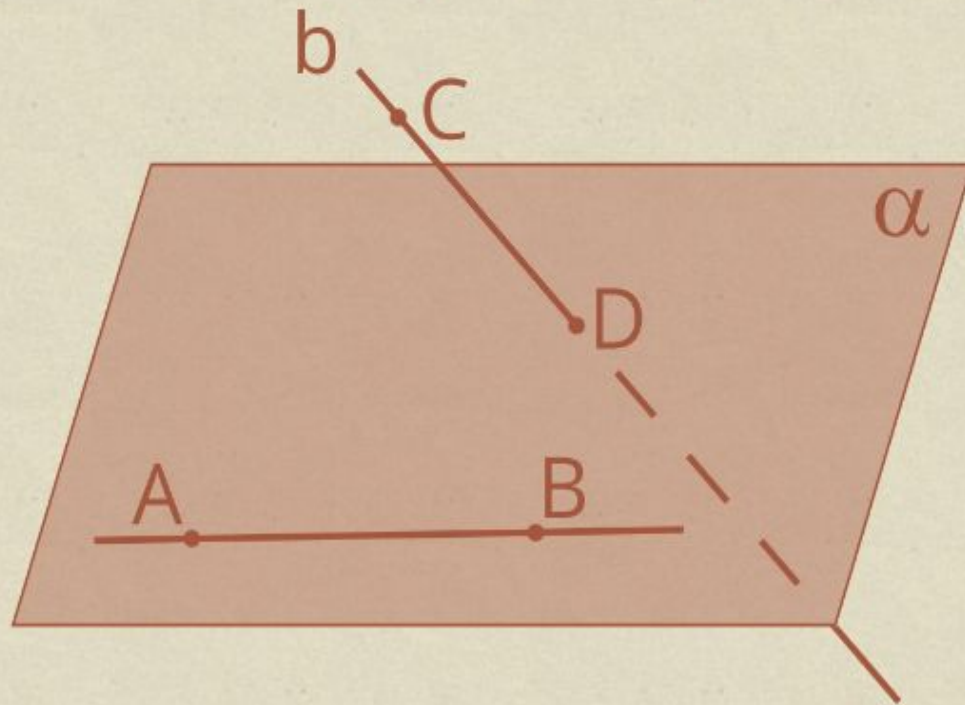
Горизонтальные линии крыши и вертикальные линии стен



Кабели моста



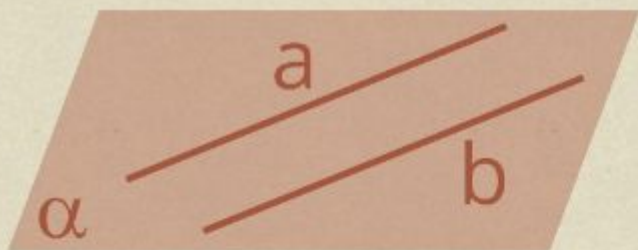
**Теорема:** Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые – скрещивающиеся (не лежат в одной плоскости)



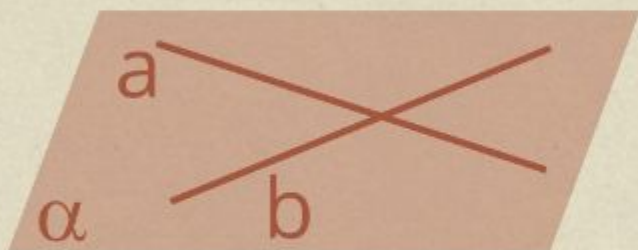
### Доказательство:

1. Допустим, что прямые  $AB$  и  $CD$  всё-таки лежат в одной плоскости.
2. Значит, эта плоскость идёт через прямую  $AB$  и точку  $D$ , то есть она совпадает с плоскостью  $\alpha$ .
3. Это противоречит условиям теоремы, что прямая  $CD$  не находится в плоскости  $\alpha$ , а пересекает её.

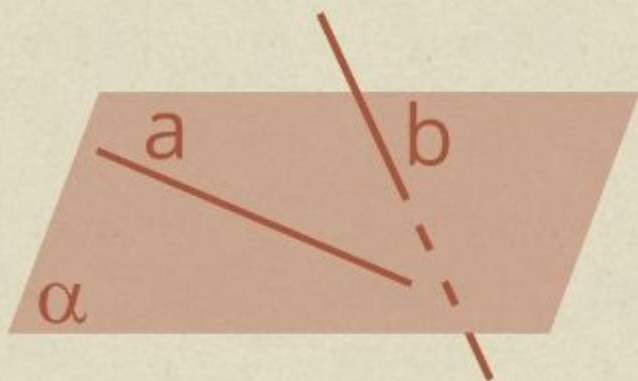
# Взаимное расположение прямых в пространстве



Параллельные прямые

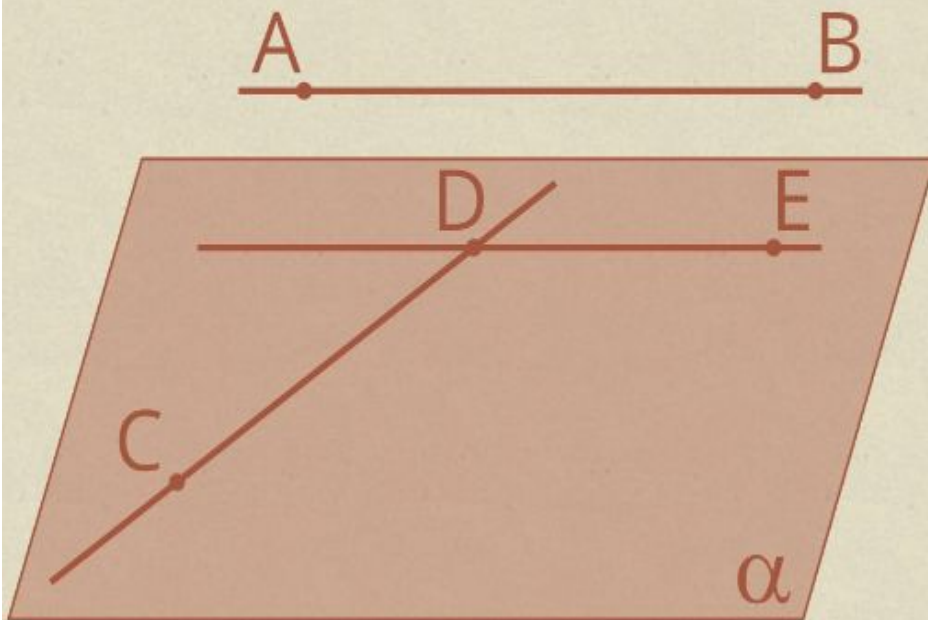


Пересекающиеся прямые



Скрещивающиеся прямые

**Теорема:** Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна



### Доказательство:

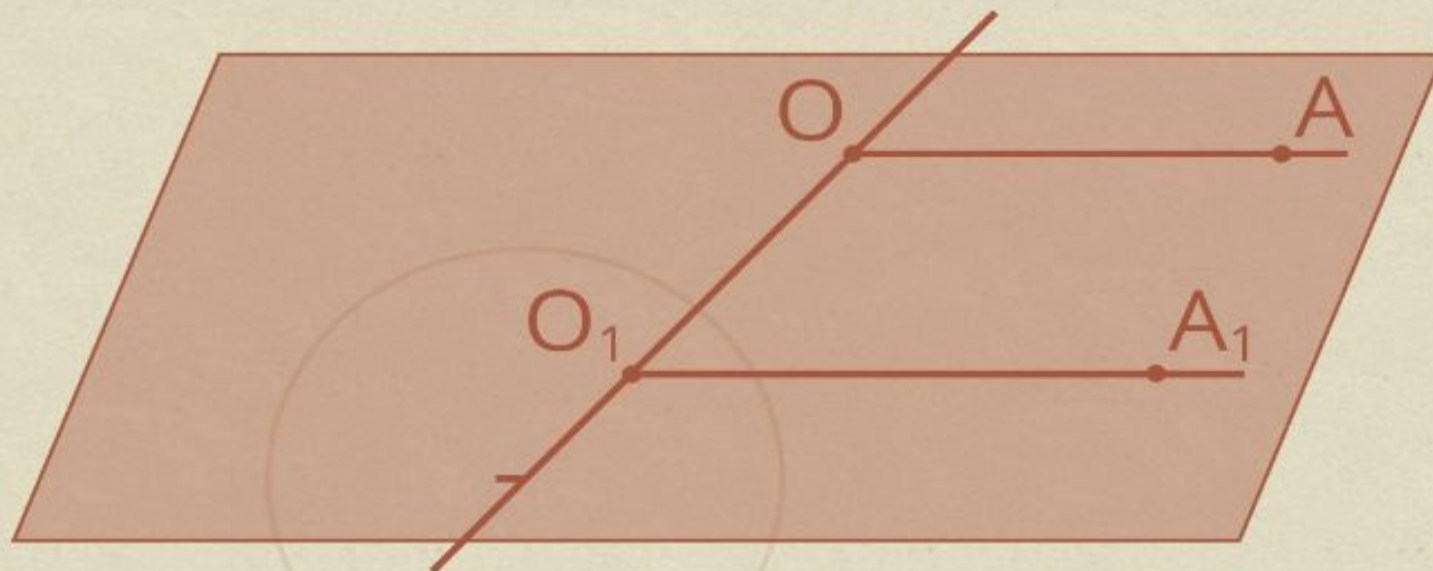
1. Через точку  $D$  можно провести прямую  $DE$  параллельную  $AB$ .
2. Через пересекающиеся прямые  $CD$  и  $DE$  можно провести плоскость  $\alpha$ .
3. Так как прямая  $AB$  не лежит в этой плоскости и параллельна прямой  $DE$ , то она параллельна плоскости.
4. Эта плоскость единственная, так как любая другая плоскость, проходящая через  $CD$ , будет пересекаться с  $DE$  и  $AB$ , которая ей параллельна.

№ 1.

Прямая  $c$  пересекает прямую  $a$  и не пересекает прямую  $b$ , параллельную прямой  $a$ .  
Докажите, что  $b$  и  $c$  – скрещивающиеся прямые.



# ПОНЯТИЕ СОНАПРАВЛЕННЫХ ЛУЧЕЙ

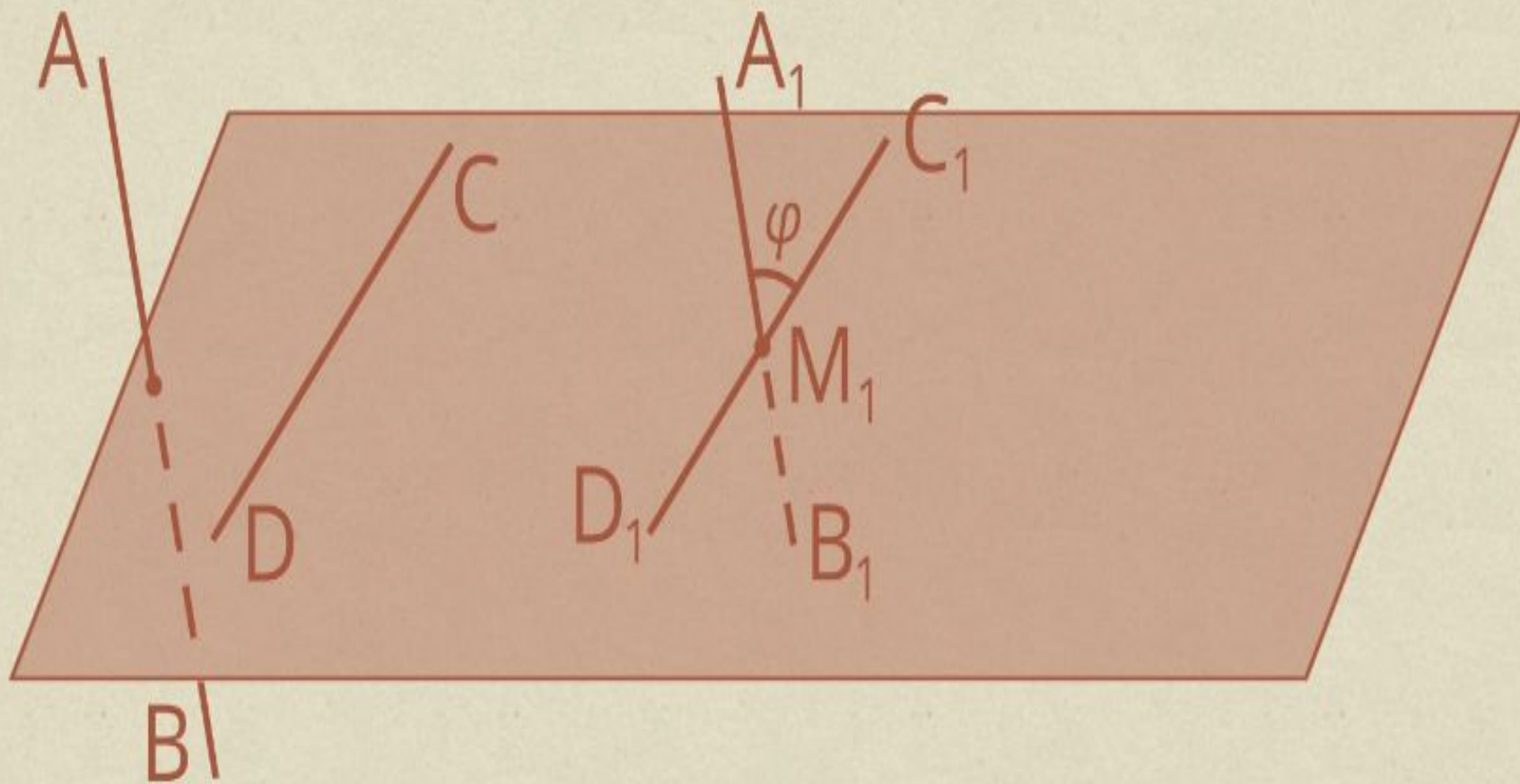


Любая прямая, например,  $OO_1$ , пересекает плоскость на две полуплоскости.

Если лучи  $OA$  и  $O_1A_1$  параллельны и лежат в одной полуплоскости, то они называются **сонаправленными**.

Лучи  $O_2A_2$  и  $OA$  не являются сонаправленными.

Они параллельны, но не лежат в одной полуплоскости.

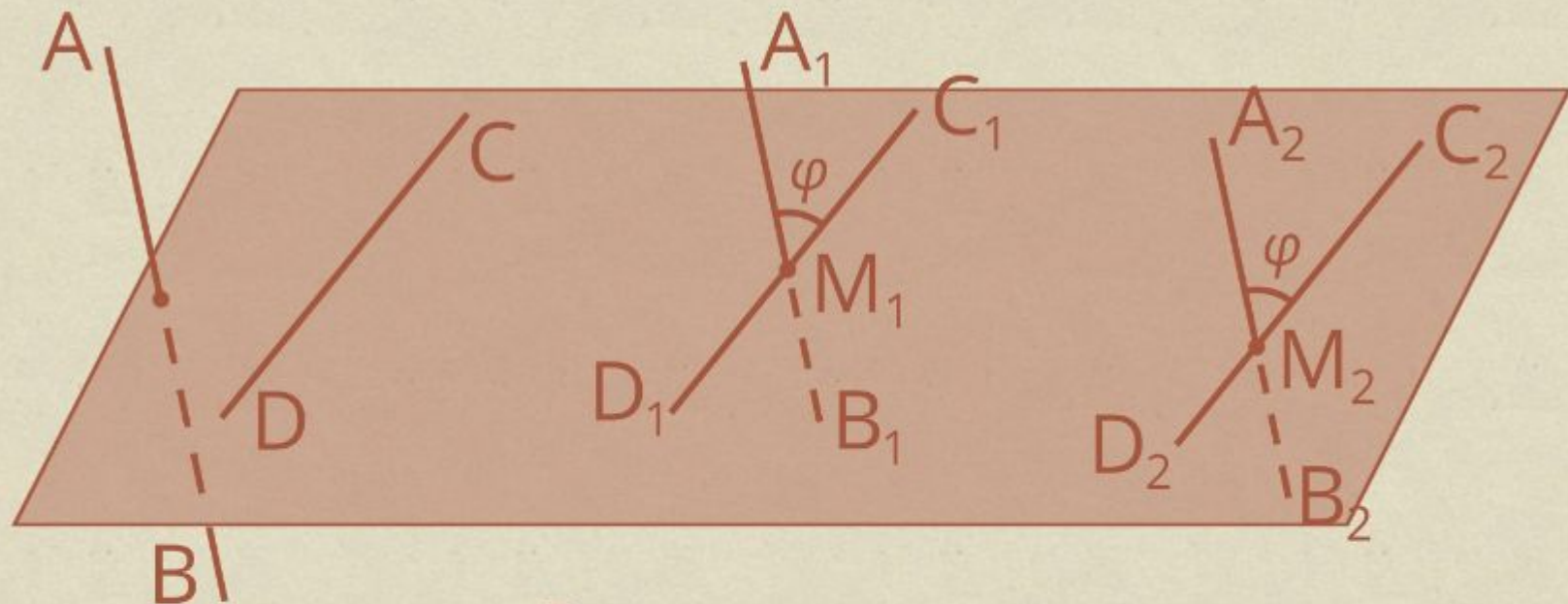


Угол между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$  равен  $\varphi$



**Теорема.** Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны

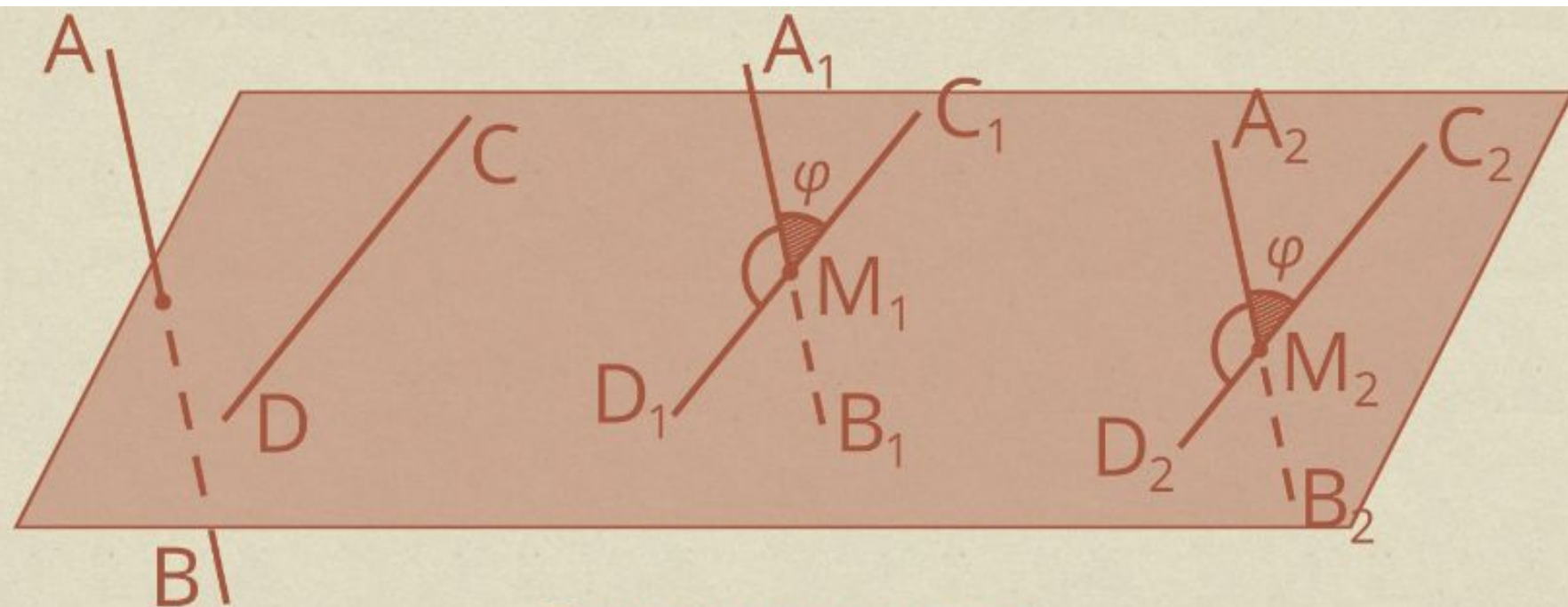
1)



**Доказательство:**

Так как  $A_1B_1 \parallel A_2B_2$ ,  $C_1D_1 \parallel C_2D_2$ , то стороны углов с вершинами  $M_1$  и  $M_2$  попарно сонаправлены, такими углами являются  $\angle A_1M_1C_1$  и  $\angle A_2M_2C_2$ ,  $\angle A_1M_1D_1$  и  $\angle A_2M_2D_2$  и т.д.

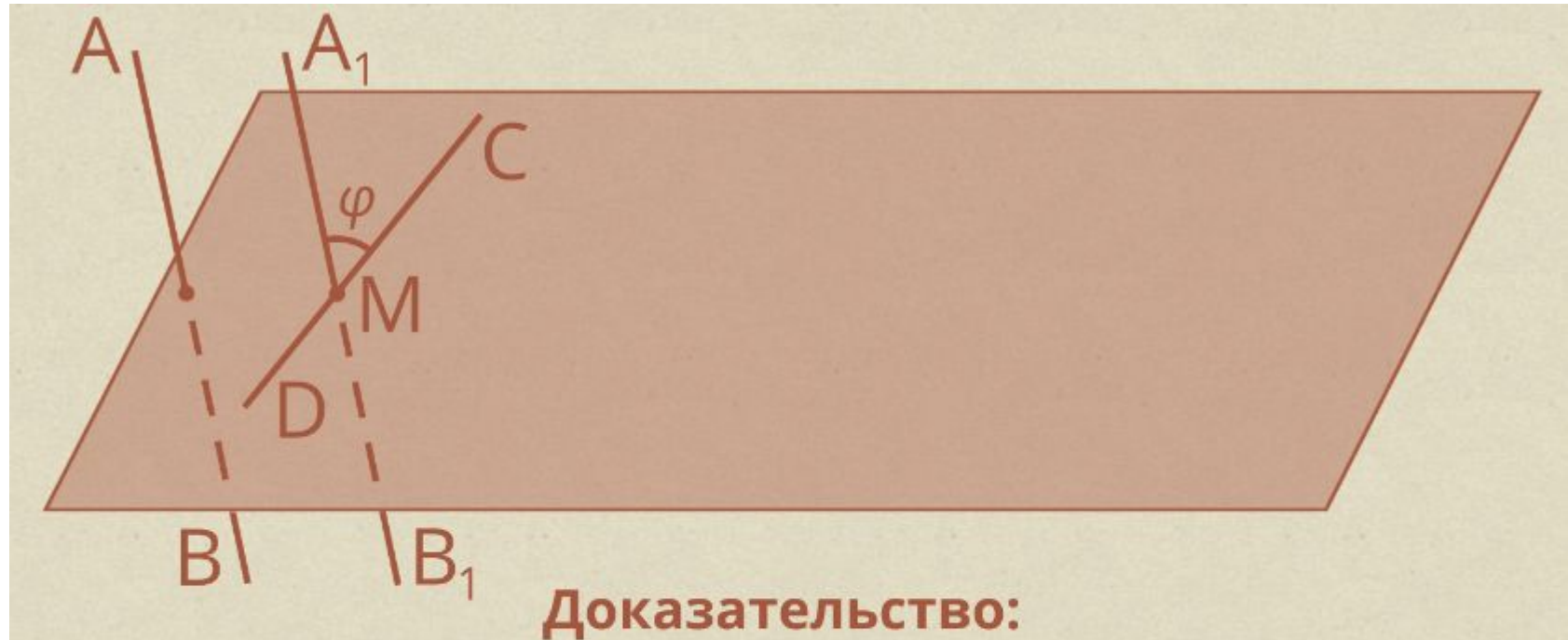
2)



### Доказательство:

Поэтому эти углы соответственно **равны**.  
Отсюда следует, что угол между прямыми  $A_2B_2$  и  $C_2D_2$  также равен  $\varphi$ . В качестве точки  $M$ , можно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

# Пример нахождения угла между скрещивающимися прямыми:



На прямой  $CD$  отмечена точка  $M$  и через неё проведена прямая  $A_1B_1$ , параллельная  $AB$ . Угол между прямыми  $A_1B_1$  и  $CD$  также равен  $\varphi$ .

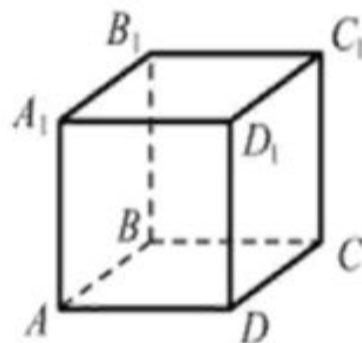
## **Выполнить задания и д/з:**

- 1) п. 7 – 9 + презентация (записать конспект и выучить определения и формулировки теорем);
- 2) стр. 18 – 19 № 34 (а, е), 39, 44 (а);
- 3) Используя презентацию, выполнить самостоятельную работу (до 12 часов) и ответы выслать в WhatsApp (в «личку» или в Дневник.ru, или на почту по адресу [kireyeva1222@mail.ru](mailto:kireyeva1222@mail.ru))

# Самостоятельная работа

Глядя на чертёж, распределите отрезки по их расположению в пространстве

№ 1. (самостоятельная работа)



| Параллельны | Пересекаются | Не пересекаются и не параллельны |
|-------------|--------------|----------------------------------|
|             |              |                                  |

AB и CD

AA<sub>1</sub> и BB<sub>1</sub>

BC и A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>

AB и BC

C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> и DD<sub>1</sub>

BC и CC<sub>1</sub>

AB и B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>

A<sub>1</sub>B<sub>1</sub> и AD

AD и C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>

№ 2.

## Угол между прямыми в пространстве

Прямые  $OC$  и  $CD$  параллельны, а  $AO$  и  $CD$  - скрещивающиеся прямые. Найдите угол между прямыми  $AO$  и  $CD$ , если: 1.  $\angle AOB = 40^\circ$ ; 2.  $\angle AOB = 135^\circ$ .

Решение:

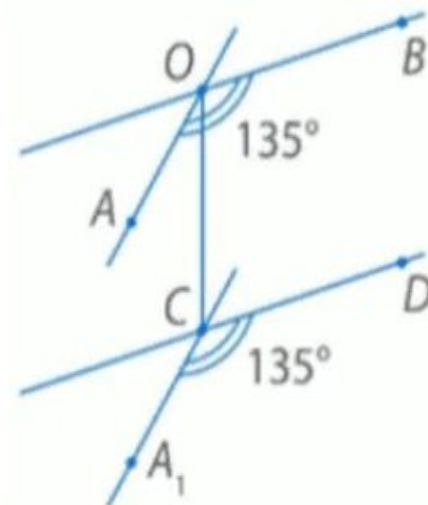
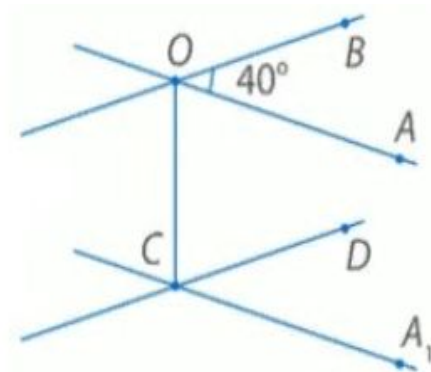
1.  $\angle AOB = 40^\circ$

1)  $\_ \in A_1D, A_1D \parallel AO$

2) угол между  $OA$  и  $CD = \angle A_1DC$

3)  $\angle A_1DC = \angle AOB = \_^\circ$ .

Ответ:  $\angle A_1DC = \_^\circ$ .



№ 3. Продолжите фразы, чтобы получилось верное высказывание:

1. Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только \_\_\_\_\_
2. Если стороны двух углов соответственно \_\_\_\_\_, то такие углы равны.
3. Прямые, которые не лежат в одной плоскости называются \_\_\_\_\_

№ 4.

## Скрещивающиеся прямые

На данном чертеже выделите прямые, которые будут скрещивающимися по отношению к прямой АВ

