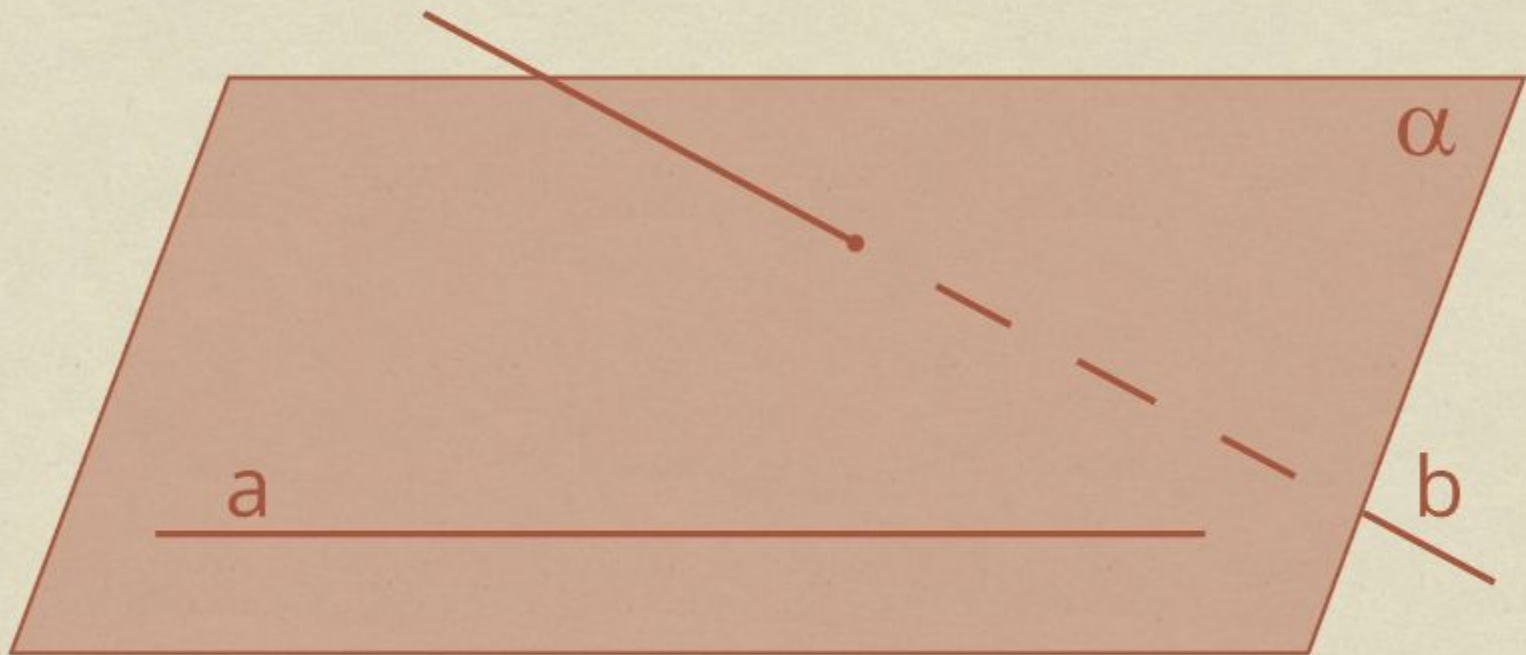


Взаимное расположение прямых в пространстве

Определение: Скрещивающиеся прямые – прямые, которые не лежат в одной плоскости

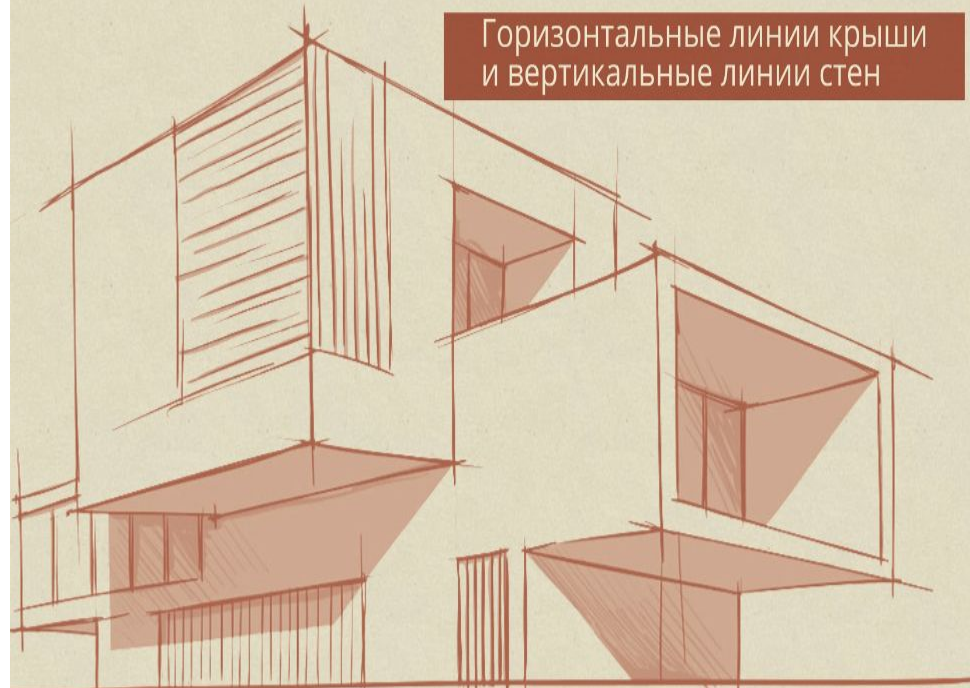


Примеры скрещивающихся прямых вокруг нас

Одна дорога проходит по эстакаде, а другая под эстакадой



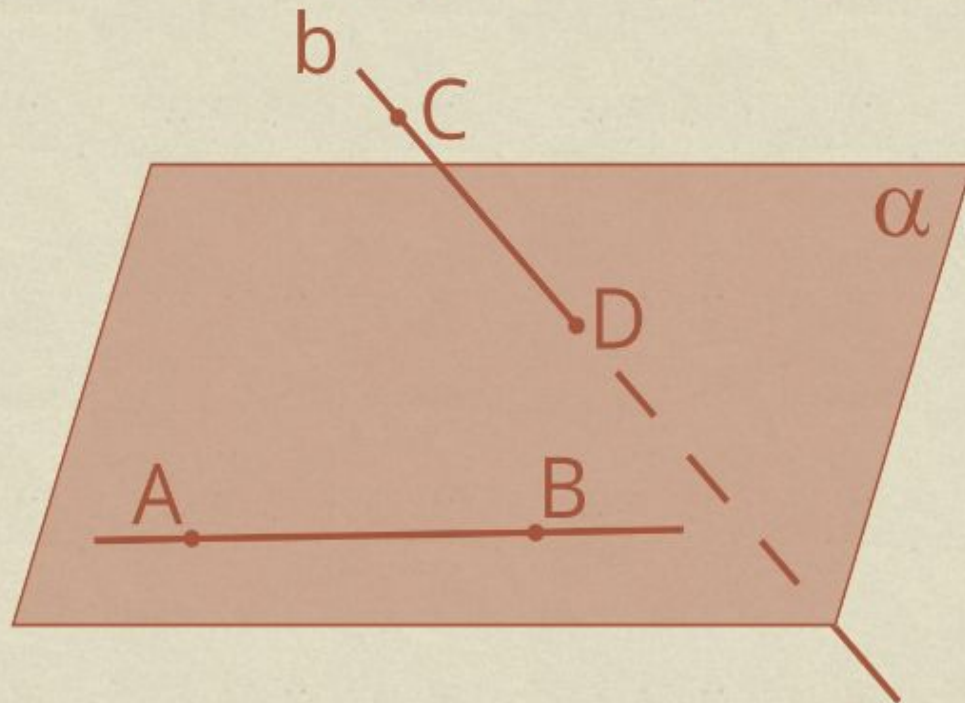
Горизонтальные линии крыши и вертикальные линии стен



Кабели моста



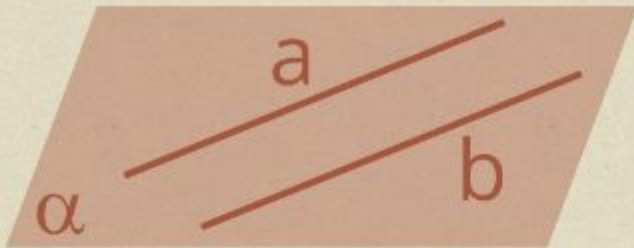
Теорема: Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые – скрещивающиеся (не лежат в одной плоскости)



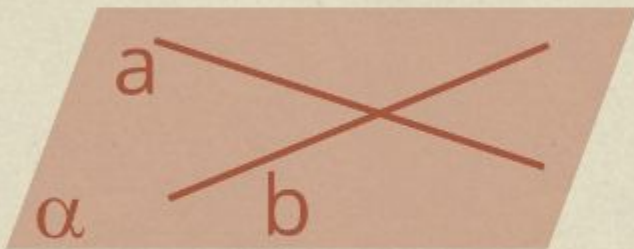
Доказательство:

1. Допустим, что прямые AB и CD всё-таки лежат в одной плоскости.
2. Значит, эта плоскость идёт через прямую AB и точку D , то есть она совпадает с плоскостью α .
3. Это противоречит условиям теоремы, что прямая CD не находится в плоскости α , а пересекает её.

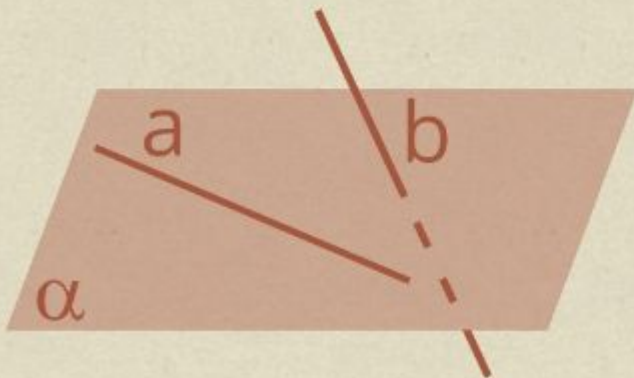
Взаимное расположение прямых в пространстве



Параллельные прямые

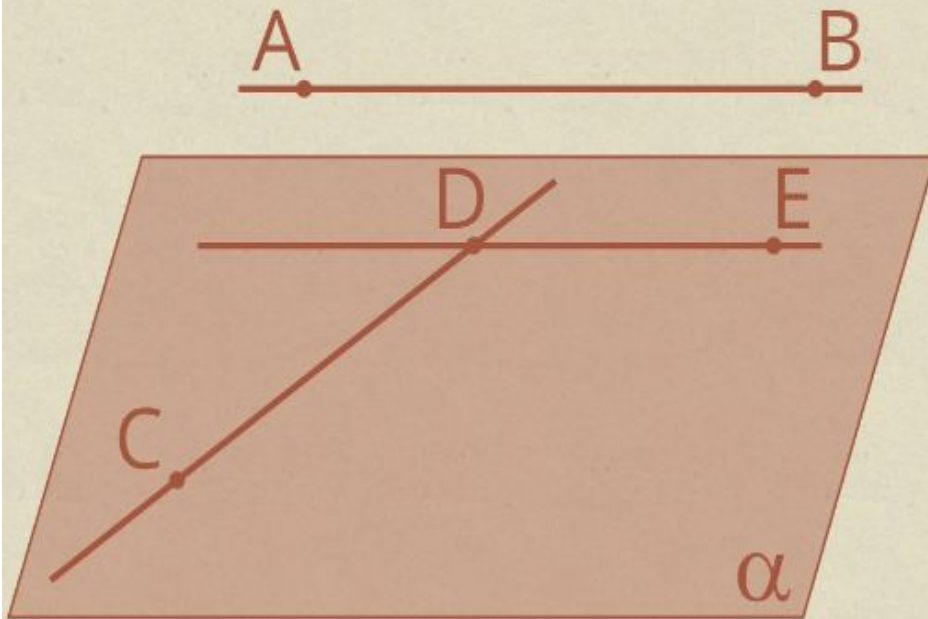


Пересекающиеся прямые



Скрещивающиеся прямые

Теорема: Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна



Доказательство:

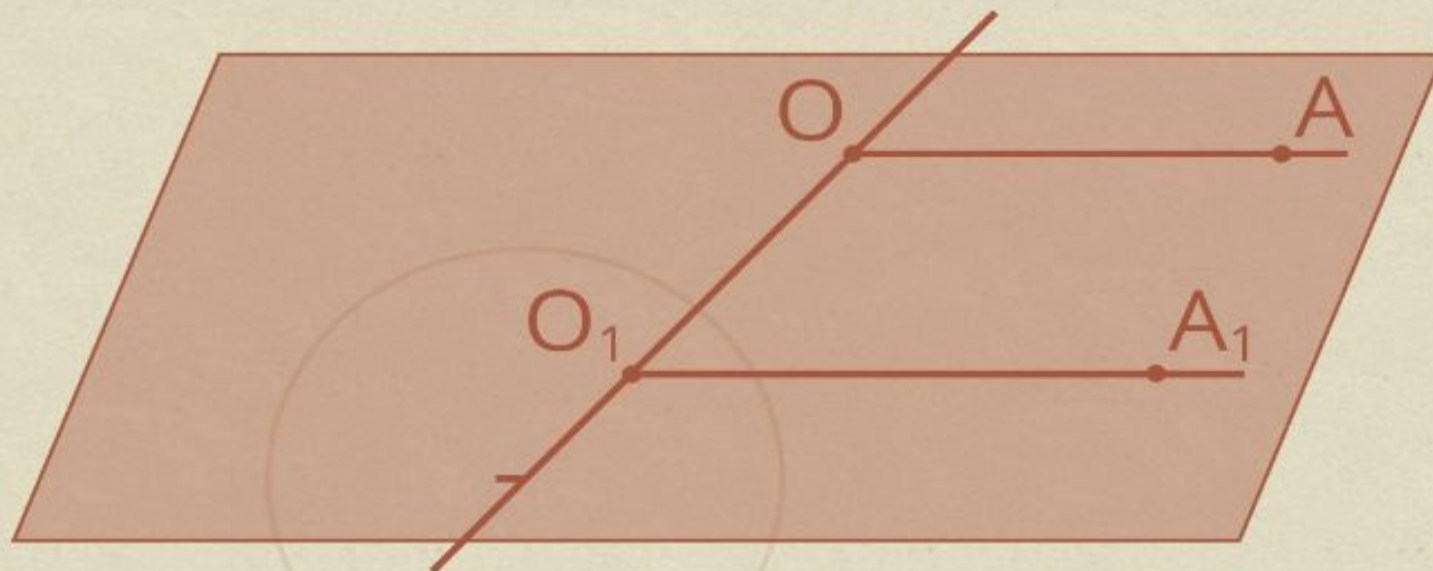
1. Через точку D можно провести прямую DE параллельную AB .
2. Через пересекающиеся прямые CD и DE можно провести плоскость α .
3. Так как прямая AB не лежит в этой плоскости и параллельна прямой DE , то она параллельна плоскости.
4. Эта плоскость единственная, так как любая другая плоскость, проходящая через CD , будет пересекаться с DE и AB , которая ей параллельна.

№ 1.

Прямая c пересекает прямую a и не пересекает прямую b , параллельную прямой a .
Докажите, что b и c – скрещивающиеся прямые.



ПОНЯТИЕ СОНАПРАВЛЕННЫХ ЛУЧЕЙ

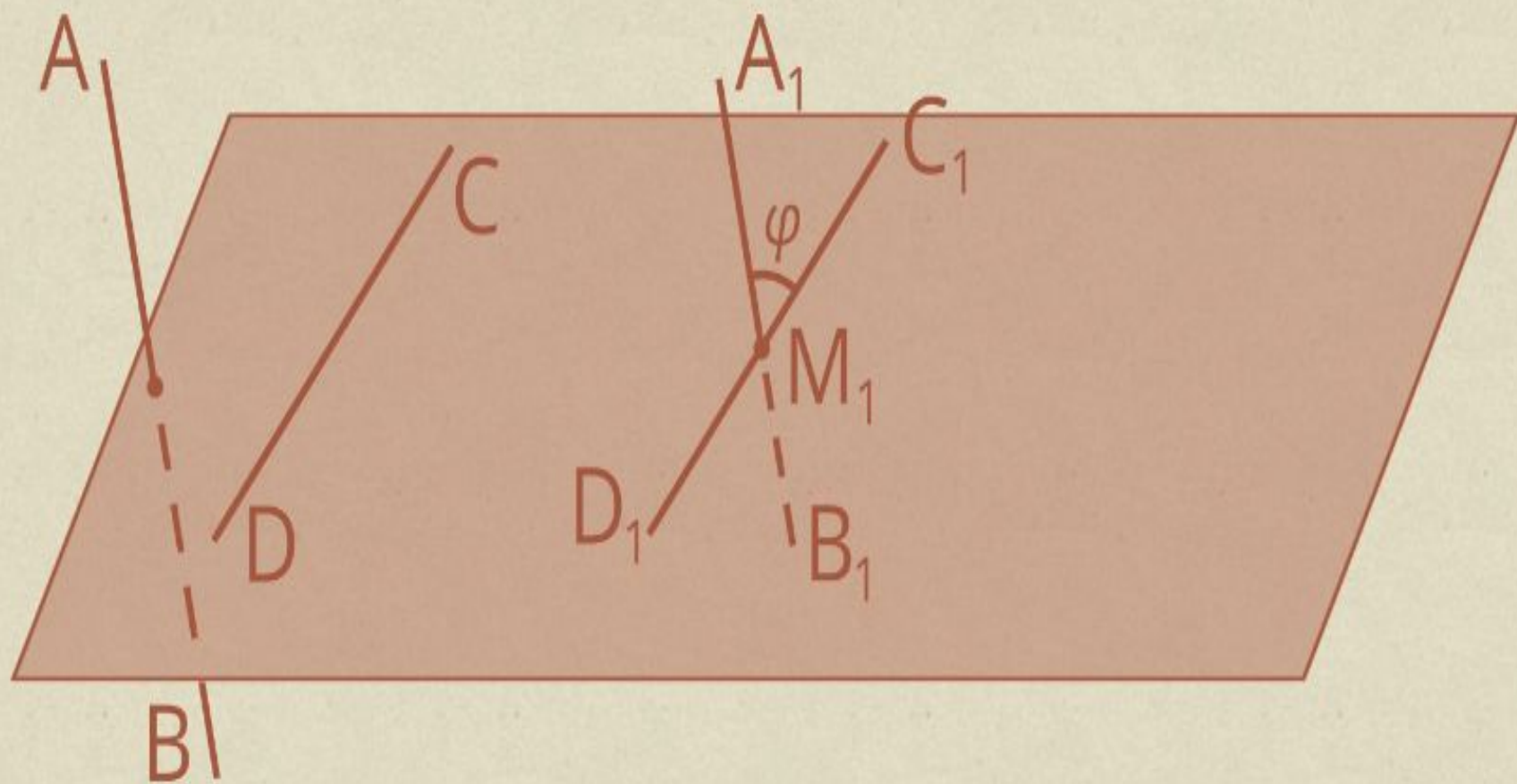


Любая прямая, например, OO_1 , пересекает плоскость на две полуплоскости.

Если лучи OA и O_1A_1 параллельны и лежат в одной полуплоскости, то они называются **сонаправленными**.

Лучи O_2A_2 и OA не являются сонаправленными.

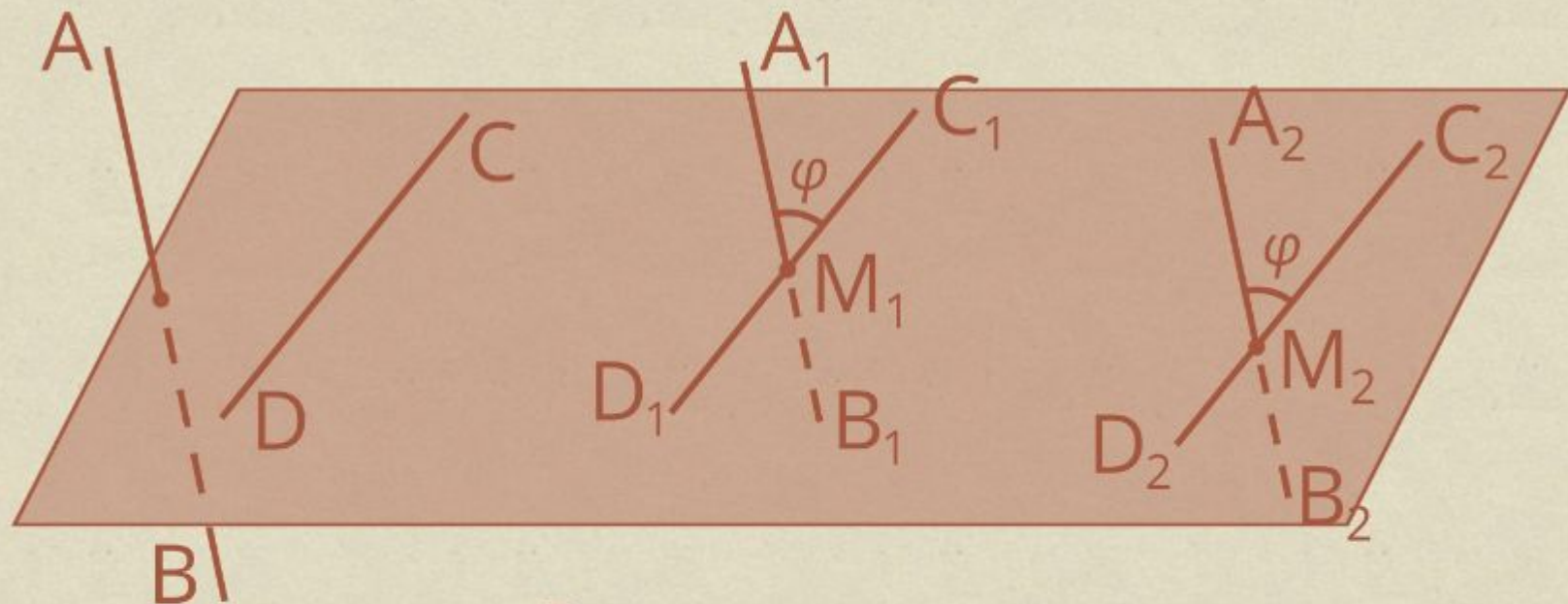
Они параллельны, но не лежат в одной полуплоскости.



Угол между скрещивающимися прямыми AB и CD равен φ

Теорема. Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны

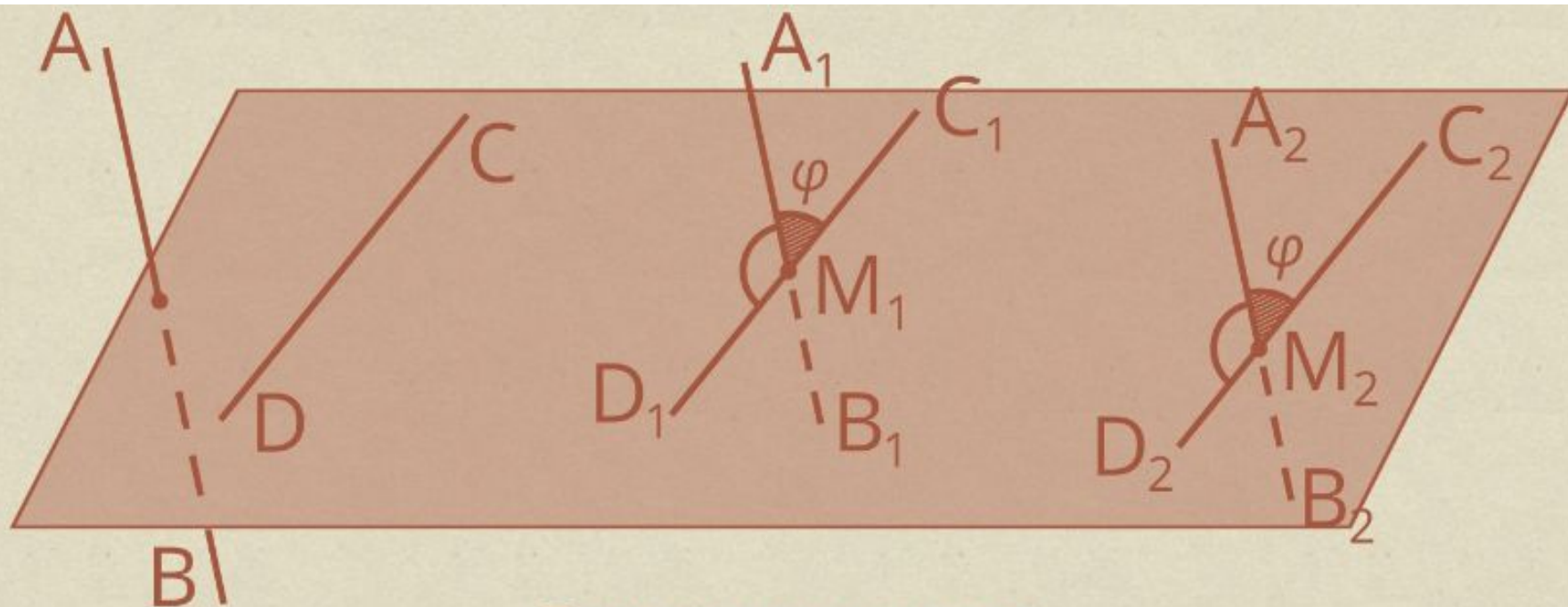
1)



Доказательство:

Так как $A_1B_1 \parallel A_2B_2$, $C_1D_1 \parallel C_2D_2$, то стороны углов с вершинами M_1 и M_2 попарно сонаправлены, такими углами являются $\angle A_1M_1C_1$ и $\angle A_2M_2C_2$, $\angle A_1M_1D_1$ и $\angle A_2M_2D_2$ и т.д.

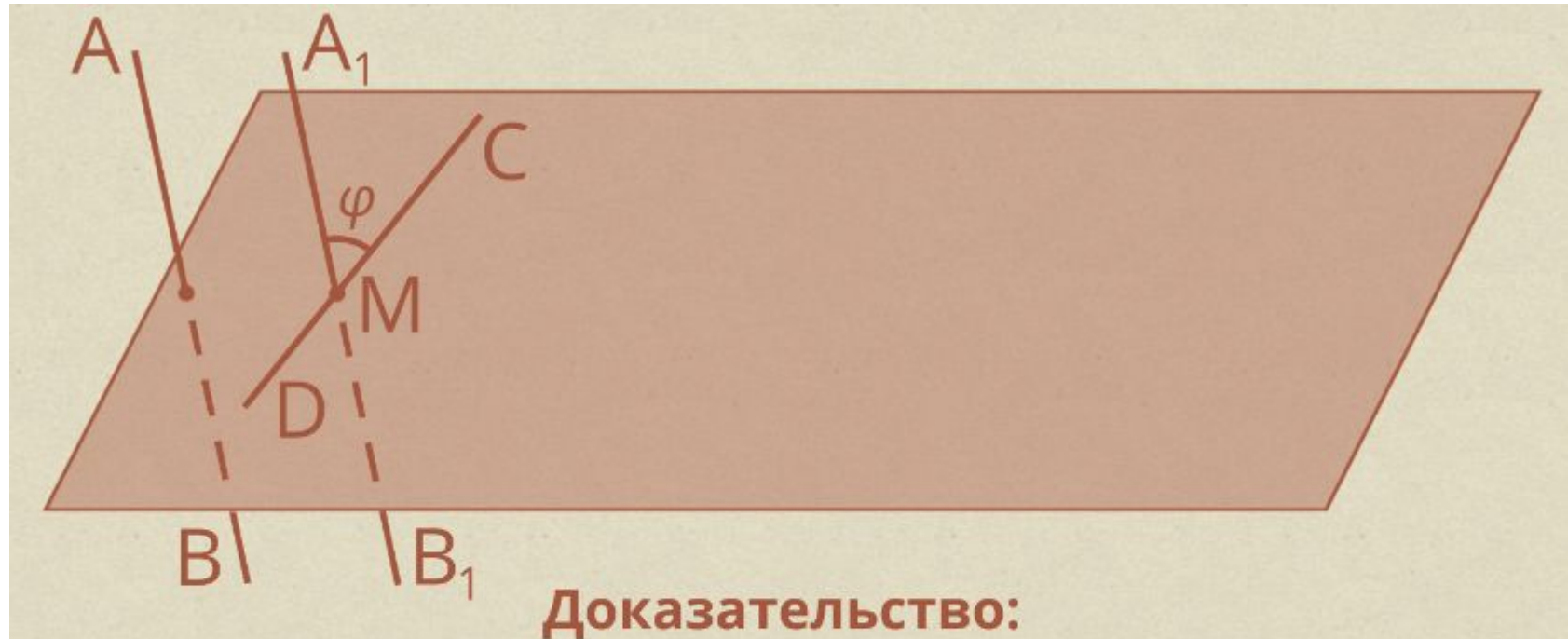
2)



Доказательство:

Поэтому эти углы соответственно **равны**.
Отсюда следует, что угол между прямыми A_2B_2 и C_2D_2 также равен φ . В качестве точки M , можно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

Пример нахождения угла между скрещивающимися прямыми:



На прямой CD отмечена точка M и через неё проведена прямая A_1B_1 , параллельная AB . Угол между прямыми A_1B_1 и CD также равен φ .

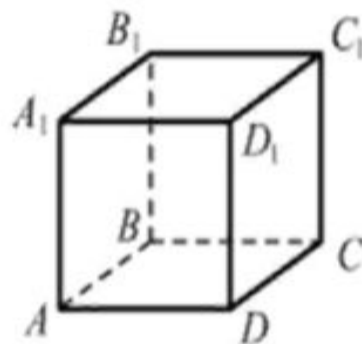
Выполнить задания и д/з:

- 1) п. 7 – 9 + презентация (записать конспект и выучить определения и формулировки теорем);
- 2) стр. 18 – 19 № 34 (а, е), 39, 44 (а);
- 3) Используя презентацию, выполнить самостоятельную работу (до 12 часов) и ответы выслать в WhatsApp (в «личку» или в Дневник.ru, или на почту по адресу kireyeva1222@mail.ru)

Самостоятельная работа

Глядя на чертёж, распределите отрезки по их расположению в пространстве

№ 1. (самостоятельная работа)



Параллельны	Пересекаются	Не пересекаются и не параллельны

AB и CD

AA₁ и BB₁

BC и A₁D₁

AB и BC

C₁D₁ и DD₁

BC и CC₁

AB и B₁C₁

A₁B₁ и AD

AD и C₁D₁

№ 2.

Угол между прямыми в пространстве

Прямые OC и CD параллельны, а AO и CD - скрещивающиеся прямые. Найдите угол между прямыми AO и CD , если: 1. $\angle AOB = 40^\circ$; 2. $\angle AOB = 135^\circ$.

Решение:

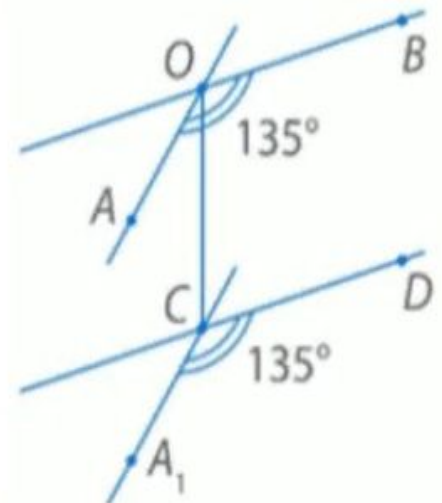
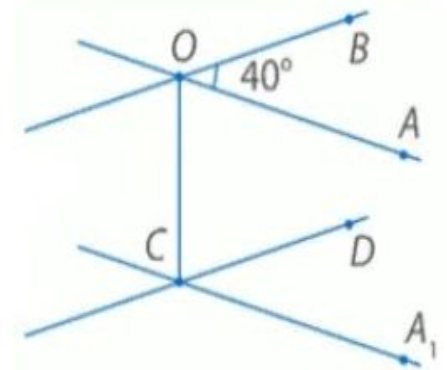
1. $\angle AOB = 40^\circ$

1) $_ \in A_1D, A_1D \parallel AO$

2) угол между OA и $CD = \angle A_1DC$

3) $\angle A_1DC = \angle AOB = _^\circ$.

Ответ: $\angle A_1DC = _^\circ$.



№ 3. Продолжите фразы, чтобы получилось верное высказывание:

1. Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только _____
2. Если стороны двух углов соответственно _____, то такие углы равны.
3. Прямые, которые не лежат в одной плоскости называются _____

№ 4.

Скрещивающиеся прямые

На данном чертеже выделите прямые, которые будут скрещивающимися по отношению к прямой АВ

